ROČNÍK 63. SEŠIT 3.

# ČASOPIS

PRO PĚSTOVÁNÍ

# MATEMATIKY A FYSIKY



VYDÁVÁ VLASTNÍM NÁKLADEM

JEDNOTA ČESKOSLOVENSKÝCH MATEMATIKŮ A FYSIKŮ

ZA PODPORY MINISTERSTVA ŠKOLSTVÍ A NÁRODNÍ OSVĚTY.

V PRAZE 1933.

Ročně 8 sešitů. Předplatné (pro nečleny) 120 Kč.

**Journal Tchécoslovaque de Mathématique et Physique.**
Éditeur: **Jednota čsl. matematiků a fysiků, Praha II-681, Tchécoslovaquie.**

## Obsah seš. 3. — Sommaire du fasc. 3.

**Část středoškolská — Revue des sciences mathématiques et naturelles**





**Tento sešit vyšel 30. prosince 1933.**

## ČAST STŘEDOŠKOLSKÁ

# O Heronových trojuholníkoch.

*Ľudovít Frenyo*, prof., Rimavska Sobota.

(Dokončení.)

II.

Ako si máme zvoliť strany trojuholníka $a$, $b$, $c$, aby nám dal Heronov vzorec rac. číslo?

$$O = \tfrac{1}{4}\sqrt{(a+b+c)(-a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)}.$$

Napíšme si vzorec takto:

$$4O = \sqrt{[(b+c)^2 - a^2] \cdot [a^2 - (b-c)^2]}$$

keď je $O$ racionálné, môže sa písať jeho hodnota vo tvare

$$4P = u\,[a^2 - (b-c)^2],$$

kde nám $u$ znamená racionálné číslo pozitívné. Zmocnením oboch strán tejto rovnice dostaneme:

$$(b+c)^2 - a^2 = u^2\,[a^2 - (b-c)^2],$$

z čoho si vypočítame stranu $a$

$$a = \sqrt{(b-c)^2 + \frac{4bc}{u^2+1}}.$$

Strana $a$ má byť racionálna, preto sa musí rovnať racionálnemu výrazu:

$$a = (b-c) + \frac{2b}{u^2+1} \cdot x, \tag{I}$$

kde nám $x$ znamená racionálnu hodnotu, čo si napíšeme vo tvare lineárnej funkcie:

$$x = uv - 1. \tag{II}$$

Tu sme zaviedli novú hodnotu premeňlivú, ale racionálnu $v$. Aby $a$ bolo pozitívné, musí byť $uv > 1$.

Podľa toho

$$\sqrt{(b-c)^2 + \frac{4bc}{u^2+1}} = (b-c) + \frac{2b}{u^2+1}(uv-1).$$

Obe strany zmocníme a vypočítame stranu $c$,

$$c = b \cdot \frac{(uv - 1)(u + v)}{v(u^2 + 1)}. \tag{III}$$

Hodnotu $c$ dosadíme do výrazu $a$ pod (I) a ohľadom na (II) dostaneme:

$$a = b \cdot \frac{u(v^2 + 1)}{v(u^2 + 1)}. \tag{IV}$$

Z výrazov pod (III) a (IV) vidíme, že si môžeme hodnotu $b$ zvoliť ľubovolne, kým hodnoty $a$ a $c$ sa vypočítajú dľa týchto vzorcov. Tu sú $u$ a $v$ ľubovolné rac. čísla.

Keďže $b$ môže byť číslo ľubovolné, zvolme si ho tak, aby bolo

$$b = u + \frac{1}{u}.$$

Dosadíme to do vzorcov pod (III) a (IV), ale súčasne zkrátime tam sa nachádzajúce zlomky o $vu$, dostaneme:

$$a = v + \frac{1}{v},$$

$$c = (u + v)\left(1 - \frac{1}{vu}\right) = v - \frac{1}{v} + u - \frac{1}{u}.$$

Tu sme došli ku konečnému výsledku. Keď si zvolíme strany trojuholníka tak, aby boly:

$$a = v + \frac{1}{v},$$

$$b = u + \frac{1}{u},$$

$$c = v - \frac{1}{v} + u - \frac{1}{u},$$

kde sú $v$ a $u$ ľubovolné racionálné čísla ($vu > 1$), vtedy bude aj obsah trojuholníka racionálny.

Veľmi zaujímavé je, že $v$ a $u$ majú svoj geometrický význam. Vypočítajme totiž uhly trojuholníka dľa známych vzorcov:

$$\operatorname{tg} \tfrac{1}{2}\alpha = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)}},$$

atď., dostaneme:

$$\operatorname{tg} \tfrac{1}{2}\alpha = \frac{1}{u}; \quad \operatorname{tg} \tfrac{1}{2}\beta = \frac{1}{v}; \quad \operatorname{tg} \tfrac{1}{2}\gamma = \frac{uv - 1}{u + v}.$$

Z tohoto vidíme, ako si máme zvoliť číselné hodnoty pre $u$ a $v$.

*Poznámka.* Riešenie tu podané na podklade geometrickom *nezahrňuje v sebe všetky možné rešenia,* ale vyjadruje strany pomerne veľmi jednoduchými výrazmi ako v článku uvedeném na počiatku.

Niektoré špeciálné prípady:

1. Pravoúhly trojuholník dostaneme, keď je:

*a*) $$u = 1,$$

alebo:

*b*) $$v = 1,$$

alebo:

*c*) $$\frac{uv - 1}{u + v} = 1.$$

V tomto poslednom páde bude

$$u = \frac{v + 1}{v - 1}, \quad \text{alebo } v = \frac{u + 1}{u - 1}.$$

2. Rovnoramenný trojuholník dostaneme, keď je:

*a*) $$u = v,$$

alebo:

*b*) $$\frac{1}{u} = \frac{uv - 1}{u + v}, \quad \text{teda} \quad v = \frac{2u}{u^2 - 1},$$

*c*) $$u = \frac{2v}{v^2 - 1}.$$

Obecný príklad číselný:

1. $$u = 2, \qquad v = \tfrac{3}{2},$$
$$a = \tfrac{13}{6}, \qquad b = \tfrac{5}{2}, \qquad c = \tfrac{7}{3}.$$

Tieto strany: $\frac{13}{6}$, $\frac{5}{2}$, $\frac{7}{3}$, môžeme však v tom istom pomere zväčšiť, alebo zmenšiť. Na pr.: 13, 15, 14, alebo 1,3, 1,5, 1,4.

2. $$v = \tfrac{5}{3}, \quad u = \tfrac{7}{2}, \quad a = \tfrac{34}{15}, \quad b = \tfrac{53}{14}, \quad c = \tfrac{899}{210}.$$

Miesto strán: $\frac{34}{15}$, $\frac{53}{14}$, $\frac{899}{210}$ si môžeme zvoliť tiež: 476, 795, 899, alebo: 47,6, 79,5, 89,9 atď.

---

## Niekoľko poznámok k určeniu čísla $\pi$.

*Š. Šwarz,* posl. přírod. fakulty v Praze.

V následujúcom chcem poukázať k niekoľkým prípadom, ktoré umožnujú elementárnym spôsobom vyjádriť číslo $\pi$ nekonečným súčinom, respektíve radami.

I. Budiž do kružnice polomeru $r$ vpísaný pravidelný $n$-uholník. Jeho strana, ako jednoducho plynie, je $a_n = 2r \,.\, \sin 2R/n$ a obsah $P_n = \frac{1}{2}nr^2 \sin 4R/n$. Obsah $2n$-uholníka je $P_{2n} = nr^2 \,.\, \sin 2R/n$; zároveň platí $P_n = nr^2 \sin 2R/n \,.\, \cos 2R/n = P_{2n} \cos 2R/n$.

Vsaďme do tejto rovnice za $n$ po rade $n = 4, 8, \ldots, 2^n$ a rovnice znásobme. Po krátení ostane

$$P_4 = P_{2^{n+1}} \,.\, \cos R/2 \,.\, \cos R/4 \ldots \cos R/2^{n-1},$$

kde $P_4$, ako obsah štvorca kružnici vpísaného je $2r^2$. Jestliže prejdeme k limite, pre $n \to \infty$ bude podľa definície obsah kružnice, $\lim\limits_{n\to\infty} P_{2^{n+1}} = \pi \,.\, r^2$ a teda

$$2/\pi = \cos R/2 \,.\, \cos R/4 \ldots \cos R/2^n \ldots \qquad (1)$$

alebo tiež

$$2/\pi = \sqrt{\tfrac{1}{2}} \,.\, \sqrt{\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2}\sqrt{\tfrac{1}{2}}} \,.\, \sqrt{\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2}\sqrt{\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2}\sqrt{\tfrac{1}{2}}}} \ldots \qquad (\mathrm{I})$$

Že skutočne súčin je konvergentný, plynie zo vzťahu (1), kde všetky členy sú od nuly rôzné, stále rostúce, ale vždy menšie než 1.

II. Uvažujme výrazy $P_n = nr^2 \sin 2R/n \,.\, \cos 2R/n$, $P_{2n} = nr^2 \sin 2R/n$. Umocnime oba výrazy na druhú a odčítajme; platí

$$P_{2n}^2 - P_n^2 = n^2r^4 \sin^4 2R/n.$$

Dosadíme-li po rade za $n = 4, 8, \ldots, 2^n$ a rady vzniklých výrazov sčítame, ostane

$$P_{2^{n+1}}^2 - P_4^2 = r^4 (4^2 \,.\, \sin^4 R/2 + 8^2 \,.\, \sin^4 R/4 + \ldots \ldots + 2^{2n} \,.\, \sin^4 R/2^{n-1}).$$

Prejdime k limite; je $\lim\limits_{n=\infty} P_{2^{n+1}}^2 = \pi^2 r^4$, $P_4^2 = 4r^4$ a píšme $4 = 4 \sin^4 R$, máme:

$$(\pi/2)^2 = \sin^4 R + 2^2 \sin^4 R/2 + 4^2 \sin^4 R/4 + 8^2 \sin^4 R/8 + \ldots \qquad (\mathrm{II})$$

Rada (II) je ovšem konvergentnou. Odhliadnuc od geometrického významu, ktorý činí túto vlastnosť samozrejmou, možno to dokázať cestou čiste aritmetickou, užijúc na pr. limitného kritéria d'Alembertovho. Je $\lim\limits_{n=\infty} a_{n+1}/a_n = \frac{1}{4} < 1$ — pri čom $a_n$ je $n$-tý člen rady (II) — a to, ako vieme, je nutnou a postačujúcou podmienkou pre konvergenciu.

III. Uvažujme pravideľný $n$-uholník kružnici opísaný. Platí pre neho jednoduchý vzťah $P'_n = nr^2 \operatorname{tg} 2R/n$ a z toho pre $2n$-uholník $P'_{2n} = 2nr^2 \operatorname{tg} R/n$

$$P'_n = nr^2 \,.\, \frac{2 \operatorname{tg} R/n}{1 - \operatorname{tg}^2 R/n}, \text{ dosaďme } \operatorname{tg} R/n = P'_{2n}/2nr^2.$$

Úpravou máme

$$\frac{1}{P'_{2n}} - \frac{1}{P'_n} = \frac{P'_{2n}}{4n^2r^4} = \frac{\operatorname{tg} R/n}{2nr^2}.$$

Dosadzujme opäť do toho vztahu $n = 4, 8, \ldots, 2^n$ a sčítajme rovnice; bude

$$\frac{1}{P'_{2^{n+1}}} - \frac{1}{P'_4} = \frac{1}{2r^2}\left(\tfrac{1}{4} \operatorname{tg} R/4 + \tfrac{1}{8} \,.\, \operatorname{tg} R/8 + \ldots + \frac{1}{2^n} \operatorname{tg} R/2^n\right).$$

Prejdeme-li k limite pre $n \to \infty$, je $\lim\limits_{n=\infty} 1/P_{2^{n+1}} = 1/\pi r^2$ a ďalej $1/P_4 = 1/4r^2$, takže platí

$$2/\pi = \tfrac{1}{2} \operatorname{tg} R/2 + \tfrac{1}{4} \operatorname{tg} R/4 + \tfrac{1}{8} \operatorname{tg} R/8 + \ldots \tag{III}$$

Poznámka: 1. Mohli sme ovšem vyjsť od $P_3$, $P_5$ a pod. a dostali by sme obdobné výsledky vo všetkých troch prípadoch.

2. Vzťahy (I) a (III), udávajúce závislosť $\pi$ na funkciach goniometrických, nehodia sa ovšem k numerickému výpočtu, jednak pre pomerne malú konvergenciu (ačkoľvek na pr. u rady (III) už piaty člen nemá vlivu na stotiny) a jednak pre značnú námahu, ktorej vyžaduje dostatočné určenie jednotlivých členov.

IV. Určíme teraz radu, udávajúcu $\pi$ priamo číslami — bez funkcí goniometrických.

Zo stredu pravouhlých súradnic $O$ opíšme polomerom $r$ kružnicu. Rozdelme polomer, ležiaci na pr. v kladnom smeru osi $x$ na $n$ dielov a vpíšme nad nimi do kružnice obdialníky. Dostaneme $n - 1$ obdialníkov, ktorých plochy majú súčet

$$S_n = \frac{r^2}{n}\sum_{k=1}^{n-1}\sqrt{1-\left(\frac{k}{n}\right)^2}.$$

Určíme-li $\lim\limits_{n=\infty} S_n$, máme obsah štvrtkruhu. Vykonajme to takto: rozveďme pro odmocninu podľa binomickej poučky a až potom preveďme prechod k limite. Máme

$$S_n = r^2\left[\frac{n-1}{n} - \binom{\frac{1}{2}}{1}\sum_{k=1}^{n-1}\frac{k^2}{n^3} + \binom{\frac{1}{2}}{2}\sum_{k=1}^{n-1}\frac{k^4}{n^5} - \ldots\right]. \tag{2}$$

Aby sme určili $\lim\limits_{n=\infty} S_n$, stačí znať $\lim\limits_{n=\infty} \dfrac{1^p + 2^p + \ldots + (n-1)^p}{n^{p+1}} =$ $= \lim\limits_{n=\infty} \dfrac{1}{n^{p+1}} \cdot \sum\limits_{k=1}^{n-1} k^p$. Uvažujme k tomu cieľu identitu

$$(k+1)^{p+1} = k^{p+1} + \binom{p+1}{1} \cdot k^p + \ldots + \binom{p+1}{p+1}.$$

Vsaďme za $k$ čísla $1, 2, 3, \ldots, n-1$ a sčítajme rovnice; dostaneme

$$n^{p+1} = 1 + \binom{p+1}{1}\sum_{k=1}^{n-1} k^p + \binom{p+2}{2}\sum_{k=1}^{n-1} k^{p-1} + \ldots + n - 1. \quad (3)$$

Vidíme, že súčet $\sum_{k=1}^{n-1} k^p$ obsahuje člen v $n$ najvýš $p+1$-ho stupňa.

Preto $\sum_{k=1}^{n-1} k^q$, kde $q \leqq p-1$ obsahuje člen najvýš $p$-tého stupňa. Aby sme zistili hľadanú limitu, deľme výraz (3) $n^{p+1}$ a prejdime k limite. Na pravej strane odpadne jednak prvý člen a ďalej všetky súčty mimo prvý sú, vzhľadom na predchádzajúcu poznámku, rovné nule, takže ostane iba

$$1 = \lim_{n=\infty} \binom{p+1}{1} \cdot \frac{\sum_{k=1}^{n-1} k^p}{n^{p+1}} \text{ t. j. } \lim_{n=\infty} \frac{1}{n^{p+1}} \sum_{k=1}^{n-1} k^p = \frac{1}{p+1}.$$

Rovnina (2) prejde teda na tvar

$$\lim S_n = r^2 \left[1 - \binom{\frac{1}{2}}{1} \cdot \frac{1}{3} + \binom{\frac{1}{2}}{2} \cdot \frac{1}{5} - \ldots\right],$$

a poneváč $\lim_{n=\infty} S_n = \frac{\pi r^2}{4}$, platí konečne

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \binom{\frac{1}{2}}{1} \cdot \frac{1}{3} + \binom{\frac{1}{2}}{2} \cdot \frac{1}{5} - \binom{\frac{1}{2}}{3} \cdot \frac{1}{7} + \ldots \quad \text{(IV)}$$

V. Rozdelme opäť jeden polomer štvrtkruhu na $n$ dielov a sostrojme k týmto bodom príslušné body na obvodu. Dostaneme zase lomenú čiaru, ktorá v limite pre $n = \infty$ prejde v obvod štvrtkružnice.

Ľubovoľné dva body vedľa seba stojáce majú súradnice

$$\left[k \cdot \frac{r}{n}, r\sqrt{1 - \left(\frac{k}{n}\right)^2}\right], \quad \left[(k+1)\frac{r}{n}, r\sqrt{1 - \left(\frac{k+1}{n}\right)^2}\right],$$

takže dĺžka lomenej čiary je

$$o_n = r\sum_{k=0}^{n-1} \sqrt{\left(\frac{1}{n}\right)^2 + \left[\sqrt{1 - \left(\frac{k+1}{n}\right)^2} - \sqrt{1 - \left(\frac{k}{n}\right)^2}\right]^2}.$$

Úpravou máme — užijeme-li známeho vzorca $\sqrt{a - \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{1}{2}(a + \sqrt{a^2 - b})} - \sqrt{\frac{1}{2}(a - \sqrt{a^2 - b})}$

$$o_n = r\sum_{k=0}^{n-1}\left(\sqrt{1+\frac{1}{n}-\frac{k\,(k+1)}{n^2}}-\sqrt{1-\frac{1}{n}-\frac{k\,(k+1)}{n^2}}\right).$$

Oba výrazy rozvedeme podľa binomickej poučky pro lomený exponent v nekonečné rady:

$$o_n = r\sum_{k=0}^{n-1}\left\{\left[\left(1+\frac{1}{n}\right)^{\frac{1}{2}}-\left(1-\frac{1}{n}\right)^{\frac{1}{2}}\right]-\binom{\frac{1}{2}}{1}\left[\left(1+\frac{1}{n}\right)^{-\frac{1}{2}}-\right.\right.$$
$$\left.-\left(1-\frac{1}{n}\right)^{-\frac{1}{2}}\right]\cdot\frac{k\,(k+1)}{n^2}+\binom{\frac{1}{2}}{2}\left[\left(1+\frac{1}{n}\right)^{-\frac{3}{2}}-\right.$$
$$\left.\left.-\left(1-\frac{1}{n}\right)^{-\frac{3}{2}}\right]\frac{k^2\,(k+1)^2}{n^4}-\dots\right\}.$$

Keď rozvedeme výrazy v hranatých zátvorkách a delíme 2, ostane

$$\frac{o_n}{2} = r\sum_{k=0}^{n-1}\left\{\left[\binom{\frac{1}{2}}{1}\cdot\frac{1}{n}+\binom{\frac{1}{2}}{3}\cdot\frac{1}{n^3}+\dots\right]+\sum_{l=1}^{\infty}(-1)^l\cdot\binom{\frac{1}{2}}{l}\left[\binom{\frac{1}{2}-l}{1}+\right.\right.$$
$$\left.\left.+\binom{\frac{1}{2}-l}{3}\cdot\frac{1}{n^2}+\dots\right]\frac{k^l\,(k+1)^l}{n^{2l+1}}\right\}.$$

Prejdime k limite pre $n \to \infty$. Podľa definície $\lim\limits_{n=\infty}\dfrac{o_n}{2r}=\dfrac{\pi}{4}$. Na pravej strane dá prvá hranatá zátvorka pre $n \to \infty$ hodnotu $\frac{1}{2}$, poneváč sa vyskytuje v každom súčtu, t. j. $n-1$-krát. Limita druhého výrazu sa redukuje ihned na

$$\lim_{n=\infty}\sum_{k=0}^{n-1}\sum_{l=1}^{\infty}(-1)^l\binom{\frac{1}{2}}{l}\binom{\frac{1}{2}-l}{1}\frac{k^l\,.\,(k+1)^l}{n^{2l+1}} =$$
$$= \sum_{l=1}^{\infty}(-1)^l\binom{\frac{1}{2}}{l}\binom{\frac{1}{2}-l}{1}\cdot\frac{1}{2l+1},$$

jak hned plynie uvážime-li, že v hornom súčtu je rozhodujúcim iba výraz $\sum\limits_{k=0}^{n-1}\dfrac{k^{2l}}{n^{2l+1}}$. Je teda

$$\frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}+\sum_{l=1}^{\infty}(-1)^l\binom{\frac{1}{2}}{l}\left(\tfrac{1}{2}-l\right)\frac{1}{2l+1}.$$

Odčítame-li od tohoto vzťah (IV) ostane (— pri tom je (IV) deleno dvoma —)

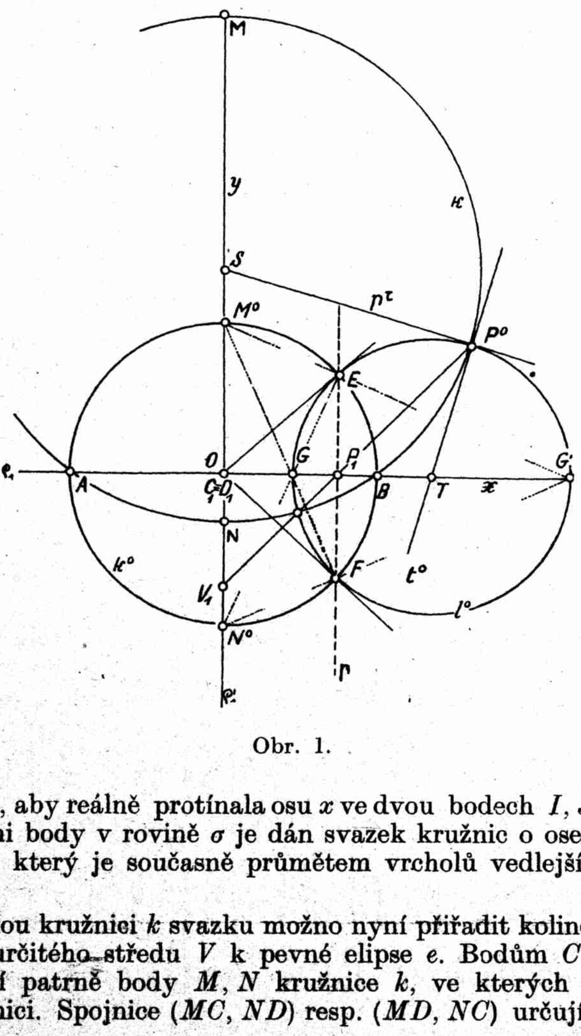
$$\frac{\pi}{8} = \sum_{l=1}^{\infty}(-1)^{l+1}\binom{\frac{1}{2}}{l}\cdot\frac{1}{2l+1}\,.\,l, \quad \text{t. j.}$$

$$\frac{\pi}{8} = \binom{\frac{1}{2}}{1}\cdot\frac{1}{3}\,.\,1-\binom{\frac{1}{2}}{2}\cdot\frac{1}{5}\,.\,2+\binom{\frac{1}{2}}{3}\cdot\frac{1}{7}\,.\,3-\dots \qquad \text{(V)}$$

# Geom. místo středů kolineací, které danou kuželosečku převádějí ve svazek kružnic.

Dr. *Jan Roháček.*

Mějme dvě roviny $\varrho$ a $\sigma$, které stojí na sobě kolmo a protínají se v ose $x$. V jedné rovině $\varrho$ zvolme kuželosečku na př. elipsu $e$ tak, že její hlavní osa $AB = 2a$ nalézá se v ose $x$, nebo je s ní rovno-




Obr. 1.

běžná tak, aby reálně protínala osu $x$ ve dvou bodech $I$, $J$. Těmito základními body v rovině $\sigma$ je dán svazek kružnic o ose $y$, jdoucí bodem $O$, který je současně průmětem vrcholů vedlejší osy elipsy $C$, $D$.

Každou kružnici $k$ svazku možno nyní přiřadit kolineací podle osy $x$ a určitého středu $V$ k pevné elipse $e$. Bodům $C$, $D$ elipsy přináležejí patrně body $M$, $N$ kružnice $k$, ve kterých přímka $y$ seče kružnici. Spojnice ($MC$, $ND$) resp. ($MD$, $NC$) určují pak hledaný střed kolineace $V$ resp. $V'$. Stanovme geom. m. těchto středů $V$, mění-li kružnice $k$ ve svazku svoji polohu.

Určitému bodu $P^0$, na kružnici $k$ vytknutému, odpovídati bude v kolineaci bod $P$ elipsy $e$. Tečně $t^0$ odpovídá tečna $t$, jejíž průmět kryje se s osou $x$. Stopník této tečny $T$ je v průsečíku $t^0$ s $x$ a jeho polára $p$ vzhledem k elipse, nebo vzhledem ke kružnici afinní $k^0$, opsané nad velkou osou $AB$, vytíná na ose $x$ sdružený pól $P_1$, který je společným průmětem dvou bodů elipsy, odpovídajících bodu $P$. Polára $p$ seče základní kružnici $k^0$ ve dvou reálných bodech $E$, $F$ a z délky $EP_1$, zkrácené podle poměru poloos $b/a$, možno výšku bodu $P$ stanoviti. Jak patrno z obrazu (obr. 1) možno tedy bod $P_1$ obdržeti přímo polárou bodu $T$ vzhledem k vytknuté kružnici $k$. Bod $P$ i jeho průmět $P_1$ se nemění pokud bod $T$ je pevný, čili délka tečny $TP$ stálá, to ale znamená, že bodu $P$ na elipse odpovídají v kolineacích všechny body kružnice $l^0$, která svazek kružnic $k$ seče ortogonálně a jejímž středem je bod $T$. Kružnice $l^0$ a bod $P$ jako vrchol tvoří kruhový šikmý kužel, jehož površky tvoří spojnice $PP^0$; průsek kužele s rovinou $\varrho'$, proloženou přímkou $y$ kolmo k $\sigma$, je hledaným geom. m. středů kolineací $V$. Průsekem je hyperbola, neboť rovina položená vrcholem $P$ rovnoběžně s $\varrho'$ protíná kužel ve dvou povrchových přímkách $PE$, $PF$, s nimiž jsou asymptoty hyperboly rovnoběžné. Ježto stopy tečných rovin podél těchto površek protínají se ve středu $O$, je střed elipsy zároveň středem hyperboly. Povrchové přímky $PG$, $PG'$ kužele, ležící v rovině elipsy $\varrho$, protínají rovinu $\varrho'$ ve vrcholech $C$, $D$ hyperboly, neboť spojnice $GE$, $G'F$ procházejí body $M^0$, $N^0$ na kružnici $k^0$ a délky ty jsou v elipse afinně přidruženy. Úhel asymptot je dán tg $\frac{1}{2}\alpha = \frac{1}{2}P_1E = a/b$ a ježto $a_1 = b$, je $b_1 = a$. Tedy vidíme, že geom. m. bodů, z nichž elipsa promítá se do roviny do svazku kruhového, je hyperbola v rovině na elipsu kolmé o společném středu, společných vrcholech $C$, $D$ a vyměněných poloosách.

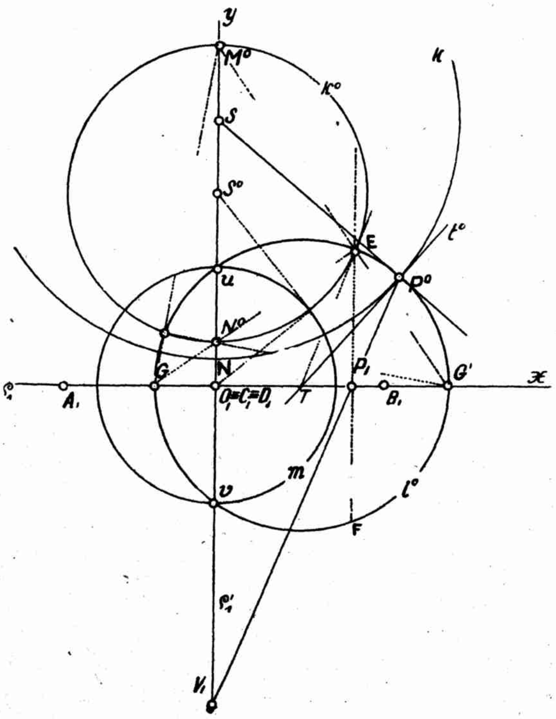
Ježto stopa tečné roviny kužele podél povrchové přímky $PP^0$ prochází středem $S$ kružnice $k$, vidíme, že tečna příslušného centra $V$ hyperboly má svoji stopu ve středu příslušné kružnice.

Kružnice $l$, sekoucí svazek kružnic $k$ ortogonálně tvoří svazek kružnic o imaginárních základních bodech, když elipsa osu $x$ seče reálně; neseče-li osu $x$ reálně má svazek kružnic $l$ reálné základní body. Tyto body jsou průsečíky hyperboly s osou $y$. Do svazku kružnic $l$ promítá se opět hyperbola z bodů elipsy $e$.

Dotýká-li se elipsa $e$ roviny $\sigma$ v bodě $D$ (obraz se ponechává čtenáři) pak svazek kružnic $k$ dotýká se v tomto bodě osy $x$ a svazek kružnic $l$, do něhož se hyperbola promítá, dotýká se opět osy $y$ v témže bodě $D$.

Neprotíná-li elipsa $e$ osu kolineační reálně, nýbrž imaginárně v bodech $I$, $J$ (obraz 2), bude jí odpovídati v kolineacích v rovině $\sigma$

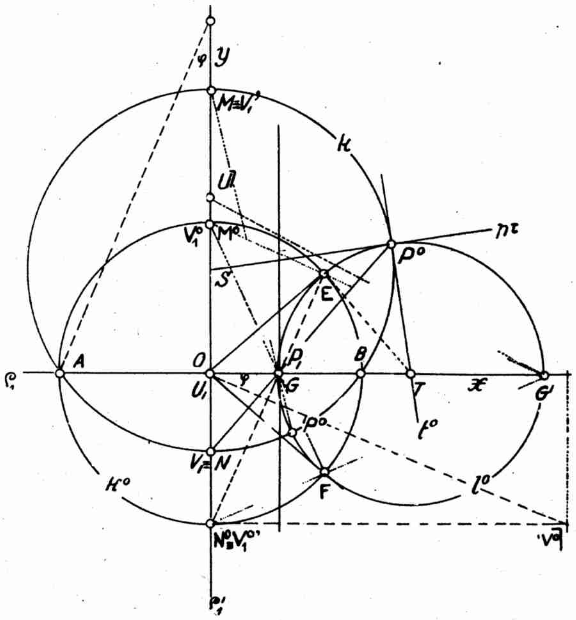
svazek kružnic $k$ o imaginárních základních bodech $I, J$. Tomuto svazku patří také kružnice $k^0$ o středu $S^0$ a poloměru $= a$, do níž promítá se elipsa z úběžného bodu $U^\infty$, jakožto průsečíku rovnoběžných spojnic $MC, ND$. Střed $S^0$ možno sestrojiti podle úměry $z_O : z_S = a : b$, kde $z_O$ je výška středu elipsy a $z_S$ je vzdálenost hledaného středu $S^0$ od osy $x$.




Obr. 2.

Kružnicí $k^0$ je kruhový svazek $k$ dán. Vytkneme-li nyní v tomto svazku jakoukoliv kružnici $k$ o středu $S$ a na ní libovolný bod $P^0$, přináleží mu na elipse kolineární bod $P$, jehož průmět $P_1$ se nalézá na ose $x$. Abychom jej sestrojili, veďme opět tečnu $t^0$ v bodě $P^0$ ke kružnici $k$ a vytkněme její stopník s osou $x \ldots T$. Z tohoto vedená tečna ke kružnici $k^0$ má dotyčné body $E, F$ a délku rovnou $TP^0$; jsou to body do nichž promítá se bod $P$ elipsy z úběžných bodů. Spustíme-li tedy kolmici z $E$ resp. $F$ na osu $x$, obdržíme průmět $P_1$ sdruženého bodu na elipse. Spojnice $PP^0$ vytíná pak opět na $y$ průmět hledaného centra $V$; body takové jsou opět dva, jedním promítá se elipsa do $k$ a druhým do $k'$ souměrně položené podle osy $x$.

Geom. m. bodů $V$ je opět hyperbola, neboť kružnice $l^0$ opsaná z bodu $T$ a kolmo svazek kružnic $k$ protínající je podstavou kuželové plochy o vrcholu $P$ a rovina $\varrho'_1 \equiv y$ seče jej v hyperbole, jejíž asymptoty jsou rovnoběžné s povrchovými přímkami $EP$, $FP$; tečné roviny podél těchto površek mají stopy ve spojnicích $S^0E$, $S^0F$, takže středy $S^0$, $S^{0\prime}$ jsou stopníky asymptot na ose $y$ a ježto do




Obr. 3.

středu $S^0$ promítá se střed elipsy z úběžného bodu, je střed hyperboly totožný se středem elipsy. Povrchové přímky $PG$, $PG'$ kuželové plochy sekou rovinu $\varrho'$ ve vrcholech $C$, $D$ hlavní osy hyperboly.

Kružnice $l$ tvoří svazek ortogon. kružnic, do něhož se promítá hyperbola z bodů elipsy $e$. Tomuto svazku přináleží též nejmenší kružnice $m$, která seče osu $y$ v nulových kružnicích $u$, $v$, v bodech to, v nichž hyperbola seče reálně osu $y$.

Je-li elipsa nahrazena kružnicí, pak příslušná hyperbola je rovnoosou.

Je-li konečně elipsa v rovině $\varrho$ vyměněna parabolou $p$ (obr. 3) s osou kolmou k $\sigma$, vrcholem $U$ a protínající osu $x$ nejprve ve dvou reálných bodech $A$, $B$, pak v rovině jakákoliv kružnice $k$ o středu $S$

a libovolného poloměru $SP^0$ procházející body $A, B$ může býti kolineárně parabole přiřazena: střed kolineace $V$ je opět v průsečíku spojnice $MU$ s kolmicí v $N$ na $\sigma$ vztyčenou (body $M$, $N$ jsou koncové body průměru kružnice $k$ v ose $y$), ježto tato kolmice je spojnice bodu $N$ s úběžným bodem paraboly: $MU \times NU \equiv V$, resp. $MU \times NU \equiv V'$.

Mění-li kružnice $k$ ve svazku polohu, vyplňují body $V$ geometrické místo. Jak vidno, jsou průměty bodů $V$ vždy v bodech $M, N$. Zvolíme-li na př. na kružnici bod $P^0$, pak jemu bude odpovídati v kolineaci na parabole bod $P$, jehož průmět $P$ na ose $x$ obdržíme v průsečíku spojnic $NP^0$, resp. $P^0M$. Svazku kružnic $k$ patří kružnice $k^0$ nad průměrem $AB$ opsaná; tuto seče kružnice $l^0$ o středu $T$ a poloměru rovném délce tečny $TP^0$ ortogonálně v bodech $E, F$, do nichž promítá se bod $P$ z bodů $V^0$, $V^{0\prime}$, jejichž průměty jsou v bodech $M^0, N^0$, ve kterých $k^0$ seče osu $y$; lze tedy body $P_1$ jednotlivě rýsovati pomocí pevné kružnice $k^0$ a proměnlivé kružnice $l$. Kružnice $l$ tvoří druhý svazek. Kružnice $l^0$ a bod $P$ určují opět kuželovou plochu ortogonálnou s površkou $PP_1$ kolmou k $\sigma$. Rovina $\varrho'$ jsouc s tečnou rovinou podél površky $PP_1$ rovnoběžná, seče kuželovou plochu v parabole $p'$, jakožto geom. m. středů kolineací $V$, které danou parabolu $p$ převádějí ve svazek kružnic $k$. Obě paraboly jsou shodné, neboť mají společnou osu, týž vrchol $U$ a stejný parametr (do bodů $M^0, N^0$ promítá se vrchol $U$ z bodů $V^0$, $V^{0\prime}$ paraboly $p'$, kteréžto body mají dvojnásobnou výšku nad $\sigma$ jako $U$; tečny k parabole $p'$ v bodech $V^0$, $V^{0\prime}$ jsou průsečnicemi roviny $\varrho'$ s rovinami tečnými kuželové plochy podél površek $PE$, $PF$, stopy těchto rovin protínají se ale v bodě $U$). Tedy paraboly jsou shodné o společném vrcholu a o $90^0$ otočené, z bodů jedné z nich promítá se druhá do svazků kruhových.

Kdyby roviny $\varrho$, $\sigma$ nestály na sobě kolmo a daná elipsa určena byla sdruženými průměry, pak postup řešení by byl týž a přidružené kuželosečky (hyperboly) obdrželi bychom ve průměrech sdružených.

---

## Steinerovy elipsy.

Prof. Dr. *V. Sukdol.*

Rovnice kuželosečky v trimetrických souřadnicích*) zní

$$a_{11}x_1^2 + 2a_{12}x_1x_2 + a_{22}x_2^2 + 2a_{13}x_1x_3 + 2a_{23}x_2x_3 + a_{33}x_3^2 = 0. \quad (1)$$

Pro převod souřadnic trimetrických na pravoúhlé platí transformační rovnice

*) Viz článek prof. Karla Koutského v *Rozhledech,* roč. II, str. 147.

$$kx_n = x \cos \varphi_n + y \sin \varphi_n - d_n, \ (n = 1, 2, 3), \tag{2}$$

při čemž

$$\varphi_2 - \varphi_3 = \alpha - 2R, \ \varphi_3 - \varphi_1 = \beta + 2R, \ \varphi_1 - \varphi_2 = \gamma - 2R, \tag{3}$$

značí-li $\alpha, \beta, \gamma$ úhly základního trojúhelníka.

Dosazením z (2) do (1) obdržíme rovnici dané kuželosečky v souřadnicích pravoúhlých:

$$b_{11}x^2 + 2b_{12}xy + b_{22}y^2 + 2b_{13}x + 2b_{23}y + b_{33} = 0, \tag{4}$$

kdež

$$Cb_{11} = \Sigma a_{mn} \cos \varphi_m \cos \varphi_n, \tag{5}$$
$$Cb_{12} = \Sigma a_{mn} \sin \varphi_m \cos \varphi_n, \tag{6}$$
$$Cb_{22} = \Sigma a_{mn} \sin \varphi_m \sin \varphi_n, \tag{7}$$
$$Cb_{13} = - \Sigma a_{mn} d_n \cos \varphi_m, \tag{8}$$
$$Cb_{23} = - \Sigma a_{mn} d_n \sin \varphi_m, \tag{9}$$
$$Cb_{33} = \Sigma a_{mn} d_m d_n, \ (m = 1, 2, 3 \ n = 1, 2, 3) \tag{10}$$

Při tom sluší pamatovati, že $a_{nm} = a_{mn}$.

Z rovnic (5) až (10) odvodíme tyto tři vztahy mezi koeficienty rovnic (1) a (4):

$$C(b_{11} + b_{22}) = a_{11} + a_{22} + a_{33} - 2a_{23} \cos \alpha - 2a_{13} \cos \beta - 2a_{12} \cos \gamma, \tag{11}$$

$$C^2 . \begin{vmatrix} b_{11}, & b_{12} \\ b_{12}, & b_{22} \end{vmatrix} = A_{11} \sin^2 \alpha + A_{22} \sin^2 \beta + A_{33} \sin^2 \gamma + \\ + 2A_{12} \sin \alpha \sin \beta + 2A_{13} \sin \alpha \sin \gamma + 2A_{23} \sin \beta \sin \gamma, \tag{12}$$

$$C^3 . \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{12} & b_{22} & b_{23} \\ b_{13} & b_{23} & b_{33} \end{vmatrix} = 4r^2 D \sin^2 \alpha \sin^2 \beta \sin^2 \gamma, \tag{13}$$

kdež značí

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{vmatrix},$$

$A_{mn}$ pak minory tohoto determinantu, $r$ poloměr kružnice opsané základnímu trojúhelníku.

Prochází-li kuželosečka vrcholem $A$ (1 : 0 : 0) základního trojúhelníka, jest $a_{11} = 0$; prochází-li vrcholem $B$ (0 : 1 : 0), jest $a_{22} = 0$; prochází-li vrcholem $C$ (0 : 0 : 1), jest $a_{33} = 0$. Je tedy rovnice kuželosečky opsané základnímu trojúhelníku

$$a_{12}x_1x_2 + a_{13}x_1x_3 + a_{23}x_2x_3 = 0. \tag{14}$$

Je-li přímka $BC \equiv x_1 = 0$ tečnou kuželosečky, jest

$$a_{23}^2 = a_{22}a_{33},$$

je-li $CA \equiv x_2 = 0$ tečnou, jest

$$a_{13}^2 = a_{11}a_{33},$$

a je-li $AB \equiv x_3 = 0$ tečnou, jest

$$a_{12}^2 = a_{11}a_{22}.$$

Je-li tedy kuželosečka (1) vepsána do základního trojúhelníka, platí

$$a_{12}a_{13}a_{23} = \pm\, a_{11}a_{22}a_{33}.$$

Znaménko musíme voliti —, neboť pro + by rovnice (1) nabyla tvaru

$$\left(\frac{x_1}{a_{23}} + \frac{x_2}{a_{13}} + \frac{x_3}{a_{12}}\right)^2 = 0$$

a značila by kuželosečku degenerovanou. Volíme-li tedy znaménko —, obdržíme rovnici kuželosečky vepsané do základního trojúhelníka

$$c_1^2x_1^2 - 2c_1c_2x_1x_2 + c_2^2x_2^2 - 2c_1c_3x_1x_3 - 2c_2c_3x_2x_3 + c_3^2x_3^2 = 0, \quad (15)$$

kdež jsme položili

$$c_1 = 1/a_{23},\ c_2 = 1/a_{13},\ c_3 = 1/a_{12}.$$

## I.

Po pevné přímce $p$, dané rovnicí

$$lx_1 + mx_2 + nx_3 = 0,$$

pohybuje se bod $P\,(p_1 : p_2 : p_3)$. Spojnice bodu $P$ s vrcholem $A$

$$p_3x_2 - p_2x_3 = 0$$

protne stranu $BC$ v bodě

$$A'\left(0, \frac{2rp_2 \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma}{p_2 \sin\beta + p_3 \sin\gamma}, \frac{2rp_3 \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma}{p_2 \sin\beta + p_3 \sin\gamma}\right).$$

Sestrojme bod $A''$ souměrný s bodem $A'$ podle středu $S'$ $(0, r \sin\gamma \sin\alpha,\ r \sin\alpha \sin\beta)$ strany $BC$:

$$A''\left(0, \frac{2rp_3 \sin\alpha \sin^2\gamma}{p_2 \sin\beta + p_3 \sin\gamma}, \frac{2rp_2 \sin\alpha \sin^2\beta}{p_2 \sin\beta + p_3 \sin\gamma}\right).$$

Spojnice $AA''$ pak má rovnici

$$p_2x_2 \sin^2\beta - p_3x_3 \sin^2\gamma = 0. \quad (16)$$

Spojnice bodu $P$ s vrcholem $B$

$$p_1x_3 - p_3x_1 = 0$$

protne stranu $CA$ v bodě

$$B'\left(\frac{2rp_1 \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma}{p_3 \sin\gamma + p_1 \sin\alpha}, 0, \frac{2rp_3 \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma}{p_3 \sin\gamma + p_1 \sin\alpha}\right).$$

Bod $B''$ souměrný s bodem $B'$ podle středu $S''$ $(r \sin\beta \sin\gamma,\ 0,$

$r \sin\alpha \sin\beta$) strany $CA$ má souřadnice

$$B''\left(\frac{2rp_3 \sin\beta \sin^2\gamma}{p_3 \sin\gamma + p_1 \sin\alpha},\ 0,\ \frac{2rp_1 \sin^2\alpha \sin\beta}{p_3 \sin\gamma + p_1 \sin\alpha}\right).$$

Spojnice $BB''$ má rovnici

$$p_3 x_3 \sin^2\gamma - p_1 x_1 \sin^2\alpha = 0. \tag{17}$$

Spojnice bodu $P$ s vrcholem $C$

$$p_2 x_1 - p_1 x_2 = 0$$

protne stranu $AB$ v bodě

$$C'\left(\frac{2rp_1 \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma}{p_1 \sin\alpha + p_2 \sin\beta},\ \frac{2rp_2 \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma}{p_1 \sin\alpha + p_2 \sin\beta},\ 0\right).$$

Bod $C''$ souměrný s bodem $C'$ podle středu $S'''$ ($r \sin\beta \sin\gamma$, $r \sin\alpha \sin\gamma$, 0) strany $AB$ má souřadnice

$$C''\left(\frac{2rp_2 \sin^2\beta \sin\gamma}{p_1 \sin\alpha + p_2 \sin\beta},\ \frac{2rp_1 \sin^2\alpha \sin\gamma}{p_1 \sin\alpha + p_2 \sin\beta},\ 0\right).$$

Spojnice $CC''$ má rovnici

$$p_1 x_1 \sin^2\alpha - p_2 x_2 \sin^2\beta = 0. \tag{18}$$

Poněvadž se determinant

$$\begin{vmatrix} 0 & p_2 \sin^2\beta & -p_3 \sin^2\gamma \\ -p_1 \sin^2\alpha & 0 & p_3 \sin^2\gamma \\ p_1 \sin^2\alpha & -p_2 \sin^2\beta & 0 \end{vmatrix}$$

identicky rovná nule, procházejí přímky $AA''$, $BB''$, $CC''$ jedním bodem $P'$, jehož souřadnice jsou

$$p'_1 : p'_2 : p'_3 = p_2 p_3 \sin^2\beta \sin^2\gamma : p_3 p_1 \sin^2\gamma \sin^2\alpha : p_1 p_2 \sin^2\alpha \sin^2\beta.$$

Co je geom. místem bodu $P'$, pohybuje-li se bod $P$ po pevné přímce $p$?

Eliminací $p_1, p_2, p_3$ z rovnic

$$\begin{aligned} lp_1 + mp_2 + np_3 &= 0, \\ kx_1 &= p_2 p_3 \sin^2\beta \sin^2\gamma, \\ kx_2 &= p_3 p_1 \sin^2\gamma \sin^2\alpha, \\ kx_3 &= p_1 p_2 \sin^2\alpha \sin^2\beta \end{aligned}$$

obdržíme rovnici hledaného geom. místa

$$\frac{n}{\sin^2\gamma} x_1 x_2 + \frac{m}{\sin^2\beta} x_1 x_3 + \frac{l}{\sin^2\alpha} x_2 x_3 = 0. \tag{19}$$

**Je to kuželosečka opsaná základnímu trojúhelníku. Ke každé obecné přímce $p$ lze sestrojiti jednu korespondující kuželosečku opsanou trojúhelníku $ABC$ a naopak každé kuželosečce opsané $\triangle ABC$**

odpovídá určitá přímka $p$. Na př. přímce úběžné, jejíž rovnice zní

$$x_1 \sin \alpha + x_2 \sin \beta + x_3 \sin \gamma = 0, \tag{20}$$

odpovídá kuželosečka

$$\frac{x_1 x_2}{\sin \gamma} + \frac{x_1 x_3}{\sin \beta} + \frac{x_2 x_3}{\sin \alpha} = 0. \tag{21}$$

Anebo kuželosečce

$$x_1 x_2 \sin \gamma + x_1 x_3 \sin \beta + x_2 x_3 \sin \alpha = 0, \tag{22}$$

t. j. kružnici opsané $\triangle ABC$, odpovídá přímka

$$x_1 \sin^3 \alpha + x_2 \sin^3 \beta + x_3 \sin^3 \gamma = 0. \tag{23}$$

Průsečíky úběžné přímky s kuželosečkou (19) jsou buď dva reálné body různé — hyperbola, nebo splývající — parabola, anebo dva imaginární body — elipsa, podle toho, je-li

$$\left(\frac{l}{\sin \alpha} - \frac{m}{\sin \beta} + \frac{n}{\sin \gamma}\right)^2 \gtreqless \frac{4ln}{\sin \alpha \sin \gamma}. \tag{24}$$

To však je zároveň podmínka, aby přímka $p$, daná rovnicí

$$lx_1 + mx_2 + nx_3 = 0, \tag{25}$$

příslušná ke kuželosečce (19), protínala kuželosečku (21) buď ve dvou reálných bodech různých nebo splývajících anebo ve dvou bodech imaginárních.

Užijeme-li kriteria (24) na kuželosečku (21), vidíme, že je to elipsa.

Tedy kuželosečka opsaná $\triangle ABC$ je hyperbola, parabola nebo elipsa podle toho, je-li k ní příslušná přímka $p$ sečnou, tečnou nebo nesečnou elipsy (21).

Tato význačná elipsa má ze všech elips opsaných $\triangle ABC$ nejmenší obsah a nazývá se elipsa *Steinerova*. Analytický důkaz tohoto tvrzení provedeme takto:

Transformujme trimetrické souřadnice na pravoúhlé tak, aby rovnice (19) nabyla tvaru

$$b^2x^2 + a^2y^2 - a^2b^2 = 0. \tag{26}$$

Pro tuto transformaci nabudou vztahy (11), (12) a (13) tvaru

$$C\,(a^2 + b^2) = -2\left(\frac{l \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} + \frac{m \cos \beta}{\sin^2 \beta} + \frac{n \cos \gamma}{\sin^2 \gamma}\right), \tag{11'}$$

$$C^2a^2b^2 = -\frac{l^2}{\sin^2 \alpha} - \frac{m^2}{\sin^2 \beta} - \frac{n^2}{\sin^2 \gamma} + 2\frac{lm}{\sin \alpha \sin \beta} + $$

$$+ 2\frac{mn}{\sin \beta \sin \gamma} + 2\frac{nl}{\sin \gamma \sin \alpha}, \tag{12'}$$

$$-C^3a^4b^4 = 8r^2lmn. \tag{13'}$$

Eliminací $C$ z rovnic (12′) a (13′) plyne

$$a^2b^2 = \frac{64r^4l^2m^2n^2}{\left(-\frac{l^2}{\sin^2\alpha}-\frac{m^2}{\sin^2\beta}-\frac{n^2}{\sin^2\gamma}+\frac{2lm}{\sin\alpha\sin\beta}+\frac{2mn}{\sin\beta\sin\gamma}+\frac{2nl}{\sin\gamma\sin\alpha}\right)^3}. \tag{27}$$

Položme

$$l = nu^3\sin\alpha,\quad m = nv^3\sin\beta. \tag{28}$$

Pak jest

$$ab = \frac{8r^2\sin^2\alpha\sin^2\beta}{\left(-u^4v^{-2}-u^{-2}v^4-\frac{u^{-2}v^{-2}}{\sin^2\gamma}+2uv+\frac{2u^{-2}v}{\sin\gamma}+\frac{2uv^{-2}}{\sin\gamma}\right)^3}. \tag{29}$$

Obsah elipsy $E = \pi ab$ bude tedy minimální, nabude-li maximální hodnoty funkce

$$\mathrm{f}(u, v) = -u^4v^{-2}-u^{-2}v^4-\frac{u^{-2}v^{-2}}{\sin^2\gamma}+2uv+\frac{2u^{-2}v}{\sin\gamma}+\frac{2uv^{-2}}{\sin\gamma}.$$

To nastane, budou-li současně splněny podmínky

$$\frac{\partial\mathrm{f}}{\partial u} = 0,\quad \frac{\partial\mathrm{f}}{\partial v} = 0, \tag{30}$$

$$\frac{\partial^2\mathrm{f}}{\partial u^2} < 0,\quad \frac{\partial^2\mathrm{f}}{\partial v^2} < 0, \tag{31}$$

$$\left(\frac{\partial^2\mathrm{f}}{\partial u\partial v}\right)^2-\frac{\partial^2\mathrm{f}}{\partial u^2}\cdot\frac{\partial^2\mathrm{f}}{\partial v^2} < 0. \tag{32}$$

Podmínky (30) vedou k rovnicím

$$-4u^6+2v^6+2u^3v^3+2\frac{u^3}{\sin\gamma}-4\frac{v^3}{\sin\gamma}+\frac{2}{\sin^2\gamma} = 0,$$

$$2u^6-4v^6+2u^3v^3-4\frac{u^3}{\sin\gamma}+2\frac{v^3}{\sin\gamma}+\frac{2}{\sin^2\gamma} = 0,$$

z nichž plynou řešení

*a)* $u^3 = v^3 = 1/\sin\gamma$,
*b)* $u^3 = 0,\ v^3 = 1/\sin\gamma$,
*c)* $u^3 = 1/\sin\gamma,\ v^3 = 0$,
*d)* $u^3 = v^3 = \infty$.

**Z těchto řešení vyhovuje podmínkám (31) a (32) jenom řešení *a)*. Je tedy podle (28) pro elipsu minimálního obsahu, opsanou $\triangle ABC$,**

$$l = \frac{n\sin\alpha}{\sin\gamma},\quad m = \frac{n\sin\beta}{\sin\gamma}, \tag{33}$$

takže rovnice *Steinerovy* elipsy nám vychází

$$\frac{x_1x_2}{\sin\gamma}+\frac{x_1x_3}{\sin\beta}+\frac{x_2x_3}{\sin\alpha}=0$$

a rovnice přímky $p$, jí příslušné,

$$x_1\sin\alpha+x_2\sin\beta+x_3\sin\gamma=0$$

shodně s (21) a (20).

Střed *Steinerovy* elipsy (21) najdeme, uvážíme-li, že střed kuželosečky je pólem úběžné přímky (20). Polára bodu $S$ ($s_1 : s_2 : s_3$) vzhledem k elipse (21) má rovnici

$$(s_2\sin\beta+s_3\sin\gamma)\,x_1\sin\alpha+(s_3\sin\gamma+s_1\sin\alpha)\,x_2\sin\beta+$$
$$+\,(s_1\sin\alpha+s_2\sin\beta)\,x_3\sin\gamma=0.$$

Má-li býti tato rovnice totožná s rovnicí (20), musí býti

$$s_2\sin\beta+s_3\sin\gamma=s_3\sin\gamma+s_1\sin\alpha=s_1\sin\alpha+s_2\sin\beta,$$

z čehož souřadnice středu elipsy

$$s_1 : s_2 : s_3=\sin\beta\sin\gamma : \sin\alpha\sin\gamma : \sin\alpha\sin\beta.$$

Ale to jsou souřadnice těžiště základního trojúhelníka.

Má tedy *Steinerova* elipsa opsaná $\triangle ABC$ střed v jeho těžišti. Označíme-li levou stranu rovnice (21) $F(x_1, x_2, x_3)$, má průměr sdružený s průměrem

$$h_1x_1+h_2x_2+h_3x_3=0 \tag{34}$$

rovnici

$$\begin{vmatrix} h_2 & h_3 \\ \sin\beta & \sin\gamma \end{vmatrix}\frac{\partial F}{\partial x_1}+\begin{vmatrix} h_3 & h_1 \\ \sin\gamma & \sin\alpha \end{vmatrix}\frac{\partial F}{\partial x_2}+\begin{vmatrix} h_1 & h_2 \\ \sin\alpha & \sin\beta \end{vmatrix}\frac{\partial F}{\partial x_3}=0. \tag{35}$$

Podle toho na př. těžnice příslušná straně $BC$, daná rovnicí

$$x_2\sin\beta-x_3\sin\gamma=0, \tag{36}$$

má sdružený průměr v elipse (21) daný rovnicí

$$-2x_1\sin\alpha+x_2\sin\beta+x_3\sin\gamma=0. \tag{37}$$

Vidíme, že je to rovnice rovnoběžky s přímkou $x_1=0$, t. j. se stranou $BC$. Tedy těžnice a rovnoběžka s příslušnou stranou, vedená těžištěm, tvoří pár sdružených průměrů elipsy *Steinerovy*, opsané trojúhelníku.

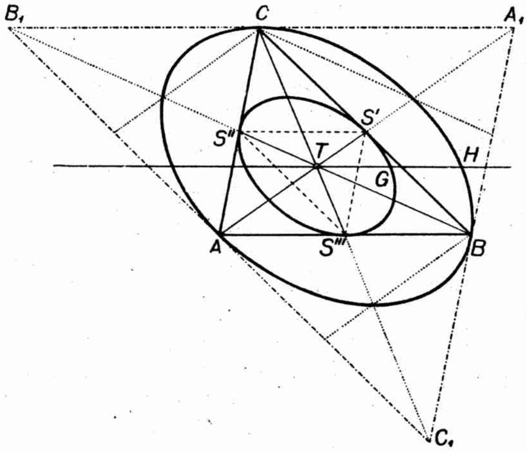
Výpočtem vzdálenosti průsečíku $H$ přímky (37) s elipsou (21) od těžiště $T$ nalezneme délku poloměru $\varrho_1=TH=\dfrac{2r\sin\alpha}{\sqrt{3}}$; délka sdruženého poloměru $\varrho_2=TA=\frac{2}{3}t_a$.

Dosadíme-li do (29) za $u, v$ vypočtené hodnoty, obdržíme pro obsah *Steinerovy* elipsy opsané $\triangle ABC$ hodnotu

$$E = \frac{4\pi\Delta}{3\sqrt{3}},$$

kdež $\Delta$ značí obsah $\triangle ABC$.

Z rovnic (11′), (12′), (13′) vypočteme dosazením hodnot (33) délky poloos Steinerovy elipsy opsané $\triangle ABC$




$$. \tfrac{1}{3}r \Big[\sqrt{2\,(\sin^2\alpha + \sin^2\beta + \sin^2\gamma + 2\sqrt{3}\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma)} \pm \sqrt{2\,(\sin^2\alpha + \sin^2\beta + \sin^2\gamma - 2\sqrt{3}\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma)}\Big]. \quad (38)$$

Lineárná výstřednost pak jest

$$e = \tfrac{2}{9}2r\sqrt{2\,[(\sin^2\alpha + \sin^2\beta + \sin^2\gamma)^2 - 12\sin^2\alpha\sin^2\beta\sin^2\gamma]}. \quad (39)$$

Přímka, vedená vrcholem $A$ základního trojúhelníka rovnoběžně s protější stranou $BC$, má rovnici

$$x_2 \sin\beta + x_3 \sin\gamma = 0.$$

Snadno se přesvědčíme, že je tato přímka tečnou *Steinerovy* elipsy (21); podobně i rovnoběžky vedené vrcholy $B$ a $C$ k příslušným stranám. Je tedy *Steinerova* elipsa opsaná $\triangle ABC$ vepsána do $\triangle A_1B_1C_1$, jehož strany procházejí vrcholy $\triangle ABC$ rovnoběžně s příslušnými stranami. (**Příště dokončení.**)

R.48

# Z astronomie dvojhvězd.

Napsal Dr. *B. Hacar.*

Výpočet drah těles nebeských je jedním z nejdůležitějších i nejzajímavějších úkolů astromechaniky. Pro tělesa sluneční soustavy — planety a komety — je úkol ten sice zjednodušen po té stránce, že centrální těleso, ovládající jejich pohyby, má hmotu tak obrovskou, že hmoty planet někdy, komet pak vždycky lze zanedbati vůči ní, po druhé stránce však je komplikován jednak tím, že stanovisko, z něhož polohy planet na obloze určujeme — naše Země — je pohyblivé, jednak i tím, že přirozeně na přesnost vypočtených drah činíme značné nároky. Jinak jest tomu u dvojhvězd. Zde pohyblivost našeho stanoviska a její projev — paralaxa stálic — prakticky vůbec nepřichází v úvahu a přesnost, kterou můžeme požadovati, jest obmezena pozorovacími chybami, jejichž velikost — vůči rozměrům dvojhvězdné dráhy — zpravidla je velmi značná. Právě z těchto důvodů hodí se však dobře výpočet dvojhvězdné dráhy za úvodní ukázku výpočtu dráhy tělesa nebeského.

Základem nebeské mechaniky je gravitační zákon Newtonův. Z něho plynou i známé tři zákony Keplerovy. Historie šla, jak víme, směrem opačným: nejprve *Kepler* nalezl empiricky své zákony a pak teprve *Newton* objevil, že existuje zákon vyšší, jehož jsou důsledkem. Třetí zákon Keplerův tak, jak jej Kepler formuloval a jak se mu zpravidla ve škole učíme, je vlastně nepřesný. V té — obyčejné — formulaci platí totiž jen pro soustavu sluneční a soustavy jí podobné, t. j. takové, v nichž hmotu oběžnice vůči centrálnímu tělesu lze zanedbati. Všude jinde nutno užíti obecného zákona Keplerova.[1]) Ten praví, že třetí mocnina velké poloosy je úměrna součinu ze čtverce doby oběžné a součtu hmot centrální hvězdy a oběžnice, tedy

$$a^3 = C \, . \, P^2 \, (M + m).$$

V obr. 1 budiž $S$ hlavní hvězda, elipsa $ALP$ dráha obíhající složky, $A$ apastron, $P$ periastron, tedy $AP$ velká osa elipsy čili **apsidová čára**. Je-li dále $O$ střed elipsy, $OA = OP = a$ velká poloosa, $OS = e$ výstřednost a $e = a\varepsilon$, kde $\varepsilon$ je t. zv. **číselná výstřednost**. Nejkratší vzdálenost družice od hlavní hvězdy jest $SP = OP - OS = a\,(1 - \varepsilon)$, nejdelší $SA = OA + OS = a\,(1 + \varepsilon)$. Aritmetický střed těchto obou hodnot $= a$. V této střední vzdálenosti jest družice, když prochází koncem malé osy. Je-li družice v bodě $L$, tu spojnice $SL$ sluje průvodič (radius vector) a jeho úhel s velkou osou $\measuredangle\, LSP = v$ jest **pravá anomalie** družice. Tento úhel roste ve smyslu pohybu družice od 0 do 360°. Veličiny $r$ a $v$

[1]) Strouhal, Mechanika, 1901. S. 361.

jsou polárné souřadnice družice vzhledem k hlavní hvězdě $S$ jakožto počátku a k apsidové čáře $AP$ jakožto ose. Z obr. 1 plyne pak přímo $SI = OI - OS$ čili

$$r \cos v = a \cos E - a\varepsilon, \tag{1}$$

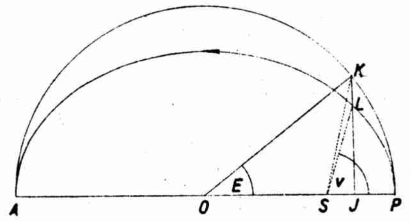
kde $\sphericalangle KOP = E$ je excentrická anomalie družice. Hodnotu $\cos v$ z této rovnice vyjádřenou dosaďme do ohniskové polární rovnice elipsy

$$r = \frac{a\,(1 - \varepsilon^2)}{1 + \varepsilon \cos v},$$

čímž obdržíme

$$r = a - a\varepsilon \cos E. \tag{2}$$

Sečtením a odečtením rovnic (1) a (2) dostaneme




Obr. 1.

$$r\,(1 + \cos v) = a\,(1 - \varepsilon)\,(1 + \cos E),$$
$$r\,(1 - \cos v) = a\,(1 + \varepsilon)\,(1 - \cos E),$$

obě strany dělme 2 a odmocněme:

$$\sqrt{r} \cos \tfrac{1}{2}v = \sqrt{a\,(1 - \varepsilon)} \cos \tfrac{1}{2}E,$$
$$\sqrt{r} \sin \tfrac{1}{2}v = \sqrt{a\,(1 + \varepsilon)} \sin \tfrac{1}{2}E.$$

Vzájemné dělení těchto rovnic dává

$$\tan \tfrac{1}{2}v = \sqrt{\frac{1 + \varepsilon}{1 - e}} \tan \tfrac{1}{2}E, \tag{3}$$

a jich znásobení

$$r \sin v = a \sqrt{1 - \varepsilon^2} \sin E. \tag{4}$$

Srovnáme-li plošný obsah elipsy $F$ s obsahem kruhu o poloměru $a$, plyne[2])

$$PIL : PIK = b : a = F : \pi a^2.$$

Podobně platí

$$\triangle\, SIL : \triangle\, SIK = b : a$$

[2]) Srv. Vojtěch, Geometrie pro VII. tř. 79.

a tudíž poměr excentrické výseče eliptické k výseči kruhové

$$SPL : SPK = F : \pi a^2.$$

Označíme-li dále $P$ dobu oběžnou a $t$ dobu, která uplynula od průchodu družice periastrem, dostaneme z 2. zákona Keplerova

$$P : t = F : SPL = \pi a^2 : SPK$$

a ježto

$$\begin{aligned} SPK &= OPK - OSK \\ &= \tfrac{1}{2}OP \,.\, PK - \tfrac{1}{2}OS \,.\, IK, \\ &= \tfrac{1}{2}a \,.\, aE - \tfrac{1}{2}a\varepsilon \,.\, a \sin E, \end{aligned}$$

jest dále

$$P : t = 2\pi : (E - \varepsilon \sin E).$$

Položíme-li ještě $2\pi t/P = \mu t = M$, dostáváme rovnici

$$M = E - \varepsilon \sin E, \tag{5}$$

známou to rovnici Keplerovu. $M$ jest střední anomalie, $\mu$ střední pohyb družice. Známe-li pravou anomalii $v$, tu z rovnice (3) vypočteme excentrickou anomalii $E$, načež z rovnice (5) plyne střední anomalie a tudíž i čas uplynulý od průchodu periastrem, neboť veličinu $2\pi/P = \mu$ pokládáme za známou.

Přikročme nyní k určení dráhy družice. Mikrometricky měřené polohy družice vztahujeme na hlavní hvězdu jakožto počátek polárných souřadnic, totiž vzdálenosti vyjádřené v obloukových sekundách a posičního úhlu měřeného od hodinového kruhu hvězdy ve směru sever — východ — jih — západ. Nemůže býti úkolem těchto řádků podati návod k redukci pozorování. Zde hraje roli síla a jakost užitého stroje, dovednost pozorovatelova, vlivy atmosférické a j. Na posiční úhel a vzdálenost složek má vliv také precese a vlastní pohyb hvězdy. A to jest vliv precese na posiční úhel dán vztahem

$$\Delta\Theta = -0{,}00557 \sin \alpha \sec \delta \,.\, (t - t_0),$$

vliv vlastního pohybu $\mu_p$ vztahem

$$\Delta\Theta' = \mu_p \sin \delta \,.\, (t - t_0),$$

kde $\alpha$ je rektascense, $\delta$ deklinace, $\mu_p$ vlastní roční pohyb v obl. sekundách, $t_0$ a $t$ doby. Těmito korekcemi převádíme hodnotu posičního úhlu měřenou v době $t$ na epochu $t_0$. Poněvadž tyto korekce závisí na sec $\delta$ či na sin $\delta$, lze je u hvězd nepříliš vzdálených od rovníka zanedbati, pokud ovšem pozorování nejsou příliš vzdálena od epochy a pokud vlastní pohyb soustavy není příliš značný.

Pozorování, o něž opíráme výpočet dráhy, bývá obyčejně značný počet. Z nich vypočteme roční středy a ty pak — zpravidla grafickou interpolací — přepočteme na začátky let, v nichž byla učiněna. Tento postup ukážeme později na příkladě. Vlastní úloha: na základě takto redukovaných pozorování vypočísti skutečnou dráhu družice, rozpadá se na dvě části: 1. na určení zdánlivé elipsy, t. j. kolmého průmětu elipsy skutečné do báně nebeské, 2. na určení skutečné elipsy z tohoto průmětu. Obě části lze řešiti buď graficky nebo počtem. Obecná rovnice elipsy je dána pěti body, neboť obsahuje 5 konstant, jež nutno určiti. V teorii by tudíž stačilo pět pozorování. V praxi však vezmeme jich tolik, kolik jich máme k disposici a konstanty pak určíme metodou nejmenších čtverců. Ve skutečnosti jest však skorem vždy výhodnější metoda grafická. K tomu cíli zaneseme na papír jednotlivé roční středy podle posičního úhlu a vzdálenosti do soustavy souřadnic, v jejímž počátku je hlavní hvězda. Tak dostaneme křivolakou, celkovou konturou však elipse více méně podobnou čáru, načež vedeme skutečnou elipsu, která by k této čáře co nejvíce se přimykala a při tom vyhovovala druhému zákonu Keplerovu. Nemáme-li po ruce elipsografu, můžeme si vypomoci dvěma rýsovacími hřebíčky a nití, a nemáme-li planimetru, pomůžeme si tak, že elipsu okopírujeme na karton, pak z ní vystřihneme několik výsečí příslušných ke stejným časovým intervalům a vážením na citlivých vážkách se přesvědčíme, zda zákon o konstantní plošné rychlosti je splněn. Je-li tomu tak, přikročíme k druhé části úlohy, t. j. k výpočtu skutečné dráhy dvojhvězdy. Metod k tomu cíli vedoucích bylo vymyšleno mnoho. První a to čistě analytickou metodu popsal Francouz *Savary* (1830), který ji později aplikoval na dvojhvězdu $\xi$ Ursae maj. Něco později uveřejnil *Encke* jinou metodu, připínající se těsněji k ortodoxním metodám výpočtu drah těles nebeských, která předpokládá znalost 4 úplných pozorování. Encke jí použil k výpočtu dráhy dvojhvězdy *70 Oph.* Obě metody jsou vtipné, ale zdlouhavé. Naproti tomu metoda, kterou r. 1832 publikoval sir *John Herschel* ve Zprávách král. Astronomické Společnosti v Londýně, „zasluhuje," jak praví *Airy*, „aby co do elegance a praktické používatelnosti, byla kladena před každou jinou, dosud uveřejněnou." Dále jsou to metody, které podali *Villarceau*, *Mädler*, *Klinkerfues*, *Thiele*, *Kowalsky*, *Glasenapp*, *Seeliger*, *Zwiers*, *Doberck*, *Henroteau*, *Stewart*, nejnověji pak *K. Laves*[3]) a *C. Parvulesco*.[4]) Některé z těchto metod jsou převážně analytické, jiné, jako na př. Zwiersova, téměř výlučně grafické. Metoda Herschelova jest asi uprostřed a již tím hodí se dobře za ukázku výpočtu dráhy tělesa nebeského. Její rozbor podává na př. *André* ve své „Traité d'astronomie stellaire" II. sv., ale zvlášť přístupně *T. Lewis* v časopise „The Observatory" roč. 1908.

[3]) Eine neue graphische Methode z. Bestimmung v. Doppelsternbahnen. A. N. Bd. 227. S. 321 a násl.

[4]) Méthode nouvelle pour calculer les orbites des étoiles doubles. Bull. de l'Obs. de Lyon. X. S. 49 a násl.

Z nejnovějších vyniká jednoduchostí zejména metoda Lavesova, ostatně Herschelově dosti příbuzná. Postup, s nímž zamýšlím zde seznámiti čtenáře, jest v podstatě jakási kombinace metody Herschelovy a Lavesovy.

Elementy dvojhvězdné dráhy, o jejichž určení se nám jedná, jsou:

$P$, doba oběžná (perioda), vyjádřená ve středních slunečních rocích.

$T$, okamžik průchodu složky periastrem (epocha).

$\varepsilon$, číselná výstřednost.

$a$, velká poloosa v obloukových sekundách.

$\Omega$, posiční úhel uzlové přímky, t. j. přímky, v níž seče dráha dvojhvězdy sféru nebeskou. Čítá se od $0^0$ do $180^0$.

$\omega$, délka periastra, t. j. úhel sevřený uzlovou přímkou a čarou apsid, a to od uzlu k periastru ve směru pohybu od 0 do $360^0$.

$i$, sklon dráhy k báni nebeské. Čítá se od 0 do $\pm 90^0$. Zde platí znaménko $+$, jestliže družice po průchodu uzlem se vzdaluje od pozorovatele, —, jestliže se přibližuje. Tuto neurčitost lze odstraniti pouze měřením radiálné rychlosti složky.

$\mu$, střední roční pohyb vyjádřený ve stupních. Je buď přímý, rostou-li úhly, nebo zpětný, zmenšují-li se.

(Příště dokončení.)

---

## O praktickém významu geofysiky.

Dr. *Čeněk Kohlmann.*

(Dokončení.)

Magnetické vlastnosti některých minerálů nabadaly takřka samy, aby se použilo magnetky k hledání míst k těžbě způsobilých. Při měřeních magnetických počínáme si analogicky jako při měřeních tíže. Země totiž chová se jako veliký magnet, jehož teoretické pole magnetické je rušeno místním rozložením magneticky účinných hmot. Nejjednodušším přístrojem pro měření magnetických variací je variometr Kohlrauschův, který se skládá z busoly umístěné centricky nad horizontálním magnetem, který možno otáčeti a posunovati podle svislé osy, spojující střed busoly se středem magnetu. Stroj postaví se tak, aby magnet byl v magnetickém poledníku. Potom přibližováním nebo vzdalováním magnetu od busoly docílíme toho, že magnetka busoly zaujme stejný směr s magnetem. Tuto polohu nazýváme nulovou. Otočíme-li nyní magnet o úhel $\varphi$ (asi $30^0$), takže magnetka se postaví kolmo na směr magnetu, působí tento na magnetku silou

$$H = C \cdot \cos \varphi,$$

kde $C$ představuje sílu závislou jednak na magnetickém momentu magnetu, jednak na vzdálenosti středů magnetu a magnetky. Pokud tyto se nemění, lze považovati $C$ za konstantní. $H$ pak jest horizontální složkou zemského magnetismu. Předpokládejme nyní, že stanovili jsme úhel $\varphi$ v místě $X$ s horizontální intensitou $H_0$. Stejný experiment provedeme v místě $Y$ s horizontální intensitou $H$ a zjistíme, že magnetka nestojí kolmo na směr magnetu, nýbrž odchyluje se od tohoto o jistý malý úhel $\delta$, takže

$$H = C \cdot \cos(\varphi - \delta)$$

a odtud konečně pro změnu horiz. intensity dostáváme formuli

$$\frac{H - H_0}{H_0} = \operatorname{tg} \varphi \cdot \sin \delta,$$

jak snadno dokážeme vhodnou úpravou neberouce zřetel k členům druhého stupně ($\sin^2 \frac{1}{2}\delta$) jakožto velmi nepatrným. Velmi vhodným přístrojem k měření variací magnetických je dvojkompas Bidlingmaierův, pozůstávající ze dvou centricky nad sebou umístěných busol, jejichž magnetky o momentech $M$ a $M'$ tvoří s magnetickým poledníkem úhly $\varphi$ a $\varphi'$. Položíme-li

$$\varphi + \varphi' = \psi,$$

platí rovnice

$$H \cdot \sin \varphi = K \cdot M' \cdot \sin \psi,$$
$$H \cdot \sin \varphi' = K \cdot M \cdot \sin \psi,$$

kde $K$ závisí na vzdálenosti a magnetismu obou magnetek. Odtud pak plyne pro změnu horizontální intensity vzorec

$$\frac{H - H_0}{H_0} = 2 \cdot \sin \frac{\psi - \psi'}{4} \cdot \operatorname{tg} \frac{\psi}{2},$$

kde $H_0$ je známá horiz. intensita. Úhel $\omega$ lze měniti změnou vzdáleností obou busol. Vhodnou volbou úhlu $\psi$ zvýšíme citlivost stroje, a to čím je menší $\psi$, tím větší je citlivost stroje. Z jiných v praksi použitých přístrojů zasluhují zmínky vážky Schmidtovy a Tibergovy. Měřeními tohoto druhu lze zjistiti toliko rozlohu ložiska nikoli však hloubku, poněvadž neznáme ani tvar, ani magnetickou působnost rudy. Metod těchto bylo s úspěchem použito ve Skandinavii při zjišťování tamních ložisek magnetických rud. Vedle zjišťování ložisek železných rud a rud magnetických lze jich užíti ke zjišťování geotektonických poruch, tvaru a sklonu podzemních vrstev a pod. Jisto je, že v budoucnu přinese studium magnetického pole zemského překvapující výsledky jak pro geologii tak geofysiku.

Metody radioaktivní jsou úplně nové a nedosti vyzkoušené. Jak všeobecně známo, obsahují všechny vrstvy zemské větší či menší množství látek radioaktivních, které vysílají do svého okolí částečky elektricky nabité, které ionisujíce vzduch činí jej vodivým. Vodivost vzduchu zkouší se elektroskopem, který je podstatnou částí všech tu užívaných přístrojů. Čím dříve se vybije nabitý elektroskop, jímž prochází ionisovaný vzduch, tím je tento bohatší na radioaktivní látky, zejména na radiovou emanaci, která se v přírodě vyskytuje ve větším množství nad rudnými ložisky, puklinami a termálními zřídly. Lze tedy těchto metod s výhodou užíti k jejich zjištění; jsou nejen velmi levné, ale i snadno a rychle proveditelné.

Měření termická zakládají se na poznatku, že do hloubky zemské přibývá teploty. Poznalo se, že geotermický stupeň[2]) není veličinou konstantní, nýbrž závisí podstatně na hmotách, jimiž prostupujeme. Blížíme-li se na př. při vrtání ložiskům nafty, soli a uhlí, geotermický stupeň klesá, t. j. teploty do hloubky přibývá rychleji. Také ve vulkanických oblastech bývá geotermický stupeň nižší. Za to na př. v měděných dolech kanadských u Hořejšího Jezera přesahuje geotermický stupeň až 120 m. Nutno tedy při vrtání stále kontrolovati temperaturu, na př. při vrtbě na naftu značí rychlejší vzrůst teploty blízkost naftových horizontů, kdežto pomalý vzestup teploty je výstrahou před blízkou vodou, která, jak často se již stalo, zničí naftové prameny úplně.

Ve Švédsku a USA doznaly rozsáhlého použití metody elektrické. Podstatou jejich je měření umělých elektrických proudů, probíhajících podpovrchovými vrstvami. Vzbuzují se tak, že do dvou kovových elektrod do země zapuštěných se zavádí stejnosměrný, lépe však střídavý proud. Teoretické pole mezi elektrodami, jež by vzniklo, kdyby proud probíhal homogenním prostředím, je rušeno tím, že proud probíhá vrstvami o nestejné vodivosti. Vodivost látek utvářejících pevný obal zemský kolísá ve značném rozmezí. Průběh siločar takto vzniklého pole se vyšetřuje pomocí telefonu spojeného s elektronovým vysilačem podobným onomu v radiu užívanému. Metodami takovými lze konstatovati rudná ložiska, poruchy v zemské kůře, cesty podpovrchových vodních toků a j. Velmi se osvědčily při stanovení rozlohy ložiska rudného, bylo-li toto již na některém místě odkryto.

V principu stejného druhu jsou metody užívající vlnění elastického, způsobeného v horninách mechanickými nárazy, a to jednak přirozenými (zemětřesením, vulkanickými otřesy), jednak umělými (explosí, úderem těžkých beranů a pod.). Na rychlost, jíž se rozruch šíří, jakož i na intensitu těchto vln má silný vliv pružnost a jiné fysikální vlastnosti hornin, také odraz a lom vln na rozhraní dvou fysikálně různých prostředí. Vlnění takto vzniklé zaznamenávají pečlivě zvlášť konstruované seismografy o velké

[2]) Geotermický stupeň je hloubka, o kterou nutno sestoupiti, aby teplota stoupla o 1° C. Průměrná jeho hodnota je 33 m. *R.*

citlivosti ve tvaru komplikovaných křivek, jejichž analysou se stanoví povaha a rozvrstvení prostředí, jímž se vlny šíří. Seismické metody hodí se všude tam, kde běží o vyšetření ložisek velkých plošných rozměrů, velké mocnosti, pokud jsou jen mírně skloněna a pokud jsou odlišná svými fysikálními vlastnostmi od hmot okolních. Tato odlišnost musí býti ovšem nápadná. Také geologii podávají metody seismické cenné poznatky tím, že umožňují stanoviti skryté zlomy tektonické a řešit jiné obtížné problémy.

V nejnovější době studuje se také účinek provozu ve frekventovaných ulicích velkých měst na kanalisaci, podzemní stavby i na budovy. Výsledků pak užívá stavitelství k zabránění možných katastrof. Geofysika prospívá ale také i vědám, s nimiž nemá přímého styku. Metod geofysikou propracovaných užívá dělostřelectví při studiu vzduchových vln, vzbuzených pohybem projektilu, které má význam pro posouzení precisnosti střely, jindy opět pro stanovení posice nepřátelských baterií. Ve vojenské praksi se užívá poznatků nabytých při studiu elastických vln ve službě výzvědné při zjišťování posice lodi vzbuzující elastické vlny nebo ke sledování podkopových akcí nepřítele.

I geofysikální metody setkaly se mnohdy s nezdarem. Nebyla tu však jejich vina, jako spíše vina těch, kteří metody aplikovali, tedy neodborníků, kteří nemajíce potřebných teoretických vědomostí a zkušeností nedovedli zdolati vyskytnuvší se obtíže měření. Jen v rukou odborníka stává se měřicí přístroj přístrojem, jinak je hračkou, která působí tak, jak s ní zacházeno. Na dnešním stupni je geofysika nepostradatelnou pomůckou v hornictví, vojenství a vodním hospodářství. Jako nejmladší vědecká disciplina může se v krátké poměrně době pochlubiti výsledky jako málokterá věda jiná. V Americe a sousedním Německu jsou zřízeny dokonce odborné společnosti, které se uvedenými problémy speciálně obírají. U nás je geofysika dosud v plénkách. Po převratu byl známým geofysikem prof. Dr. V. Láskou zřízen ze skromných prostředků Státní ústav geofysikální, jemuž jmenovaný věnoval všechny své síly, vynaložil velikou práci a píli při jeho vybavení a získal si tak nesmírné zásluhy o československou vědu. Ústav, ač dosud nemůže se vyrovnati ústavům zahraničí, přece jen vzbuzuje naděje v lepší budoucnost geofysiky u nás. Je v zájmu naší vědy, aby i nám se dostalo dokonalého vybavení, abychom i na tomto poli mohli udržeti krok s cizinou.

Nesmíme však ani potom očekávati od geofysiky více, než nám může dáti. Může nám, jak z uvedeného patrno, poskytnouti toliko celkový obraz o rozmístění určitých fysikálních vlastností, z něhož teprve na základě předem známých vlastností určitých minerálů a za součinnosti geologie můžeme soudit o kvalitě a uložení hledaných vrstev.

# Elektrické dvojvrstvy.

*J. Sahánek.*

(Dokončení.)

Nabitý polovodič jeví tedy pozoruhodnou vlastnost, že *nelze jej rychle vybíti ani dotykem uzeměným drátem, ani položením plochou na polovodivou nebo kovovou podložku se zemí spojenou. Nabitý lith. kámen položen plochou na kovovou desku zůstává silně nabit po dobu značně dlouhou, půl hodiny příp. i několik hodin to trvá, než se s něho náboj vytratí.* Rovněž dotýká-li se kovové podložky hranou nebo rohem, pokračuje vybíjení jen velmi zvolna, tak jako při dotyku drátem. Tak jako není možno obvyklým způsobem polovodič nabíti, tak také není možno jej vybíti. Rychle lze jej nabítí a stejně rychle vybíti jen prostřednictvím těla (ruky).

V obvyklém uspořádání pro demonstraci jevu Johnsen-Rabbekova, jsou na polovodivé desce kovové s obou stran plošné elektrody. Pak se napětí zdroje připojeného rozdělí na dvě vzniklé dvojvrstvy. Po odepnutí zdroje jsou potenciální stavy elektrod a polovodiče různé podle toho, které spojení bylo dříve přerušeno, příp. která z elektrod byla napřed odtržena.

Stejně rychlého nabití a vybití jako prostřednictvím těla je možno dosáhnouti však ještě jedním způsobem. Vyvrtá-li se do polovodiče svrchu neb se strany otvor hluboký několik milimetrů, nebo i několik centimetrů a do čerstvého vrtání se vsune kovová tyčinka, lze připojením druhého pólu baterie k ní velmi rychle polovodivé desky nabíti, někdy i rychleji než prostřednictvím ruky. Položíme-li nabitý polovodič na desku elektroskopu můžeme se přesvědčiti, že stejně rychle se polovodič uzeměním zasunuté elektrody vybije. Zůstane-li však otvor *bez* zasunuté elektrody delší dobu na vzduchu, ztrácí opět tuto vlastnost. Po zasunutí elektrody vybíjí se polovodič stejně jako když jest opatřen dvěma polepy. Při dotknutí se zasunuté elektrody poklesne potenciál o určitou hodnotu a dále se prakticky nemění.

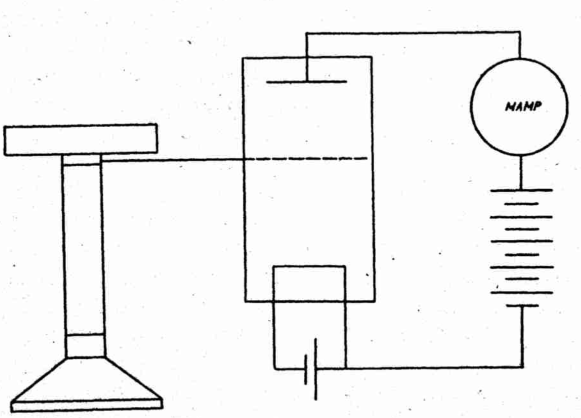
Zasunutá elektroda nabude však opět původní vlastnosti, jestliže vnitřek otvoru *navlhčíme*. Navlhčí-li se však horní povrch polovodivé destičky, lze ji nabíjeti rychle též jen pouhým dotykem drátu na navlhčeném místě a stejně rychle ji lze také tímto dotykem vybíti.

Tím je ukázáno, že pozoruhodné vlastnosti polovodičů zde popsané souvisí s nestejnou vlhkostí povrchových jejích vrstev a vrstev vnitřních. Vrstva stýkající se bezprostředně se vzduchem zmenší v suché místnosti svoji vlhkost proti vrstvám vnitřním. Tím se podstatně zvýší odpor této vrstvy, zatím co odpor vnitřních vrstev vlhčích jest poměrně malý. Dotkneme-li se prstem povrchu polovodiče, zvlhčí se tento na dotčeném místě a zmizí proto jeho nepropustnost pro elektřinu. V otvoru čerstvě vyvrtaném dostali jsme se na vrstvy vlhčí a proto zasunutou sondou elektřina volně vchází dovnitř. Je-li však otvor ponechán na vzduchu, vyschnou jeho stěny a na povrchu při zasunutí elektrody a připojení zdroje napětí vzniká stejná dvojvrstva elektrická, jako na elektrodě rovinné.

Vyjme-li se isolovaně elektroda z otvoru, pak *v tomto případě* se ukazuje, že není nabitou, podobně jako není nabit vyňatý vnitřní polep rozkladné Leydské láhve. Oba náboje elektrické dvojvrstvy sedí tedy na isolující povrchové vrstvičce polovodiče, obdobně jako u rozkladné láhve zůstávají na povrchu dielektrika.

Během času mění se podle vlhkosti místnosti, v níž tyto polovodiče jsou umístěny, i vlhkost jejich. Objevují se pak různé obměny úkazů zde popsaných. Tak dobře proschlý mramor nabíjí se i prostřednictvím prstu jen velmi pomalu, uchovává si však pak získaný náboj po mnoho hodin. Nabude však svrchu popsaných vlastností, navrtá-li se hlubšími postranními děrami a uvnitř se navlhčí několika kapkami vody, které se do děr vpraví. Zvlhne-li na povrchu, tak se dvojvrstvy nevytvoří a nelze ho proto nabíti. Stačí jej však vyhřáti v teplém vzduchu, vystupujícím z kahanu, nebo položením na slunné místo, aby nabyl dřívějších vlastností.

O vzniku dotykových potenciálů při styku kovu a polovodiče, nebo dvou polovodičů lze se kvalitativně snadno přesvědčiti *elektronovou lampou*. Do anodového obvodu lampy zařadí se vhodný miliampérmetr. Přívod od mřížky lampy připojí se ke kovové destičce upevněné v isolujícím stojánku (obr. 2). Anodové napětí volí se takové, aby lampa pracovala v nejstrmější části své charakteristiky. Spojením mřížkového přívodu se *záporným* koncem katody nenastane změna anodového proudu, což znamená, že se isolovaná mřížka nabíjí sama na tento potenciál. Spojí-li se mřížka naproti tomu s kladným koncem katody, tak anodový proud vzroste. Přenese-li se na isolovanou mřížku náboj kladný, tak se rychle neutralisuje z katody dopadajícími elektrony a není-li dodané kladné množství dosti veliké, je toto vybití tak rychlé, že se anodový proud vůbec nezmění. Přenese-li se však na mřížku náboj záporný, pak mizí jen nedokonalosti isolace baňky a spodku, která u většiny lamp jest dosti dobrá. Nabití zápornou elektřinou znamená pokles mřížkového potenciálu. Tím také poklesne anodový proud, případně až na nulu, kde setrvá tak dlouho, pokud se mřížka nevybije. Je tedy možno lampou snadno zjišťovati přítomnost záporných nábojů, které vznikají při odtržení dvou látek od sebe. Upevní-li se v isolujícím stojánku v obr. 2 dřevěná deštička místo kovové a na tuto se položí deštička kovová, opatřená rovněž isolujícím držadlem (obr. 1a), tak při zdvižení této za držadlo objeví se na miliampérmetru krátce trvající pokles anodového proudu, který svědčí o tom, že se dřevo při odtržení kovu nabilo zápornou stykovou elektřinou. Opakuje-li se dotyk několikráte za sebou, tak se pokles anodového proudu postupně zvětšuje a doba poklesu se prodlužuje. Opakováním pokusu se tedy stykový náboj zvětšuje. Podobně lze ukázati stykové náboje vznikající odtržením na př. břidlicové destičky od dřeva, neb kovu. Na dobře očištěných kovových deskách, na př. měděné a zinkové, lze několikráte opakovaným odtržením jich od sebe ukázati též úkaz Voltův (desku, kterou zdvíháme, držíme opět za isolující držadlo, zatím co druhá je upevněna na isolujícím stojánku a spojena jest s mřížkou lampy).




Obr. 2.

Nabíjí-li se odtržená deštička zápornou elektřinou, pak ovšem kladná elektřina, vzniklá na deštičce spojené s mřížkou, tak rychle jest mřížkovým elektronovým proudem vyrovnána, že se neobjeví na miliampérmetru žádné stoupnutí proudu. Zato však blížíme-li záporně nabitou deštičku zpět k desce druhé, vznikne na mřížce indukcí volný záporný náboj, což se projeví poklesem anodového proudu. Nabíjí-li se tedy stykovou elektřinou deska spojená s mřížkou *záporně*, poklesne anodový proud při *odtržení* desek od sebe, nabíjí-li se *odtržená* deska záporně, poklesne anodový proud při opětném jejím *přiložení* k desce druhé. Na př. odtrhne-li se od kovové deštičky spojené s mřížkou deštička ebonitová, před pokusem v plameni zbavená jakéhokoliv náboje, neobjeví se při odtržení patrná změna anodového proudu, kdežto hned při prvním opětném položení zpět vznikne hned velký pokles svědčící o tom, že na ebonitu hned při prvém odtržení vznikl poměrně veliký záporný náboj.

Postavíme-li se na isolovanou dřevěnou stoličku a uchopíme do ruky přívod od mřížky lampy, objeví se při odtržení podrážky od dřeva (zvláště gumového podpatku) na miliampérmetru pokles anodového proudu až k nule, kde případně i nějakou vteřinu ručička setrvá, což svědčí o tom, že jsme se nabili při odtržení podrážky od dřeva poměrně velikým nábojem záporným. Dobře je při tom druhou nohou státi na desce ebonitové předem opět zbavené v plameni nábojů a na isolační stoličce položené, aby se náboj těla nemohl podrážkou druhé nohy vyrovnávati s kladným nábojem, který při odtržení vznikl na dřevě stoličky. Odtrhne-li se při novém pokusu druhá noha od ebonitu, objeví se slabé trhnutí anodového proudu k hodnotám vyšším, což svědčí o tom, že jsme se nabili nyní elektřinou kladnou a tedy ebonitová deska elektřinou zápornou. Že tomu tak skutečně je, ukáže se při postavení nohy zpět na ebonit. Objeví se nyní opět klesnutí anodového proudu až na nulu, kde případně i po nějakou chvíli setrvá. Opětovaným odtržením je možno vznikající náboj stupňovati. Tímto úkazem lze si vysvětliti starší pozorování, že při ohnutí nohy v koleně nabíjí se tělo elektřinou, při čemž se soudilo, že vznik této elektřiny souvisí s fysiologickými úkazy (Heidweiler 1902), zatím co patrně souvisel s odtrháváním chodidla od podložky.

---

# PŘEHLED.

**Několik pozoruhodností z říše čísel.** Ve 3. a 4. čísle časopisu „*Mathesis*" letošního ročníku ve článku „Des nombres qui se reproduisent à la droite de leur puissances" uvádí profesor *M. G. Lambert* tyto pozoruhodné řady:

$$\mathit{5}^2 = \mathit{25}$$
$$\mathit{25}^2 = \mathit{625}$$
$$\mathit{625}^2 = 390\mathit{625}$$
$$\mathit{90625}^2 = 82128\mathit{90625}$$
$$\mathit{890625}^2 = 793212\mathit{890625}$$
$$\mathit{12890625}^2 = 16616821\mathit{2890625}$$
$$\mathit{212890625}^2 = 4532241\mathit{8212890625}$$
$$\mathit{8212890625}^2 = 6745157241\mathit{8212890625}$$

$$\mathit{6}^2 = \mathit{36}$$
$$\mathit{76}^2 = 57\mathit{76}$$
$$\mathit{376}^2 = 141\mathit{376}$$
$$\mathit{9376}^2 = 8790\mathit{9376}$$
$$\vdots$$
$$\mathit{1787109376}^2 = 3193759921\mathit{787109376}$$

Poslední čísla každé řady nejsou v uvedeném pojednání, které hledá čísla této vlastnosti menší než $10^9$. Uvádí je *M. V. Thébault* v článku „Sur les nombres terminaux des carrés et des cubes“, v prvém čísle téhož časopisu a ročníku. Kdysi byly tyto řady také citovány v časopise „Zeitschrift für mathematischen und naturw. Unterricht“. Z téhož časopisu citujeme následující zajímavé logaritmy:

$$\begin{aligned}
\log 1{,}371288574238542 &= 0{,}1371288\\
\log 10{,}00000000000000 &= 1{,}0000000\\
\log 237{,}5812087593211 &= 2{,}375812087593211\\
\log 3550{,}260181586591 &= 3{,}550260181586591\\
\log 46692{,}46832877758 &= 4{,}669246832877758\\
\log 576045{,}6934135527 &= 5{,}760456934135527\\
\log 6834720{,}776754357 &= 6{,}834720776754357\\
\log 78974890{,}31398144 &= 7{,}897489031398144\\
\log 895191599{,}8267852 &= 8{,}951915998267852\\
\log 9999999999{,}999999 &= 9{,}999999999999999
\end{aligned}$$

Také následující příklad pro primány je vzat z Z. f. matem. U.

$$\begin{array}{l}
\phantom{00}142857 \,.\, 326451\\
\hline
\phantom{00}428571\\
\phantom{000}285714\\
\phantom{0000}857142\\
\phantom{00000}571428\\
\phantom{000000}714285\\
\phantom{0000000}142857\\
\hline
\phantom{00}46635810507
\end{array}$$

*F. Balada.*

**Vyčíslení celistvých funkcí.** Je-li dána funkce $y = 4x^4 - 3x^3 + 2x^2 + x - 5$, jest její vyčíslení snadné, když $x$ jest malé číslo celé. Výpočty jsou však obtížnější, zvolíme-li za $x$ na př. $\frac{1}{2}\pi$. V podobných případech jest výhodné mnohočlen na pravé straně upraviti takto:

$$y = \{[(4x - 3)\, x + 2]\, x + 1\}\, x - 5.$$

O praktičnosti tohoto rozkladu přesvědčíme se, když dosadíme za $x$ na př. 2 jednou do funkce původní, po druhé do funkce upravené. V prvém způsobu třeba mocniti, násobiti a slučovati, kdežto v druhém případě vystačíme s pouhým násobením a slučováním. Při trochu cviku zvykneme si na rozklad, takže není třeba ani jej zvlášť zapisovati, o čemž se čtenář přesvědčí, dá-li si sám několik podobných příkladů. Snadno lze též napsati příslušný vzorec s čísly obecnými.

Když za $x$ dosazujeme $\frac{1}{2}\pi$ neb čísla podobná, provedeme rozklad, načež s výhodou užijeme logaritmického pravítka. Na stupnici pravítka určíme ono číslo $x$, dáme proti němu jednotku šoupátka a pak pouhým pohybem běhounu čteme jednotlivé částečné součiny, které zapisujeme do zvláštního přehledu, provádíme slučování a zas násobení atd. Číslo $x$ pro celý výpočet určí se pouze jednou, což jest značná výhoda.

Jestliže v nahoře uvedeném příkladě provedeme výpočet pro některé hodnoty $x$, obdržíme tuto tabulku:

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | ... |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | — 5 | — 1 | 45 | 259 | 863 | 2175 | ... |

Tvoříme-li diference hodnot $y$ tím, že od následující odečteme předcházející, dostaneme řadu 4, 46, 214, 604, 1312, ... čili řadu prvých diferencí. Podobně lze utvořiti řadu druhých, třetích a čtvrtých diferencí:

42, 168, 390, 708, ...
126, 222, 318, ...
96, 96, ...

Pozorujeme, že řada čtvrtých diferencí jest konstantní, což souvisí se 4. stupněm předloženého příkladu. Řada hodnot $y$ jest řadou aritmetickou vyššího stupně (čtvrtého). *J. Kroupa.*

---

## O konstrukci tabulek úmrtnosti.

Prof. *K. Rotrekl*, Hranice.

(Dokončení.)

Podle velmi četných zkušeností jest číslo $q_x$ funkcí hlavně stáří $x$ (alespoň za normálních poměrů úmrtnosti) a podle toho také i čísla $l_x$ byla vyjadřována jako funkce stáří $x$. Obecně ovšem $q_x$ není jen funkcí stáří $x$, ale i funkcí délky doby pojistné ($t$) a může býti funkcí i jiných okolností, které charakterisují jednotlivce. — Vývoj šel však tak, že $l_x$ bylo považováno jen za funkci $x$. Tak franc. matematik Moivre vyjadřoval $l_x = 86 - x$, jiný franc. matematik — Lambert — vyjadřoval $l_x$ jako funkci vyšších stupňů v $x$. Teprve v r. 1825 Angličan Gompertz podal uspokojující formuli, která byla v r. 1860 upravena Makehamem na formuli Gompertz-Makehamovu:

$$l_x = k \cdot s^x \cdot g^{c^x},$$

kde konstanty $k$, $s$, $g$, $c$ byly zjištěny na základě pozorovaného materiálu.

Nemohu zde podávati postup, jak tito matematikové k formuli přišli, ale poznamenávám, že tato formule dosti přibližně vyjadřuje zákon úmrtnosti, o němž jsem s počátku mluvil. Formule vyjadřuje t. zv. *Gompertz-Makehamův zákon úmrtnosti*, ač zákonem v pravém slova smyslu není; podává pouze přibližný odhad dosud neformulovaného zákona.

Formule Gompertz-Makehamova nehodí se pro dětská léta; vyhovuje na příkl. tab. úmrtnosti $H^M$ 20 angl. společností jen pro stáří $x \geq 15$ a není tedy zákonem *obecně platným*. Nicméně jest pomocí ní úmrtnost vyjádřena uspokojujícím způsobem a byly podle ní vyrovnány téměř všechny starší tabulky životního pojištění. Třeba ještě připomenouti, že konstanty ve formuli G.-M. mají pro různé tabulky úmrtnosti rozličné hodnoty. Uvádím tyto hodnoty pro dvě tab. úmrtnosti: $H^M$ 20 angl. společností a $M^S$ zhotovenou v býv. Rakousku, z nichž prvá byla obsažena v dřívějších vyd. log. tab. Valouchových a druhá jest obsažena v novějších vyd. těchto tabulek:

| Tab. | $s$ | $g$ | $c$ |
|---|---|---|---|
| $H^M$ | 0,99358 | 0,999094 | 1,09744 |
| $M^S$ | 0,99807 | 0,995894 | 1,08074 |

Vyrovnáním tabulek úmrtnosti zabývali se ovšem i jiní matematikové jako Brune, který vůbec podal nejstarší a nejjednodušší metodu vyrovnání tabulek úmrtnosti, Angličan King, který upravil formuli G.-M. i pro dětská léta, Lazarus, Laudi a j.

Tab. úmrtnosti pro muže i ženy, které obsaženy jsou — jak už řečeno — v posledních vyd. log. tab. Valouchových, jsou vyrovnány podle matematika Brunse. Těchto tabulek bylo užito i při vypracování čsl. zákona o sociálním pojišťování. A ještě něco z historie a přítomnosti tab. úmrtnosti.

Nejstarší známou tab. úmrtnosti sestavil římský právník Ulpianus kol r. 364.

První však *vědecky* sestavená tab. úmrtnosti pochází od angl. hvězdáře a matematika E. Hallege, která byla vydána v r. 1693 na základě dat o porodech a úmrtích ~~v městě~~ Vratislavi v letech 1687—1691. Nebylo jí sice prakticky použito, avšak na základě ní vznikly nové práce, které vedly k založení první životní pojišťovny, *Equitable Society* v Londýně.

Ve Francii vyšly v r. 1796 tab. Déparcieuxovy, v r. 1806 tab. Duvillardovy a j.

V Německu r. 1741 uveřejnil J. Süssmilch tab. úmrtnosti, které po jeho smrti opětně vydal a zdokonalil Baumann. Jiné tab. v Německu vydané byly tab. *Fischer-Brune-ovy* a pak tab. *23 něm. společnosti* z r. 1883, kterých se dosud užívá.

U nás užívala se hojně tab. *20 angl. společnosti* z r. 1869 vedle tab. německých a nyní se ponejvíce užívá *tab. rakouská*, o níž jsem se již zmínil.

Také v Americe sestavilo *30 amerických společností* tab. úmrtnosti, které vyšly v r. 1881.

Většina tab. úmrtnosti zde uvedených a do nedávné doby užívaných byly tabulky agregátní t. j. takové, které respektovaly jen stáří osoby pojištěné, bez ohledu na délku pojistné doby. V novější době bylo přikročeno ke konstrukci tabulek selekčních, které délku doby pojistné plně respektují. Takové tabulky vydalo *60 anglických společností* v l. 1900—1904, banka *Gothajská* v r. 1903, *Lipská společnost* v r. 1907 a takovou jest také *tab. rakouská* sestrojená z pozorování na rak.-uher. pojištěncích v předválečných letech. I *Japonsko* má své selekční tabulky úmrtnosti sestavené na základě materiálu svých 12 poj. společností. Speciálními tabulkami jsou *tabulky úmrtnosti důchodců*: anglická publikovaná v r. 1924, skandinavská 17 pojišťoven dánských, švédských, norských a finských, tabulky amerických důchodců a j.

V nejnovější době byly pak sestrojeny tab. úmrtnosti *pouze na podkladě dat o úmrtích, tříděných podle věku a příčin úmrtí* — tedy bez přesné znalosti počtu exponovaných osob — jako úmrtní tab. A. Fishera. Jest zde sledován cíl, aby postup *empiricko-deduktivní*, který dosud při konstrukci úmrtních tab. byl užíván, a který jest velmi pracný a nákladný, byl nahrazen *principem induktivním*.

Při konstrukci novějších tab. úmrtnosti bylo užito různých metod teoretických i technických podle zkušeností matematiků v různých poj. společnostech a jest jisto, že konstrukci úmrtních tabulek bude i v budoucnosti věnována péče co největší; neboť správná úmrtní tabulka jest hlavním předpokladem racionálního provozování životního pojištění.

Nelze se též diviti, že i v řadě států byly zřízeny stálé instituce k sledování lidské úmrtnosti.

---

## Ze života Leonharda Eulera.

Jeden z nejznamenitějších zakladatelů dnešní matematiky byl Leonhard Euler. Narodil se 15. dubna 1707 v Basileji a zemřel 7. září 1783 v Petrohradu. Vzpomínáme tedy letos 150. výročí jeho smrti.

Studoval nejdříve, na přání otcovo, teologii a orientální jazyky. Ale brzy přiklonil se k studiu věd matematických, k nimž jeho lásku podněcoval znamenitý učitel, významný jiný matematik *Jan Bernoulli*.

Ve svých dvaceti letech povolán byl carevnou Kateřinou I. na petrohradskou Akademii pro obor matematiky a v r. 1730 jmenován tu profesorem fysiky. V té době, jako člen petrohradské Akademie — podle jedné verse — prováděl výpočty astronomických tabulek. Jiní členové potřebovali k provedení takové práce dlouhé doby několika měsíců. Euler byl hotov s tabulkami již ve třech dnech; avšak po této nadlidské námaze nebezpečně onemocněl a ztratil následkem velkých horeček pravé oko.*)

Poněvadž po smrti Kateřiny I. postavení Eulerovo v Petrohradě bylo nejisté (existence Akademie byla ohrožena), přijal Euler v letech čtyřicátých pozvání Bedřicha II. a stal se ředitelem matematické třídy znovuzřízené Akademie v Berlíně.

V té době již vydal *základy počtu diferenciálního* (Introductio in Analysin infinitorum; Institutiones calculi differentialis...) a práce *fysikální* (již r. 1736 Mechanica...) a připravoval *základy počtu integrálního* (Institutiones calculi integralis 1770). Ztráta oka nikterak nezmenšila jeho pracovní intensitu, naopak zdá se, že podnítila jeho tvořivou činnost a schopnost.

Vždyť jeho „Sebrané spisy“ byly rozvrhnuty do 45 svazků téměř o 21.000 stránkách.**) Euler pracoval velmi úspěšně i na poli *geometrie elementární*, která již za jeho doby byla velmi dobře známa a propracována. Eulerova přímka v trojúhelníku a Eulerova věta o mnohostěnech je vám všem jistě dobře známa.

Euler nezůstal ale v Berlíně. Rusko a přemýšlející Rusové zajímali ho stále. — A tak, když dostalo se mu zajištěné existence od Kateřiny II., vrátil se r. 1766 znovu do Petrohradu a setrval zde až do své smrti.

Tvůrčí jeho práci neomezilo zde ani pozdější úplné oslepnutí; diktoval své práce o *optice* (Dioptrica) a *algebře* (Anleitung zur Algebra) jednak svým synům, jednak svým spolupracovníkům.

Ze života muže tak znamenitého (vynikal také obzvláštní pamětí, takže říkalo se o něm, že dovede zpaměti Aeneidu i pozpátku), vypráví se několik příhod.

Uvedeme zde jednu, kterou uvádí ve své knížce W. Ahrens: Mathematiker Anekdoten.

Za pobytu v Berlíně vyučoval Euler neteř Bedřicha Velikého jménem Filipinu. V době sedmileté války pobývala princezna se dvorem nějaký čas v Magdeburce a Eulerovi nezbylo, než aby posílal princezně učené dopisy.

V jednom takovém listu (z 27. srpna 1760) vykládal Euler své

*) Podle zkoumání G. Eneströma (Bibl. mathem. 10, 1909—1910, p. 308—316) pozbyl Euler pravého oka po těžkém onemocnění způsobeném přepracováním při pracích v kartografii a příbuzných oborech.

**) Dosud vyšlo u B. G. Teubnera v Lipsku jen 24 svazků.

žačce užití vodováhy (libely); aby uvedl příklad, dal jí sestrojiti přímku jako nejkratší spojnici určitého bodu její komnaty v Magdeburce a určitého bodu komnaty v Berlíně. „Bude tato přímka horizontální?“ ptal se Euler. A hned v dopise odpověděl: „Nikoliv.“ Koncový bod této myšlené přímky — totiž berlínský — je výše položen než druhý koncový bod v Magdeburce — psal Euler a dodal — důkaz: Berlín leží na Sprévě a Magdeburk na Labi. Nyní je známo, že Spréva se vlévá do Havoly a tato do Labe.

Provedené měření ale ukázalo, že hladina Labe v Magdeburku je 41 m nad m., kdežto Sprévy v Berlíně pouze 33 m n. m. Tedy poměr právě obrácený, než udal Euler.

Euler v úvaze dopustil se chyby; skutečně Spréva vlévá se do Havoly a tato do Labe, ale ústí její na Labi není u Magdeburku, ale daleko níže po Labi.

Princezna Filipina nepostřehla tohoto omylu, stejně jako pozdější vydavatelé těchto učených dopisů, jen velký *Lagrange* brzy po objevení se dopisu neomluvil, ve své obecnosti, tuto záhadnou bezmyšlenkovitost velkého matematika a trochu přísně Eulerovi ji vytkl zapomenuv, že také „quandoque bonus Homer dormitabat“. *F. V.*

---

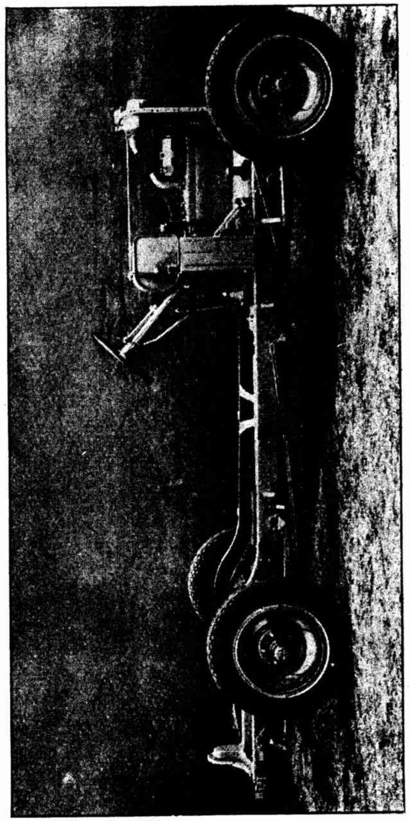
# Mosaika.

Prof. Dr. *Vladimír Novák.*

*Fotografie infračerveného záření.* Asi před padesáti lety povšiml jsem si po prvé velkého rozdílu ve vzhledu barevného předmětu, ozářeného různě barevným světlem. Působil jsem tehdy jako „ředitel“ loutkového divadla, které bylo vlastnoručním výrobkem nás čtyř bratří Nováků, z nichž mně nejmladšímu připadl úkol voliti hry a přitažlivé kusy, po případě je i sám skládati a ovšem také skoro sám zahráti. Můj bratr Eman staral se o světelné efekty. Vyráběl výborné „bengály“ a proslul v „pyrotechnice“, byť jednou značně popálil tatínkův kreslicí stůl. V romantické hře osvětlil Eman „trůnní sál“, všecek bílý a zlatožlutý, červeným bengálem stronciovým a dosáhl tak znamenitého efektu, že se o totéž pokusil i při loupežnické scéně „v hlubokých lesích černokosteleckých“! Tento les Eman sám maloval a vyplácal na to skoro celou barvičku „šťavnaté zeleně“, což byla jeho zamilovaná barva! Ale ouraz! Krásně zelený les dopadl v červeném světle bengálu velmi neslavně! Bylo to jako pohřební černá draperie. Tuto zkušenost jsem si připomenul při prvních svých pokusech fotografických. Fotografie zelených křovin, stromů a pod. nedopadaly uspokojivě. Na obyčejné desce vypadlo listoví příliš tmavě, na deskách ortochromatických, zvláště při slunečním osvětlení, přeměnil se často obrázek letní krajiny v zimní vzhled. Půda, cesty vinoucí se mezi zelení a pod., jako by byly sněhem pokryty! Tyto různosti snadno si vysvětlujeme různou citlivostí různých fotografických vrstev pro různě barevné paprsky. Různost barev se vystihuje různou délkou jejich světelné vlny nebo různým kmitočtem (vlnočtem). Viditelné spektrum obsahuje podle kmitočtu pouze jedinou oktávu, vyšší oktávy náležejí neviditelnému záření ultrafialovému a nižší oktávy rovněž neviditelnému záření infračervenému. Toto záření zdálo se prosto fotochemického účinku, neboť již k červenému kraji spektrálnímu nápadně klesala citlivost fotografických vrstev, a to v značném kontrastu proti druhému konci spektra, kde paprsky modré a fialové velmi mohutně zachvacovaly fotografickou desku a kde fotografický účinek prozradil záhy i působení neviditelného záření ultrafialového. Tuto nesouměrnost v citlivosti obyčejné fotografické desky snažili se fotografové z povolání odstraniti retuší, ačkoliv záhy poznány byly prostředky opravné. Viditelné spektrum obsahuje délky vln od 4000 do 8000 Å (angströmových jednotek, t. j. $10^{-8}$ cm), citlivost obyčejných desek fotografických končí u 6300—6500 Å, takže lze tyto desky vyvolávati při tmavočerveném světle. Opatříme-li fotografickou vrstvu barvivem, které pohlcuje určité paprsky, zvýší se tím citlivost pro tento druh záření. Tohoto způsobu, objeveného r. 1873 H. W. Vogelem, užil Abney r. 1880 při fotografii slunečního spektra pro fotografii tmavočerveného a infračerveného záření, jež dovedl na zvláště citlivé desce zachytiti až do vlny 9867 Å. Takové „dlouhé“ vlny vysílá i tmavá kovová nádoba, naplněná vařící vodou, tedy při 100°, a Abney provedl obrázek čajového kotlíku, plného vařící vody „potmě“. Nesnadná (a složitá) příprava vhodných desek způsobila, že Abneyův způsob upadl v zapomenutí a že hledány jiné cesty, k zachycení neviditelných paprsků infračervených. Tyto paprsky způsobují rychlé klesání světélkování, jež vzniklo ozářením krátkými vlnami. Na tom je založen tento způsob fotografie infračerveného záření. Deska, jež má na povrchu světélkující (fosforující) látku, ozáří se krátkými vlnami a pak infračerveným zářením. Teprve potom přitiskne se deska na desku fotografickou (v úplné tmě) a tak vznikne na této desce positivní obrázek infračerveného originálu. Tento způsob vypracoval r. 1906 Lehmann a rozšířil fotografování infračerveného záření až do 20 000 Å. Červené a infračervené záření zrušuje nevyvolaný (latentní) obraz na fotografické desce, způsobený paprsky modrými. Tuto zkušenost poznal již John Herschel v 40. letech minulého věku. Vhodně použil „Herschelova efektu“ Terenin r. 1924 a rozšířil citlivost fotografické desky až do vlny 11 280 Å. Zatím se mnozí vrátili k původnímu

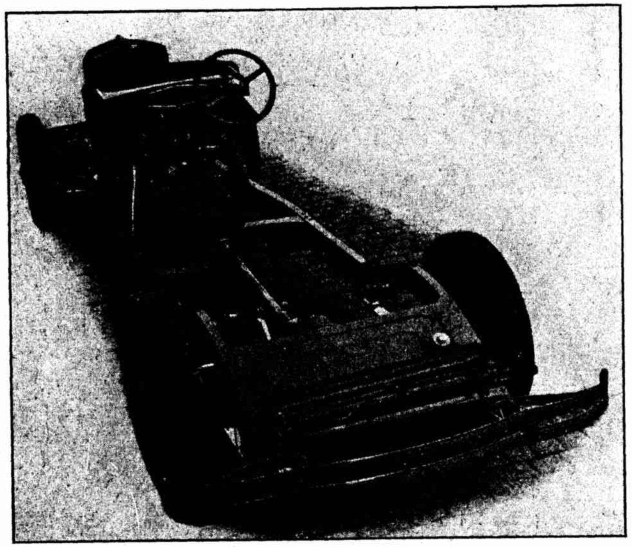
Obr. 13. Osmiválcový motor osobního vozu „Praga-Grand“. Pravá strana. Na předním konci motoru (zde vpravo) tlumič torsiálních vibrací. Ve střední části bloku pákový systém olejové servobrzdy.





Obr. 8. Chassis osobního auta „Škoda 430“.

Tuto skříň si vynucují některé vlastnosti spalovacího automobilního motoru, jehož výkonnost závisí do jisté meze skoro úměrně na počtu obrátek. Poněvadž vůz vyžaduje při různě velikých rychlostech a proměnlivém stoupání proměnlivou výkonnost, musíme přizpůsobiti obrátky motoru okamžitě požadované výkonnosti, a to se děje v převodové skříni zasunutím určitého převodního stupně. K rozjezdu z místa upotřebí se největšího převodu, na rovině při plně rozjetém voze nejmenšího. Ostatní stupně jsou k disposici při zmáhání stoupání. Kromě toho je v převodové skříni zařízení reversní,



Obr. 9. Celkový pohled na châssis osobního automobilu („Praga“).

které při zasunutí t. zv. vloženého kola obrátí směr točení a dovolí vozu pohyb zpět.

Od převodové skříně přenáší se pohyb na zadní osu u moderního vozu hřídelem. Starší nákladní automobily mají pro přenos tohoto pohybu řetězy, u novějších po-



Obr. 12. Osmiválcový motor osobního vozu „Praga-Grand“, spojený v celek s převodovou skříní. Levá strana. Karburátor „Zénith“ typu „down-draught“.

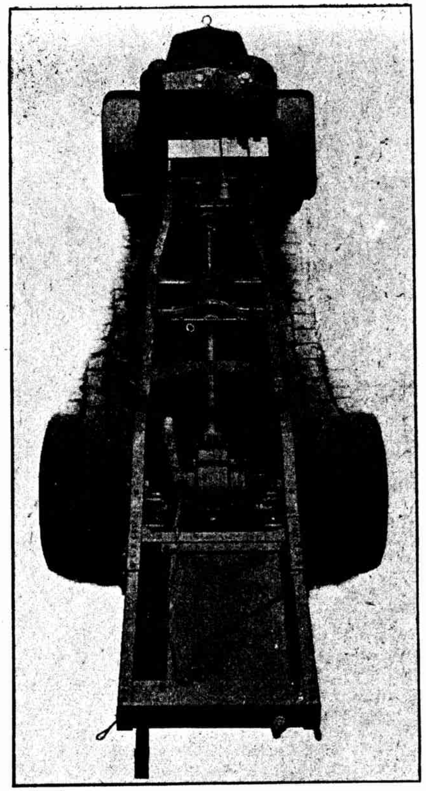
poddajný v malých úhlech na všechny směry. Kloub bývá uzavřen v pouzdru, aby se dosáhlo náležitého mazání a ochrany od prachu. Pouzdro mívá často kulový tvar, aby mohlo zachytiti dutý kulový čep t. zv. kardanové trouby, která přenáší posuvnou sílu vozu. Hřídel, který přenáší pohyb od převodové skříně k zadní ose, nazývá se kardanový; označení je z doby, kdy se upotřebilo po prvé jako kloubu universálního závěsu Cardanova. Kardanový hřídel má k ose převodové skříně obyčejně určitý sklon, který má býti co nejmenší.

Kardanový hřídel vniká do zadní osy a prostřednictvím páru kuželových kol pohání dva hřídele, nesoucí na konci kola. Přenášená síla objevuje se pak ve styčných bodech kol se zemí, kde účinkem adhese vzniká posuvná síla na těleso zadní osy jako hnací síla vozu; působí buď v nosných zpružinách zadní osy, které vůz kupředu postrkují, nebo lépe v kardanové troubě, která končí kulovým dutým čepem, vloženým do ochranného pouzdra kardanového kloubu. Poněvadž síla, vznikající ve styku kol se zemí, tvoří na rameni poloměru kol silový moment, který by hleděl zadní osu nakroutiti v jejím držení, musí býti tento moment zachycen buď t. zv. reakční vzpěrou nebo jiným zařízením. Je-li použito kardanové trouby, zachycuje tato kromě sunoucí síly i tento moment. Účinek tohoto momentu jeví se hlavně u velmi silných nákladních automobilů, kdy při záběru motoru je viděti, jak předek vozu je jím zvedán.

Uvedené základní skupiny, tvořící podstatu t. zv. châssis, jsou konstruktivně vyvinuty více nebo méně složitě a doplněny řadou jiných ústrojí, takže dnešní automobil představuje mechanismus o velikém počtu součástí. Přes to dosahujeme následkem propracovanosti konstrukce a dobré jakosti materiálu naprosté spolehlivosti celku i za svízelných okolností.

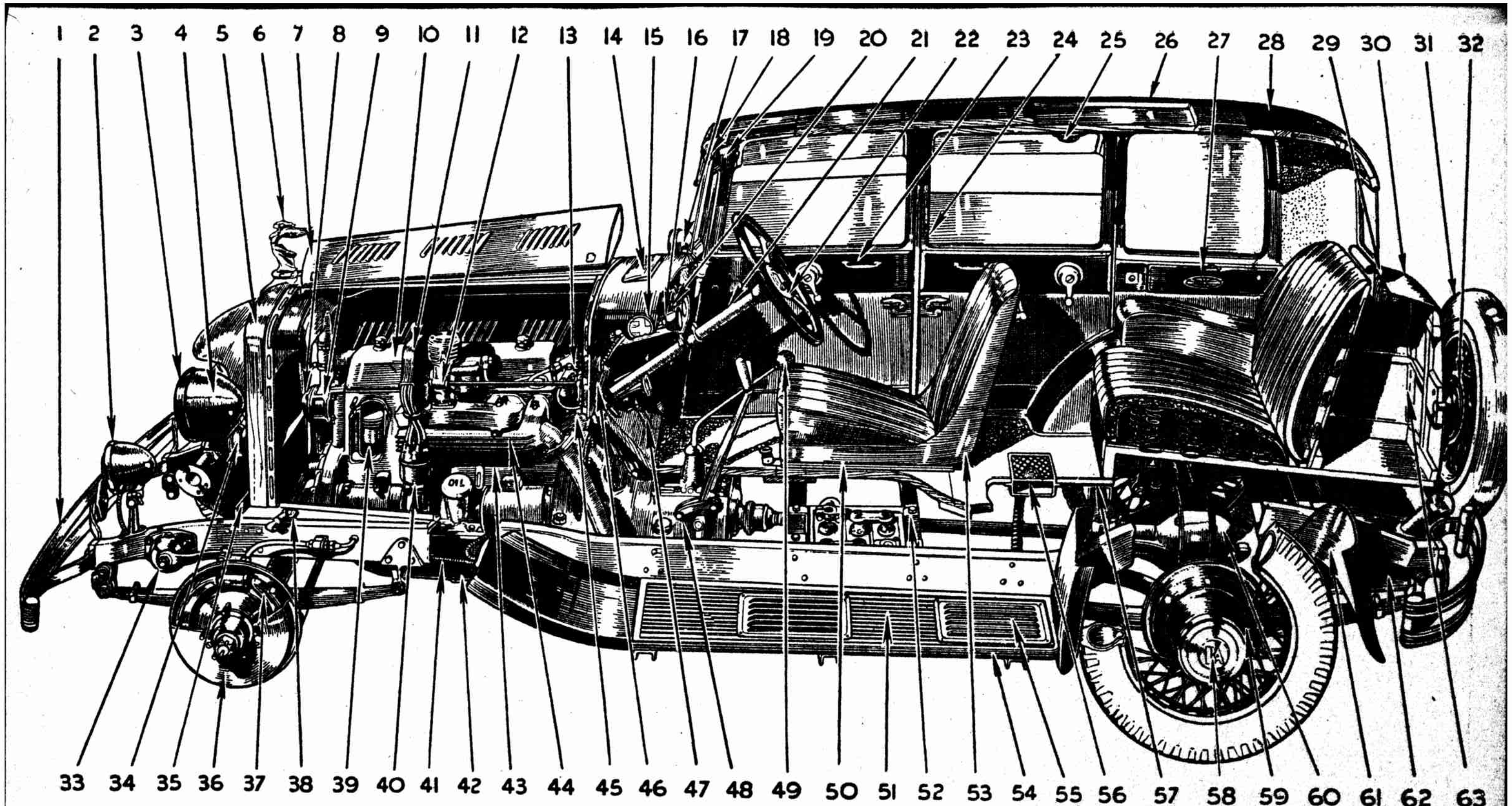
K doplňovacímu ústrojí automobilu patří: chladicí zařízení, spouštěcí ústrojí motoru, elektrická výzbroj světelná a signální spolu s elektrickým generátorem, brzdicí ústrojí, řízení vozu, kontrolní přístroje, tlumiče hluku a otřesů, zásobování motoru palivem atd.





Obr. 10. Celkový pohled na châssis těžkého nákladního automobilu („Praga").

užívá se jen hřídele. Poněvadž se pohyb přenáší na osu, která při jízdě mění rychle svou polohu, neboť odskakuje od terénu, musí býti hned za převodovou skříní kloub,




Obr. 11. Částečný řez osobním automobilem.

*1* = přední nárazník; *2* = reflektor na osvětlení kraje vozovky; *3* = sklo reflektoru s vložkou při jízdě v mlze; *4* = hlavní reflektory; *5* = chladič; *6* = uzávěrka chladiče; *7* = kapota vozu; *8* = ventilátor motoru; *9* = vodní čerpadlo, připojené k ventilátoru; *10* = kryt ventilové hlavy; *11* = kabelová ochranná trubka; *12* = karburátor; *13* = filtr na benzin; *14* = ventilace pedálového prostoru; *15* = indukční cívka; *16* = tachometr; *17* = hledací reflektor; *18, 19* = spoje karoserie; *20* = ampérmetr; *21* = sloup řízení; *22* = kolo řízení (volant); *23* = přední dveře; *24* = zadní dveře; *25* = stropní lampa; *26* = posuvná část střechy karoserie; *27* = předměty výbavy (popelník, telefon atd.); *28* = pevná část střechy; *29* = lišty zadního okna; *30* = prostor na úschovu zavazadel; *31* = zásobní kolo; *32* = držák zásobního kola; *33* = hydraulické tlumidlo výkyvů přední osy; *34* = rozpěrná tyč s držáky reflektorů; *35* = plechová ochranná stěna chladiče; *36* = brzdový buben; *37* = čelisti brzdy; *38* = držák kapoty; *39* = píst motoru; *40* = rozdělovač bateriového zapalování; *41* = potrubí tlakového mazání chåssis; *42* = nosník rámu; *43* = skříň (karter) motoru; *44* = výfukové potrubí; *45* = pedálová podlaha; *46* = příčná stěna; *47* = pedál akcelerátoru; *48* = segment brzdy; *49* = zasouvací páka rychlostí; *50* = sedadlo řidičovo; *51* = deska stupačky; *52* = akumulátorová baterie; *53* = rám sedadla s upevněním; *54* = rám stupačky s nosníky; *55* = gumová deska stupačky; *56* = topné těleso; *57* = podlaha karoserie; *58* = nábojový kryt; *59* = drátěné odnímací kolo; *60* = těleso zadní osy; *61* = zadní blatník; *62* = benzinová nádržka; *63* = konstrukce nosníku zavazadel.

způsobu Abneyovu a pamětihodné snímky infračerveného záření provedl prof. R. N. Wood r. 1910 v Baltimore na John's Hopkinsově universitě. K rozšíření těchto pokusů valně přispěla továrna na umělá barviva v Höchstu n. Mohanem, kde sestaveny byly různé cyaniny, jako dicyanin (1906), neocyanin (1925), mesocyanin, xenocyanin (1930) atd. Fotografické desky takto zcitlivěné nutno uchovávati ve zvláštním obalu (černého papíru!), vkládati do kovových kaset, protože mnohé druhy dřeva infračervené záření propouštějí. Při tom bylo dosaženo takové citlivosti, že jsou možny momentní snímky, alespoň při slunečním ozáření. Fotografie krajin, zvláště pak v mlze a při ovzduší znečištěném prachem a pod. provedené infračervenými paprsky vynikají čistotou a kontrastní kresbou mraků. Fotografie přirozené zeleně naproti tomu reprodukují listovou zeleň příliš světle, vzhledem k tomu, že chlorofylové barvivo absorbuje červené paprsky pouze mezi 6400—6800 Å a zato od 6900 do 9000 Å infračervené záření snadno propouští! Některá barviva na pohled úplně neprůhledná, černá, propouštějí infračervené paprsky. Tak bylo možno fotografovati listiny, na nichž škrtáním povstala nečitelná místa. Fotogramy ukazují velmi zřetelně písmo pod barvou škrtů. Podobně lze odkrýti tvar i obrysy jemných krevních žilek pod pokožkou, provedeme-li fotografii infračerveným zářením. Pro mikrofotografii jsou nové desky fotografické, zcitlivěné mesocyaninem nebo xenocyaninem, velmi dobrou pomůckou pro rozšíření pozorování viditelného o značnou mez v oboru záření neviditelného. Pfund studoval propustnost velmi tenkých vrstviček kovů, které byly rozprášeny na povrch nitrocelulosy, pro paprsky červené a infračervené. Tenké filmy pokryté vrstvičkou zlata, stříbra, niklu, mědi, zinku, kadmia, olova, vizmutu, antimonu, selenu a teluru byly pro viditelné paprsky neprostupny. Mimo zinek, který i v tenké vrstvě nepropouští infračerveného záření, ostatní kovy tato záření propouštějí. Je tedy „zinková čerň" výborným povrchem pro thermoelektrické články, radiometry a pod., neboť všechno záření, tedy i infračervené, proměňuje zinková čerň na teplo!

*Klid v atmosféře sluneční.* Během deseti let a tří měsíců nastává v atmosféře sluneční poměrný klid. Sluneční skvrny jsou jen malých rozměrů a v malém počtu. Takový je asi nynější ráz povrchu slunečního (v listopadu 1933). Za několik měsíců vyskytnou se nové a rostoucí skvrny a sluneční činnost poroste. Velikost těchto obrovských vírů ve fotosféře je velmi různá. „Malé" skvrny mají tmavou část, které se říká „umbra", 800—1000 km v průměru, veliké skvrny dosahují průměru až stokráte většího. Takové skvrny lze spatřiti okem, chráníme-li je začazeným (černým) sklem před prudkou jasností ostatního slunečního povrchu. Vířící částice skvrn slunečních jsou elektrické a proto způsobují magnetická pole několik tisíckráte silnější, než je zemské pole magnetické. Mnohé skvrny, jak po prvé ukázal G. E. Hale (bývalý ředitel astrofysikální observatoře na hoře Wilsonově), jsou dvojité, při čemž vírový směr je také dvojí; podobné pravidlo platí též pro skvrny, jež se vyskytují na obou polokoulích Slunce a jež zřetelně k sobě patří. Nový „život" sluneční ukazuje se vznikem slunečních skvrn ve značných šířkách a změnou znamení v magnetickém poli Slunce na obou polokoulích. Úkaz tento nastává asi o měsíc nebo o dva dříve, než se dostaví minimum slunečních skvrn. Měření magnetických polí v slunečních skvrnách provádí se spektrograficky na základě Zeemanova zjevu. Magnetické pole mění spektrální čáry zdroje tím, že je rozděluje v složitější soustavy čar. Ze vzdálenosti složek jednotlivé původní čáry dá se posouditi intensita magn. pole. Země jako magnet podléhá velikému magnetu slunečnímu a proto se v magnetických „souřadnicích" zemských projevuje zmíněná 10 a $10\frac{1}{4}$ letá perioda.

*Deuteron (deuton).* Princip jednoduchosti, o němž se tak snadno vykládá matematikům a geometrům, setkává se v přírodních vědách stále a znovu s četnými překážkami. Do nedávna jsme se ve fysice spokojili s kladným protonem a záporným elektronem a stavěli z těchto dvou „základních" kamenů jakkoli složitou hmotu. Dlouho však tato „jednoduchost" netrvala. Ukázaly se neelektrické částice „neutrony" a positivní částice (positivní elektrony) „positrony" a nejnovější výzkumy vyžadují vedle protonu, t. j. positivního jádra vodíkového atomu, také deuteron (deuton), t. j. dvojnásobně těžké vodíkové jádro. S počátku byl tento deuteron považován za spojení dvou protonů s jedním elektronem, později se vyskytla domněnka o spojení dvou neutronů s jedním positronem. Tím je ovšem značně otřesen původní „jednoduchý" pilíř atomického nitra proton, který se přetváří na spojení neutronu a positronu. Pokusný základ k těmto novým složitostem shledán v existenci „těžkého vodíku" a „těžké vody". Zdokonaleným hmotným spektrografem Astonovým nalezli Bainbridge (1932), Kallmann a Lazarev (1932) ve vodíku isotop $H^2$, který má atomovou hmotu 2,011. Podobně shledali E. W. Washburn a Urey (1932) a G. N. Lewis a Macdonald (1932) zkoumáním často a dlouho elektrolysované vody přítomnost „těžké" vody v elektrolytu, která měla 99% $H^2$ místo $H^1$. Tito pozorovatelé připravili vodu o složení $H_2{}^2O$, která mrzla při 3,8° C a vařila se při 101,42° C. Její specifická hmota při 25° C byla 1,1056 oproti 0,9971 obyčejné vody. „Těžká" voda zamezuje klíčivost a zdá se, že jí bude možno s výhodou upotřebiti pro lékařské účely. Vody bylo užito ve fysice k definici důležitých základních pojmů, k definici jednotky hmoty, jednotky tepelné, k stanovení 1° C atd. Z nových zkušeností o „těžké" vodě vyplývá, jak úzkostlivě je třeba střežiti tyto a podobné definice vzhledem k látce, kterou při nich volíme jako něco, co je bezpečně jisté a zaručeně neproměnné!

*

**Co se děje v hlavni pušky při výstřelu.** Puška je se stanoviska fysikálního velmi zajímavý přístroj. V její hlavni při výstřelu probíhá proces podobný tomu, který pozorujeme ve válci výbušného motoru.

Na obrázku máme pod označením *a*) nakreslen schematicky řez hlavní nabité pušky. Vidíme zde vlastní hlaveň *1* s vývrtem *2*, který končí v ústí *3*. Náboj, který je vložen do hlavně, či lépe řečeno do nábojové komory, skládá se z nábojnice 4, v jejímž čele je zalisována roznětka *5* proti kovadlince *6*. Roznětka obsahuje třaskavou slož, citlivou na úder, obyčejně směs třaskavé rtuti se skelným práškem anebo sloučeniny dusíko-vodíkové. V nábojnici je náplň střelného prachu asi 3 g, která je uzavřena vpředu střelou *8*.

Puška je tak zařízena, že stiskneme-li spoušť, úderník *9* udeří na roznětku *5*. Třaskavá slož se tím roznítí a plamének z ní vyšlehne otvorem v kovadlince do náplně střelného prachu *7*. Prach je zde nasypán v zrnéčkách, které mají podobu buď malých obdélníčků, nebo kroužků, nebo trubiček. Celá náplň prachu se roznítí téměř okamžitě a jednotlivá zrnéčka prachu, vzplanuvše na celém svém povrchu, prohořívají rychle dovnitř. Při hoření prachu se vyvíjí veliké množství plynů, z 1 kg prachu až 900 litrů; tedy v naší pušce ze 3 g asi 2,7 litru. Kdyby toto množství plynů zůstalo uzavřeno v nábojnici, vznikl by velmi vysoký tlak několika tisíc atmosfér, neboť plyny jsou při spálení prachu též zahřáty. Střela *8* však povolí vzrůstajícímu tlaku a začne se pohybovati v hlavni kupředu, mezitím co nábojnice je opřena svým dnem o závěr pušky. Pohybem střely se zvětšuje spalovací prostor, ale s počátku ne tak mnoho, aby tlak plynů nemohl už vzrůstati. Proto tlak se zvětšuje až k určité největší hodnotě, kterou nazýváme největším tlakem a označujeme $P_{max}$.

Naznačme si nyní vztah mezi tlakem a dráhou střely tak, jak je to na obrázku pod označením *b*). Na osu pořadnic nanášejme hodnotu tlaku *P* a na osu úseček dráhu *c*, kterou střela v hlavni urazila. Vidíme, že křivka, kterou jsme dostali, nezačíná v počátku *O*, nýbrž až v bodě *I*. To znamená, že střela se začala pohybovati až tehdy, kdy už tlak *P* dosáhl určité hodnoty *OI*. A skutečně, musila se zde spotřebovati určitá práce k tomu, aby byla střela vytlačena z nábojnice, v níž byla zalisována, a aby se sama zalisovala do vývrtu v pušce. Střela musí procházeti hlavní těsně, nechceme-li, aby kolem ní unikaly plyny. Kromě toho, kdyby šla střela v hlavni lehce, byla by špatně vedena a střelba by nebyla přesná. V hlavni jsou dále rýhy a pole spirálově se vinoucí, aby střela dostala otáčivý pohyb kolem svojí podélné osy. Tento pohyb je nutný proto, aby se střela při letu vzduchem nepřevracela, aby byla, jak říkáme, „stabilisována". Na obrázku *b*) je nakreslena tečkovaně křivka *R*, která znázorňuje odpor, s nímž se střela setkává na své cestě hlavní. Vidíme, že s počátku, než se střela zalisuje do vývrtu, je odpor větší, pak klesne a je skoro stále stejný po celou dobu pohybu střely v hlavni.

Sledujme nyní křivku tlaku *P*. Zanícená prachová náplň hoří a do bodu *II* se vyvíjí více plynů, než by bylo třeba k zaplnění prostoru, zvětšujícího se za postupující střelou. Proto tlak stoupá; bod *II* nám označuje maximální tlak, jehož bylo v hlavni dosaženo. U pušky bývá až 3500 atmosfér. Měříme jej tak, že pušku, t. j. nábojovou komoru před nábojnicí navrtáme a do tohoto vývrtu vložíme zabroušený pístek, který při výstřelu stlačí malý měděný váleček, t. zv. crusher (čti krešer). Ze stlačení pak usuzujeme na $P_{max}$.

Od bodu *II* stále tlak *P* klesá proto, že prostor za střelou se zvětšuje rychleji, než se vyvíjejí plyny z dohořívajícího prachu. V bodě *III* pak shořel prach úplně a dále vykonávají plyny práci už jen tím, že prostě expandují. V bodě *IV* opouští střela hlaveň. Tlak plynů má zde ještě hodnotu několika set atmosfér a proto jeho náhlý pokles v ústí na nulu se projeví zvukem, jemuž říkáme rána, nebo vlna výstřelu, též vlna úsťová.

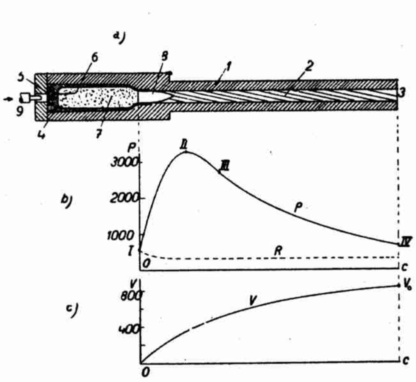
Kdyby hlaveň byla hodně dlouhá, klesl by tlak *P* v určitém místě tak, že by už nestačil překonati odpory, s nimiž se střela setkává a které jsme si vyjádřili křivkou *R*. Střela by se zde zastavila.

Jak je to nyní s rychlostí střely? Na obrázku *c*) máme naznačenu křivku rychlosti *V*, z níž vidíme, jak přibývá v hlavni rychlosti střely. Na ose pořadnic jsou naneseny rychlosti *V* a na ose úseček dráha *c*. Vidíme, jak se rychlost střely zvětšuje od nuly až po hodnotu $V_0$, t. j. po hodnotu, s níž opouští střela hlaveň a kterou nazýváme rychlostí počáteční. Tuto rychlost můžeme měřiti různými důmyslnými přístroji; znáti ji, je velmi důležitou věcí pro toho, kdo sestrojuje zbraně, i pro toho, kdo je pověřen výpočtem dráhy střely po opuštění hlavně.

Poznali jsme průběh událostí v hlavni při výstřelu a dovedeme si asi představiti, jak musí pracovati ten, kdo navrhuje nové zbraně, chce-li dosáhnouti určité výkonnosti. Takovýto konstruktér musí znáti dobře zákony hoření prachu, zákony mechaniky a zákony o pružnosti a pevnosti materiálu, aby pomocí jejich vypočetl potřebnou velikost zrna prachu a velikost prachové náplně. Není to právě úkolem lehkým. Na př. vezmeme-li prach hodně jemný, dosáhne křivka velmi rychle velikého $P_{max}$, takže by se mohla hlaveň i roztrhnouti; naopak, jsou-li zrna prachová příliš veliká, může se státi, že neshoří všechen prach v hlavni a nebude ho tedy využito.

Právě popsaným řešením zbraní a vůbec studiem zjevů, které se odehrávají v hlavni, zabývá se důležitá část vojenské vědy, balistika vnitřní. Pohybem střely, která už opustila hlaveň, se zabývá balistika vnější.

A ke konci ještě několik zajímavých čísel, abychom si učinili správný obrázek o výkonu naší vojenské pušky a abychom pochopili, jak mocný nástroj k obraně vlasti mají naši vojáci.




Z mechaniky víme, že kinetická energie se vypočte podle vzorce

$$E = \frac{P V_0^2}{2g},$$

kde $P$ je váha střely v kg, $V_0$ rychlost v m/sek, $g$ zrychlení tíže zemské = 9,81 m/sek². Střela naší pušky váží 10 g = 0,01 kg a je vržena počáteční rychlostí $V_0$ = 815 m/sek, takže kinetická energie střely naší pušky jest

$$E = \frac{0{,}01 \cdot 815^2}{2 \cdot 9{,}81} = 338 \text{ kilogrammetrů.}$$

To je tedy tolik, jako kdyby plný pytel o váze 50 kg spadl s výše skoro 7 metrů, nebo stejnou práci bychom vykonali, kdybychom závaží 338 kg těžké zvedli do výše 1 metru.

V mechanice jsme zvyklí udávati výkonnost (práci za 1 vteřinu). Střela v pušce nabude výše vypočtené kinetické energie v čase velmi krátkém, asi za 0,0013 sek. Její výkonnost se tedy rovná 255.502 kgm neboli 3407 HP, tedy výkonnosti tří elektrických lokomotiv!

Jinými slovy: kdybychom chtěli, aby nějaký stroj měl tutéž stálou výkonnost, jako má naše armádní puška v kratičké době výstřelu, musil by míti výkonnost 3407 koňských sil, to jest asi tolik, jako má velká parní turbina elektrického generátoru, který zásobuje celý okres o mnoha vesnicích elektrickým proudem.

A totéž dokáže čtyři kg těžká vojenská puška, byť i na kratičký okamžik!

Major *Jan Valníček.*

**Přípravy k druhému sjezdu matematiků slovanských zemí.** Jak známo, konal se první sjezd slovanských matematiků r. 1929 ve Varšavě; tam bylo usneseno, aby se druhý sjezd konal r. 1934. Na mezinárodním sjezdu matematiků v Curychu bylo pak rozhodnuto, aby se tento druhý sjezd matematiků slovanských zemí konal v Praze. Práce, směřující k zajištění a uskutečnění tohoto sjezdu, byly zahájeny v Praze 11. února t. r. schůzí přípravného výboru. Funkcionáři přípravného výboru byli zvoleni tito pánové: K. PETR, prof. Karlovy university, předseda; B. BYDŽOVSKÝ, prof. Karlovy university, E. ČECH, prof. Masarykovy university, J. VOJTĚCH, prof. čes. vys. učení technického v Praze, místopředsedové; V. HLAVATÝ, prof. Karlovy university, tajemník; M. VALOUCH, ředitel Jednoty čsl. matematiků a fysiků a sekční šéf v. v., pokladník. První starostí výboru bude ovšem zajištění finanční základny sjezdu; přes nepříznivé poměry doufá výbor, že významný tento sjezd bude možno uskutečniti.

**Upozornění pro p. řešitele úloh** z 1. č. Rozhledů. Matematické úlohy 1—25 mohou řešiti všichni p. studující střed. škol, ale úlohy 1—10 mohou býti řešeny jen prostředky probíranými ve tř. I.—VI. střed. škol.

## ČÁST BIBLIOGRAFICKÁ



### 1. MATEMATIKA, FYSIKA, CHEMIE.

*Bašta J.*: O jedinosti síly a hmoty v jednotném fysikálním názoru světovém. 1933. 8° 149 s. 45,—
*Hrudička B.*: Asymetrie křivky ročního průběhu teploty vzduchu v Čsl. 1933. 8° 9 s.
*Hrudička B.*: Isanomály síly větru v zemi mor.-slez. 1933. 8° 6 s.
*Kaucký J.*: Úvod do počtu pravděpodobnosti a teorie statistiky. 1934. 8° 79 s. 7 o. 14,—
*Ryšavý J.*: Geodesie nižší. I. Přednášky. 2. v. 1933. 4° 450 s. 75,—
*Infeld L.*: Nowe drogi nauki. Kwanty i materja. 1933. 8° 10, 284 s. 6 t.

*Arnot F. L.*: Collision processes in gases. 1933. 8° 8, 104 s. 20,—
*Astbury W. T.*: Fundamentals of fibre structure. 1933. 8° 10, 187 s. 56,—
*Aston F. W.*: Mass-spectra a. isotopes. 1933. 8° 12, 248 s. 43 o. 8 t. 98,—
*Baker H. F.*: Principles of geometry. V. Analytical principles of theory of curves. 1933. 8° 10, 247 s. 100,—
*Bell E. T.*: Numerology. 1933. 8° 7, 187 s. 75,—
*Blackwood O. H.* a j.: An outline of atomic phys. 1933. 8° 7, 348 s. 140,—
*Booth E.*: An element. introd. to physics, descript., exper. a. histor. 1933. 8° 465,16 s. 33,—
*Bragg W.*: Old trades a. new knowledge. 1933. 8° 12, 266 s. 42 t. 30,—
*Bragg W.*: The world of sound. 1933. 8° 8, 196 s. 30,—
*Bragg W. H. - Bragg W. L.*: The crystalline state. I. A general survey. 1933. 169,—
*British* Association: Mathem. tables. 3. Minimum decompositions into fifth powers. 1933. 4° 6, 368 s. 65,—
*Brown E. W. - Shook C. A.*: Planetary theory. 1933. 8° 300 s. 98,—
*Burington R. S.*: Handbook of mathematical tables a. formulas. 1933. 8° 7, 251 s. 76,—
*Callendar G. S. - Hoare F. E.*: Correction tables for use with platinum resistance thermometers. 1933. 8° 12 s. 7,—
*Clay R. S. - Court T. H.*: The history of the microscope. 1933. 4° 266 s. 164 o. 195,—
*Coles L. A.*: Book of chemical discovery. 1933. 8° 288 s. o. 49,—
*Curme G. O.*: Synthetic organic chemistry in industry. 1933. 8° 18,—

*Dawson S.:* An introduction to the computation of statistics. 1933. 8° 192 s. 68,50
*Drury F. E. - Haslam W. T.:* Mathematics f. stud. of buildings. II. 1933. 8° 8, 263 s. 33,—
*Edwards H. W.:* Analytic a. vector mechanics. 1933. 8° 10, 428 s. 156,—
*Eisenhart L. P.:* Continuous groups of transformations. 1933. 8° 9, 301 s. 127,—
*Faraday Society:* Liquid crystals a. anisotropic melts. 1933. 8° 209 s. 17 t. 82,—
*Findlay A.:* Introd. to physical chemistry. 1933. 8° 7, 492 s. o. 49,—
*Finter F. B.:* An introduction to physical chemistry. N. v. 1933. 8° 276 s. o. 39,—
*Gemant A.:* Liquid dielectrics. 1933. 8° 9, 185 s. 120,—
*Gibson Ch. R.:* Electrical conceptions of to-day. 1933. 8° 284 s. 8 t. 39,—
*Glasser O.:* W. C. Röntgen a. the early history of the R. rays. 1933. 4° 12, 494 s. 211,—
*Golikere R. K.:* Through wonderlands of the universe. 1933. 8° 18, 400 s.
*Hinks A. R.:* Maps a. survey. 3. v. přepr. 1933. 8° 16, 283 s. o. 82,—
*Hodson G. - Horne A.:* Some experiments in four-dimensional vision. 1933. 8° 25, 117 s. 39,—
*Hughes E. A. M.:* The kinetics of reactions in solutions. 1933. 8° 8, 313 s. 98,—
*Hund A.:* High frequency measurements. 1933. 8° 11, 491 s. o. 195,—
*Kuczynski R. R.:* Fertility a. reproduction. Methods of measuring the balance of births a. deaths. 1932. 8° 3, 94 s. 56,—,
*Lindsay R. B.:* Physical mechanics. 1933. 8° 10, 436 s. 136,—
*Little W. B.:* Science a. the weather. 1933. 8° 10, 155 s. 16,50
*Littleton J. T. - Morey G. W.:* The electrical properties of glass. 1933. 8° 10, 184 s. 120,—
*Loeb L. B. - Adams A. S.:* Development of physical thought. 1933. 8° 660 s. 120 o. 150,—
*Martin D. J.:* An introd. to thermodynamics f. chemists. 1933. 8° 7, 343 s. 104,—
*Maxted E. B.:* Catalysis a. its industrial applications. 1933. 234,—
*McAlpine R. K. - Soule B. A.:* Qualitative chem. analysis. 1933. 8° 12, 697 s. 136,—
*Milne-Thomson L. M.:* The calculus of finite differences. 1933. 8° 24, 558 s. 253,—
*Moelwyn-Hughes E. A.:* The kinetics of reactions in solution. 1933. 8° 7, 313 s. 98,—
*Moorfield G. H. - Winstanley H. H.:* Mechanics a. applied heat. 1933. 8° 8, 328 s. 33,—
*Morley F. - Morley F. V.:* Inverse geometry. 1933. 8° 9, 273 s. 67 o. 104,—
*Moseley E. L.:* Other Worlds. 1933. 8° 11, 231 s. 49,—
*Mott N. F. - Massey H. S. W.:* The theory of atomic collisions. 1933. 15, 283 s. 114,—
*Nieuwenburg C. J. van - Dulfer L. G.:* Short manual of systematical qualitative analysis by means of modern drop reactions. 1933. 88 s. 56,—
*Norton A. P.:* A star atlas a. reference book (epoch 1920) f. stud. a. amat. 5. v. rev. 1933. 4° 8, 62 s. 18 m. 82,—
*Percival A. S.:* Mathematical facts a. formulae. 1933. 8° 6, 125 s. 30,—
*Pilley J.:* Electricity. 1933. 8° 14, 340 s. 181 o. 49,—
*Radley J. A. - Grant J.:* Fluorescence analysis in ultraviolet light. 1933. 8° 232 s. o. 98,—
*Rhodes J. E. W.:* Phase rule studies. 1933. 8° 10, 131 s. 39,—
*Rogers J. S.:* Physics f. medical students. Suppl. 1933. 8° 10, 205 s. 75,—
*Rothe R. - Ollendorff F. - Pohlhausen K.:* Theory of functions as applied to engineering problems. Přel. z něm. 1933. 8° 10, 189 s. 98,—
*Rutherford:* The artificial transmutation of the elements 1933. 8° 12 s. 7,—

---

*Údaje* o knihách jsou uvedeny podle oficielních bibliografií a neručí se za jejich správnost. Nepřijímáme ani záruky za *hodnotu* uvedených publikací, jež jsou tu prostě registrovány. — Není-li *rok* vydání vyznačen, jest jím rok 1933. — *Ceny* jsou udány *(bez závaznosti)* v *Kč* podle původních cen nakladatelských, zpravidla za knihu nevázanou, ačli není jako vázaná vyznačena. — Při koupi knihy *se účtuje cena té doby platná;* výlohy za její opatření se účtují pouze výjimečně, jsou-li neúměrné ceně knihy. — *Formát* knihy je *cm* nebo

*Searle G. F. C.:* Experimental elasticity. 2. v. 1933. 8⁰ 16, 190 s.
*Shaw N.:* The drama of weather. 1933. 4⁰ 14, 270 s. 92 o. 49,—
*Sidwick N. V.:* Some physical properties of the covalent link in chemistry. 1933. 8⁰ 7, 249 s. o. 59,—
*Smith D. M.:* Metallurgical analysis by the spectrograph. 1933. 8⁰ 11, 114 s. 10 t. 69,—
*Smith G.:* Quantitative chemical analysis f. beg. stud. 3. v. 1933. 8⁰ 14, 199 s. o. 78,—
*Steavenson W. H.:* Suns a. worlds. Introd. to astronomy. 1933. 8⁰ 104 s. 17,—
*Stewart G. W.:* Introductory acoustics. 1933. 8⁰ 11, 200 s. 80,—
*Transactions* of the International astronom. union. D. 4. 1933. 4⁰ 97,50
*Underhill Ch. R.:* Electrons at work. 1933. 8⁰ 354 s. 220 o.
*Wagstaff C. J. L.:* Properties of matter. 5. v. 1933. 8⁰ 7, 279 s. 33,—
*Watson R. A. - Herd J. F. - Bainbridge-Bell L. H.:* Applications of the cathode ray oscillograph in radio research. 1933. 8⁰ 16, 290 s. 17 t. 65,—
*Wilson W.:* Theoretical physics. D. 2. Electromagnetism a. optics: Maxwell-Lorentz. 1933. 8⁰ 11, 315 s. 78 o. 117,—

*Annales* du Bureau d. longitudes, X. 1933. 4⁰ 520 s. o. 105,—
*Antoniadi E. M.:* L'astronomie égyptienne. 1933. 8⁰ 12, 158 s. 50 o. 7 t. 60,—
*Bernstein V.:* Leçons sur les progrès récents de la théorie d. séries de Dirichlet. 1933. 8⁰ 8, 320 s. 90,—
*Bied-Charreton R.:* De la turbine à l'atome. 1933. 8⁰ 6, 200 s. 37,50
*Bigourdan G.:* Mires universelles. 1933. 16 × 26. 2 t. 7,50
*Bloch L.:* Précis d'électricité théorique. 2. v. rev. rozš. 1933. 8⁰ 6, 476 s. 75,—
*Buhl A.:* Gravifiques. Groupes mécaniques. 1933. 8⁰ 62 s. 22,50 Mém. sc. math. 62.
*Bunet P.:* Courants de Foucault. 1933. 8⁰ 180 s. 49 o. 37,50
*Cartan E.:* Sur la structure d. groupes de transformations finis et continus. 1933. 4⁰ 60,—
*Caullery M.:* La science française depuis le XVII. siècle. 1933. 8⁰ 18,— Coll. Colin 165.
*Copel P.:* Eléments d'optique géométrique. 1933. 8⁰ 7, 208 s. 127 o. 37,50
*Couffignal L.:* Les machines à calculer. 1933. 8⁰ 8, 86 s. 24 o. 22,50
*Daure P.:* Introduction à l'étude de l'effet Raman. 1933. 8⁰ 7, 90 s. 27,—
*Demtchenko B.:* Problèmes mixtes harmoniques en hydrodynamique d. fluides parfaits. 1933. 8⁰ 9, 140 s. 34 o. 45,—
*Duarte F. J.:* Nouvelles tables logarithmiques à 36 dec. 1933. 8⁰ 28, 128 s. 60,—
*Dulac H.:* Points singuliers d. équations différentielles. 1934. 8⁰ 70 s. 22,50 Mém. sc. math. 61.
*Dupont G.:* La valence chimique. 1933. 8⁰ 37,50
*Fabry Ch.:* Cours de physique. II. 1933. 4⁰ 632 s. 330 o. 225,—
*Fallou J.:* Courants de court-circuit. 1933. 8⁰ 180 s. 50 o. 37,50
*Favard J.:* Leçons sur les fonctions presque-périodiques. 1933. 8⁰ 8, 184 s. 75,—
*Foch A.:* Acoustique. 1933. 8⁰ 18,— Col. Colin 166.
*Galbrun H.:* Théorie math. de l'assurance invalidité et de l'assurance nuptialité. 1933. 8⁰ 8, 184 s. 67,50 Traité du calcul d. probab. III, 5.
*Gossot-Liouville:* Ballistique intérieure. 1933. 8⁰ 272 s. 82,50
*Chazy J.:* Cours de mécanique rationelle. II. Dynamiques d. systèmes matériels. 1933. 8⁰ 6, 460 s. 120,—
*Juvet G.:* La structure d. nouvelles théories physiques. 1933. 8⁰ 184 s. 22,50
*Mercier J.:* Les circuits oscillants. Intr. à l'étude de la radiotech. 1933. 8⁰ 200 s. 120 o. 75,—
*Nouy P. du:* Méthodes physiques en

---

obvyklou značkou. — ***Zkratky*** jsou snadno luštitelné, na př.: *sv.* svazek, *d.* díl, *č.* část, *sš.* sešit, *v.* vydání, *rozš.* rozšířené, *přepr.* přepracované, *zm.* změněné, *zl.* zlepšené, *dop.* doplněné, *zc.* zcela, *přel.* přeložil, *vyd.* vydal, *s.* strana, *l.* list, *t.* tabulka, *o.* obrazce, *m.* mapa, *př.* příloha, *váz.* vázáno, *pl.* plátěná vazba, *kž.* kožená vazba, *ppl.* poloplátěná vazba, *krt.* kartonováno a pod. — Je-li cena nebo rozsah udán přibližně (*asi*), nebo je-li uveden jen titul knihy, značí to, že kniha teprve vyjde.

biologie et en médecine. 1933. 8° 194 s. 33,—

*Pascal P.*: Traité de chimie minérale. VIII. 1933. 4° 1205 s. 355 o. 315,—

*Pereire E.*: Tables de l'intérêt composé d. annuités et de l'amortissement allant jusqu'à 10%. 5. v. opr. 1933. 4° 32, 156 s. 45,—

*Pomey J. B.*: Applications d. imaginaires au calcul vectoriel. 1933. 8° 80 s. 20,—

*Richardson E. G.*: Appareils à fil chaud. Leurs applic. dans la mécanique expér. d. fluides. 1934. 8° 68 s. 54 o. 30,—

*Ser J.*: Les calculs formels d. séries de factorielles. 1933. 8° 7, 100 s. 30,—

*Spadavecchia S.*: Le noyau atomique. 1933. 8° 200 s. 75,—

*Stroobant P.*: Précis d'astronomie. 1933. 8° 6, 192 s. 45,—

*Théorie* chimiques, 3. Chatelet M. Spectres d'absorption visibles et ultraviolets d. solutions. 1933. 8° 24 s. 10,50

*Tisserand F.*: Recueil complémentaire d'exercices sur le calcul infinitésimal. 2. v. rozš. o Painlevé P.: Nouveaux exercices sur les variables imaginaires. 1933. 8° 23, 524 s. 52,50

*Urbain G. - Boll M.*: La science, ses progrès, ses applications. 1933. 2 sv. 4° I. 384 s. 247,50

*Véronnet A.*: Le calcul vectoriel. Cours d'algèbre de math. spec. et de math. génér. 1933. 8° 18, 252 s. 75,—

*Walker W. H. - Lewis W. K. - Mc Adams W. H.*: Principes de chimie industrielle. Technique et appareillage de l'industrie chim. Z angl. H. Clair-Lagriffoul. 1933. 8° 6, 762 s. 195 o. 298,50

R. *Accademia* d'Italia. Viaggi di studio ed esplorazioni. 1. 1933. 8° 77 s. 16,—

*Bue A. Del*: Lezioni di fisica generale. Elettricità. 1933. 4° 423 s. 360 o. 100,—

*Ciani E.*: Lezioni di geometria descrittiva. Litogr. 1932. 8° 9, 416 s. 28 t. 110,—

*Cisotti U.*: Le prime lezioni di introd. d. calcolo vettoriale in geometria. 1933. 4° 52 s. 20,—

*Fresa A.*: La luna. 1933. 8° 24, 362 s. 54 t. 32,—

*Gianfranceschi G.*: Capitoli di fisica contemporanea. 1932. 8° 283 s. 47 o.

*Livi L.*: Elementi di statistica. 3. v. rev. 1933. 4° 409 s. 70 o. 80,—

*Marletta G.*: Geometria proiettiva delle forme di 1. e 2. specie. 1932. 8° 228 s. 169 o. 100,—

*Murani O.*: Trattato elementare di fisica. 9. v. I. 1932. 8° 24, 824 s. 601 o. 72,—

*Peri G.*: Elettroni, onde, elettricità secondo la nuova fisica nella vita moderna. 1933. 4° 20, 617 s. 376 o. 35 t. 140,—

*Perucca E.*: Fisica generale e sperimentale. I. Meccanica. Calore. 1932. 8° 16, 647 s. 631 o. 170,—

*Tedeschi B.*: Exercitacioni di matematica. K předn. F. Sibiraniho. Litogr. 4° I. 3. v. 1932. 468 s. 100,— II. 280 s. 64,—

*Auerbach F.*: Das naturwissenschaftliche Weltbild. 1933. 8° 135 s. o. pl. 40,80

*Behrens W. U.*: Mathematische Methoden f. Versuchsansteller auf den Gebieten der Naturwissenschaften, Landwirtschaft u. Medizin. 1933. 8° 136 s. 14 o. pl. 76,50

*Becker R.*: Theorie d. Elektrizität. Přepr. v. spisu M. Abrahama. D. 2. Elektronentheorie. 6. v. 1933. 8° 7, 400 s. 86 o. 144,50

*Bjerrum N.*: Kurzes Lehrbuch d. anorganischen Chemie. Přel. L. Ebert. 1933. 8° 10, 356 s. 17 o. pl. 70,60

*Bodtker-Naess G. - Hassel O.*: Gitterdimensionen u. Atomabstände Werner'scher Einlagergsverbindungen, welche mit Fluoritstruktur kristallisieren. Ak. Oslo. 1933. 8° 19 s. 20,—

*Crantz P.*: Analytische Geometrie d. Ebene zum Selbstunterricht. 5. v. 1933. 8° 97 s. 55 o. 20,40

*Crantz P.*: Ebene Trigonometrie zum Selbstunterricht. 5. v. 1933. 8° 97 s. 50 o. 18,70

*Darrow K. K.*: Elementare Einführg in d. Quantenmechanik. Přel. E. Rabinowitsch. 1933. 8° 123 s. 3 o. 51,—

*Debye P.*: Struktur d. Materie. 4 předn. 1933. 8° 50 s. 21 o. 25,50

*Deitenbeck K.*: Wandergn im Weltenraum. 1933. 8° 63 s. 5,10

*Dingler H.*: Die Grundlagen d. Geometrie. Ihre Bedeutg f. Philosophie, Math., Phys. u. Technik. 1933. 4° 8, 76 s. 40,80

*Drei* Klassiker d. Strömgslehre: Hagen-Poiseuille-Hagenbach. 1933. 8° 97 s. 4 o. 47,60

# SPOLKOVÝ VĚSTNÍK.

## Program členských schůzí.

Na členských schůzích Jednoty budou přednášeti:

V úterý dne 16. ledna 1934 F. BOUCHAL (Most): O měření mřížkových konstant krystalů pomocí různých vlnových délek a srovnání s dosavadními metodami.

V úterý dne 23. ledna 1934 dr. L. RIEGER: O dvojím názoru na fysikální děje (kausálně-deterministickém v časoprostoru a kontingentním ve vlastním čase).

V úterý dne 23. ledna 1934 dr. V. RYŠAVÝ: O přibližném počítání. (Na reálce v Praze XII.)

Matematické přednášky se konají v matematickém ústavu Karlovy university v Praze II, U Karlova 3, vždy ve čtvrtek o 18. hodině. Další přihlášky přednášek matematických přijímá pořadatel matematické sekce vědecké rady JČMF, prof. dr. V. JARNÍK, matematický ústav, Praha II, U Karlova 3, telefon 33647.

Fysikální přednášky se konají ve fysikálním ústavu Karlovy university v Praze II, U Karlova 5, vždy v úterý o 18. hodině. Po přednáškách ukázky nových přístrojů fysikálních. Další přihlášky přednášek fysikálních přijímá pořadatel fysikální sekce vědecké rady JČMF, prof. dr. V. DOLEJŠEK, spektroskopický ústav, Praha II, Preslova 1, telefon 37984.

Středoškolské přednášky se konají střídavě na pražských středních školách v úterý o 17. hodině. Přihlášky přednášek přijímají pořadatelé dr. F. VYČICHLO, prof. reálky v Praze X, a dr. A. WANGLER, prof. I. reál. gymn. v Praze XII.

## Zápis o řádné valné schůzi JČMF

konané dne 7. prosince 1933 v posluchárně fysikálního ústavu Karlovy university v Praze.

Předseda dr. BYDŽOVSKÝ zahajuje schůzi v $16^h$ $55^m$ za přítomnosti 38 členů. Omlouvají se prof. PETR, ŠALAMON a ZÁVIŠKA. Přečten a schválen zápis o minulé valné schůzi.

Předseda vzpomíná zemřelých členů Jednoty: čestných členů E. D'OVIDIA, P. EHRENFESTA a P. PAINLEVÉ, zakládajícího člena J. KAVÁNA, skutečných členů F. BARTOŠE, V. FELIXE, H. FILIPA, B. KŘIŽANOVÉ, F. STRERA, A. STÝBLA, V. TRUHLÁŘE a V. ZELINKY, kterýžto projev vyslechli přítomní stojíce.

Načež dalším procítěným projevem vzpomíná zítřejšího dvacátého výročí úmrtí čestného člena Jednoty a vynikajícího fysika českého, prof. dr. J. KOLÁČKA. Dlouhotrvající potlesk svědčil, že promluvil v souhlasu s přítomnými.

Ředitel dr. VALOUCH doplňuje tištěnou výroční zprávu některými poznámkami, zejména probírá závěrečné účty. Za kontrolující komisaře navrhuje prof. ŠRŮTEK, aby bylo funkcionářům a výboru uděleno absolutorium a poděkováno jim i personálu, což bylo schváleno jednomyslně.

Volby byly provedeny aklamací, proti níž nebylo námitek. Zvoleni tudíž jednomyslně podle kandidátní listiny: předsedou ČERVENKA, členy výboru (na 3 roky) JENIŠTA, MAŠEK, NACHTIKAL, PETÍRA, PETR, POSEJPAL, ŽÁČEK, (na 1 rok) BYDŽOVSKÝ, WANGLER, náhradníky LEHAR, TEPLÝ, VYČICHLO, HRDLIČKA, KREJČÍ, PROCHÁZKA, kontrolujícími komisaři LENZ, ŠALAMON, ŠRŮTEK, členy vědecké rady (matem. sekce) HEINRICH, SCHOENBAUM, VOJTĚCH, (fys. sekce) DOLEJŠEK, FRIEDRICH, M. A. VALOUCH.

Předseda připomíná, že odstupující kontrolující komisař prof. VÁCLAV HÜBNER (nar. 1856) zastával tuto funkci po 36 let. Členem Jednoty je od r. 1873/4, tedy 60 let; od r. 1919 je členem zakládajícím. R. 1928 byl poctěn nejvyšším uznáním, které Jednota může uděliti, volbou za čestného člena Jednoty za svou činnost spolkovou a publikační. Navrhuje, aby byl poslán prof. HÜBNEROVI písemný projev díků valné schůze, což bylo schváleno potleskem.

Volný návrh předložil ing. E. KLIER, Plzeň: „Nechť Jednota vyzve členy, kteří by chtěli čísti cizí časopisy a které. Podle počtu přihlášených členů na určitý časopis stanovilo by se předplatné připadající na každého zájemce. Jednota by tedy odebírala k tomu účelu určité časopisy aspoň po 1 exempláři a dotyčný časopis by si abonenti v určitých intervalech (snad ve 14 dnech) posílali mezi sebou podle plánu přilepeného na příslušném čísle časopisu. Na konci roku buď by připadly časopisy knihovně nebo by se mohly nabídnouti abonentům ke koupi za zcela levný peníz.“ Po debatě nebyl návrh přijat pro závady technické (doba cirkulace každého sešitu, možnost ztráty a nesnadnost evidence, výše předplatného a pod.), ale usneseno, aby Jednota podporovala případnou soukromou akci tohoto druhu. Podněty této věci se týkající buďtež zaslány kanceláři Jednoty.

Předseda končí valnou schůzi v $18^h\ 40^m$.

**Výbor JČMF** pro správní rok 1933/34 se skládá z těchto členů:

*Předseda:* LADISLAV ČERVENKA, vládní rada v Praze (do konce r. 1936).

*Místopředseda:* STANISLAV PETÍRA, vrchní školní rada v Praze (1936).

*Ředitel:* dr. MILOSLAV VALOUCH, sekční šéf v. v. v Praze (1935).

*Pokladník:* dr. FRANTIŠEK NUŠL, ředitel hvězdárny v Praze (1934).

*Jednatel:* dr. VÁCLAV POSEJPAL, profesor university Karlovy v Praze (1936).

*Knihovníci:* dr. FRANTIŠEK ZÁVIŠKA, profesor university Karlovy v Praze (1935);
dr. JAN BŘEZINA, profesor reál. gymnasia v Praze (1934);
dr. KAREL RYCHLÍK, profesor vys. učení techn. v Praze (1935);
dr. VIKTOR TRKAL, profesor university Karlovy v Praze (1934).

*Účetní správce:* dr. JOSEF ŠTĚPÁNEK, vrchní školní rada v Praze (1935).

*Archivář:* dr. MIKULÁŠ ŠMOK, ředitel reálky v Praze (1935).

*Zapisovatel:* dr. ALOIS WANGLER, profesor reál. gymnasia v Praze (1934).

*Bez zvláštní funkce:* dr. BOHUMIL BYDŽOVSKÝ, profesor university Karlovy v Praze (1934);
dr. VÁCLAV HRUŠKA, profesor vys. učení techn. v Praze (1935);
dr. VOJTĚCH JARNÍK, profesor university Karlovy v Praze (1934);
OLDŘICH JENIŠTA, min. komisař MŠO v Praze (1936);
dr. MILOŠ KÖSSLER, profesor university Karlovy v Praze (1935);
ing. dr. RUDOLF KUKÁČ, profesor vys. učení techn. v Praze (1934);
dr. BOHUSLAV MAŠEK, místoředitel st. hvězdárny v Praze (1936);
dr. FRANTIŠEK NACHTIKAL, prof. vys. učení techn. v Praze (1936);

dr. KAREL PETR, profesor university Karlovy v Praze (1936);
dr. VLADIMÍR RYŠAVÝ, profesor reálky v Praze (1935);
dr. AUGUST ŽÁČEK, profesor university Karlovy v Praze (1936);
JOSEF ŽĎÁREK, profesor st. průmyslové školy v Praze (1934).

*Náhradníky* (na rok 1933/34) jsou:

FRANTIŠEK LEHAR, profesor reál. gymnasia v Praze;
dr. FRANTIŠEK VYČICHLO, profesor reálky v Praze;
dr. JOSEF HRDLIČKA, docent vys. učení techn. v Praze;
ZDENĚK KREJČÍ, posluchač university Karlovy v Praze;
FRANTIŠEK PROCHÁZKA, posluchač vys. učení techn. v Praze.

*Kontrolujícími komisaři* (na rok 1933/34) jsou:

dr. VÁCLAV LENZ, profesor vys. učení techn. v Praze;
dr. BEDŘICH ŠALAMON, profesor university Karlovy v Praze;
JAN ŠRŮTEK, profesor reál. gymnasia v. v. v Praze.

**Vědecká rada.** *Členové sekce matematické* (do konce r. 1936):

dr. VLADIMÍR HEINRICH, profesor university Karlovy v Praze;
dr. EMIL SCHOENBAUM, profesor university Karlovy v Praze;
dr. JAN VOJTĚCH, profesor vys. učení technického v Praze;
dr. VOJTĚCH JARNÍK jakožto delegát výboru.

*Členové sekce fysikální* (do konce r. 1936):

dr. VÁCLAV DOLEJŠEK, profesor university Karlovy v Praze;
JAROSLAV FRIEDRICH, profesor reálky v. v. v Praze;
dr. MILOSLAV A. VALOUCH, docent vys. učení techn. v Praze;
dr. FRANTIŠEK NACHTIKAL jakožto delegát výboru.

## Zprávy z členských schůzí.

**První členská schůze středoškolská** se konala dne 5. prosince 1933 za přítomnosti 31 osob. Prof. dr. A. WANGLER předvedl pokusy demonstrující elektrické kmity na nejnovější aparatuře Kmentově a nový model oscilografu. Po přednášce se rozvinula diskuse jak o přednášce samé, tak i o programu těchto schůzí, jež byly souhlasně vítány. Pro příští schůze připravuje dr. V. RYŠAVÝ referát o přibližném počítání a referát o nových německých učebnicích fysiky, dr. A. ŽÁČEK ukázku pokusů s vlnami na drátech a řed. J. PITHARDT o vyučování deskriptivní geometrii, zejména ve IV. třídě. Bylo by si přáti, aby zájem projevený o prvou schůzi neochabl, naopak aby účast byla ještě větší. Zejména však záleží na tom, aby účastníci se neomezili na pouhé vyslechnutí referátů, ale hojně se zúčastnili diskuse a ochotně seznámili také ostatní kolegy se svými zkušenostmi. Ježto schůze budou konány střídavě na jednotlivých ústavech pražských, budou míti kolegové příležitost navzájem poznati zařízení a sbírky fysikální těchto ústavů. V ustavující schůzi komise byl zvolen předsedou dr. J. BŘEZINA, pořadateli dr. F. VYČICHLO a dr. A. WANGLER; členem komise je též F. BOČEK.

**Fysikální sekce** vědecké rady pořádala tyto schůze:

Dne 7. a 14. listopadu 1933 přednášel prof. dr. JAROSLAV HEYROVSKÝ: Referát o zájezdu do Spoj. států severoamerických a o sjezdu fysikálně-chemickém v Paříži. Referát bude uveřejněn v tomto ročníku Rozhledů matem.-přírod.

Dne 14. listopadu 1933 přednášela dr. ADÉLA NĚMEJCOVÁ: O inversním efektu na fotografické desce vzniklém současným působením dvou různých druhů záření.

V přednášce byly úvodem zrekapitulovány výsledky, které přednášející obdržela při studiu otázky odchylného působení $X$-paprsků a katodových paprsků na fotografickou desku (viz Časopis, roč. 61, str. 161—170). Zejména bylo poukázáno na to, že inversní zjev (zmenšení hustoty černání fotografické desky) vyvolaný kombinovaným působením $X$-paprsků a katodových paprsků na fotografickou desku není podstatně podmíněn (na rozdíl od ostatních inversních zjevů známých až dosud z literatury) pořadím, ve kterém obě záření na desku působí. Tato nezávislost na pořadí dávala tušiti, že existuje inverse také při současném působení dvou různých druhů energie na emulsi fotografické desky. Tím byla přednášející vedena ke studiu současných účinků dvou různých druhů energie. Z důvodů experimentálních nebyl však studován účinek vyvolaný na fotografické desce současným působením $X$-paprsků a katodových paprsků (který dával největší naději na příznivý výsledek), nýbrž současný účinek $X$-paprsků a bílého světla, resp. $X$-paprsků a tepla. Ačkoli při následném působení jest u těchto kombinací inverse podmíněna určitým pořadím, podařilo se v obou případech zjistiti inversi, a že jest u porovnání s inversí vyvolanou následným působením vždy menší. Inverse vyvolaná současným působením dvou různých druhů energie prokazuje bezpečně, že dvě záření, jichž účinek je kvalitativně stejný (černání fotografické desky) nemusí se ve svých účincích vždy zesilovati, nýbrž mohou se někdy naopak částečně rušiti.

**Matematicko-fysikální kroužek v Bratislavě** pořádal dne 26. října 1933 přednášku prof. dr. J. BUCHTALY: Vyšetřování pohonných látek mikrodynamometrem, dne 1. prosince 1933 přednášku prof. J. VANOVIČA: Definicia hmoty.

## Ostatní zprávy.

**Schůze výboru** konaná dne 7. prosince 1933. Výbor se ustavil, jak je shora uvedeno. — Referováno o první členské schůzi středoškolské; do komise zvolen místo prof. Friedricha prof. Boček. — Hvězdářská ročenka 1934 jest vytištěna. — Kauckého Úvod do počtu pravděpodobnosti je celý zlomen a vykorigován. — Prof. Čech oznamuje podrobný obsah chystané své knihy Teorie bodových množství. — Autoři Fysiky pro vyšší třídy střed. škol přibrali si za spolupracovníka prof. Wanglera. — Nová zásoba Petírovy-Šmokovy Fysiky pro nižší školy střed. je již na skladě. — K návrhu prof. Dolejška usneseno zaujmouti příznivé stanovisko k projektovanému sjezdu slovanských fysiků. — Vzato na vědomí, že přednášky prof. Hahna a doc. Knastra budou konány počátkem r. 1934.

**Petíra-Šmok,** Fysika pro nižší třídy škol středních, 7. vydání upravené podle nových učebních osnov z r. 1933, ppl. Kč 28,60, jest opět na skladě. Račte si vyžádati volné výtisky, pokud Vám nebyly již zaslány, a laskavě upozorniti žactvo, že knihu lze u knihkupců obdržeti.

**Červenka,** Aritmetika pro III. třídu středních škol, 7. vydání, upravené podle osnov z r. 1933, ppl. Kč 10,—, bylo schváleno vynesením MŠO ze dne 18. října 1933, čís. 119072-II/1, a jest již na skladě. Zaslali jsme ukázkové výtisky ředitelstvím všech českých středních škol a prosíme pp. kolegy, aby si podle potřeby vyžádali volné výtisky. Račte také žáky upozorniti, že učebnice je na skladě. — Její převod do slovenštiny se sází.

*Eberhard W.*: Beiträge zur Astronomie d. Han-Zeit. 2. Ak. Berlin. 1933. 4⁰ 45 s. 34,—
*Encyklopädie* d. math. Wissenschaften. D. 3,2, sš. 12. Berzolari L.: Algebr. Transformationen u. Korrespondenzen. 1933. 4⁰ 437 s. 119,—
*Ergebnisse* d. exakten Naturwissenschaften. D. 12. 1933. 8⁰ 304 s. pl. 216,—
*Ergebnisse* e. mathem. Kolloquiums. 5, 1932/3. 1933. 8⁰ 42 s. 17,—
*Eucken A.*: Grundriss d. physik. Chemie. 4. v. 1934. 8⁰ 23, 699 s. 179 o. pl. 246,50
*Feyerabend E.*: An d. Wiege d. elektrischen Telegraphen. 1933. 8⁰ 32 s. o. 7,70
*Gaertner V.*: Elektrochemie. 1934. 8⁰ 7, 408 s. 206 o. pl. 170,—
*Gauss C. F.*: Werke. 10, 2, 7. 1933. 4⁰ 60 s. 64,60
*Geiger H.*: Der Einfluss d. Atomphysik auf unser Weltbild. Lehmann E.: Der Einfluss d. Biologie auf unser Weltbild. 1933. 8⁰ 32 s. 11,50
*Hager E.*: Experimente mit Hochfrequenz. 1933. 8⁰ 43 s. o. 17,—
*Handbuch* d. Experimentalphysik. 12, 2. Elektromotorische Kräfte. Polarisationserscheingn. Elektrochemie d. Phasengrenzen. 1933. 8⁰ 19, 483 s. 103 o. pl. 340,—
*Hand- u. Jahrbuch* d. chemischen Physik. 6, 2. Elektrische Leitfähigkeit. 1933. 4⁰ 12, 342 s. 104 o. 272,—
*Handwörterbuch* d. Naturwissenschaften. 2. v. D. 8. Polarlicht-Siemens. 1933. 4⁰ 8, 1248 s. 980 o. 569,50
*Hansen F.*: Chronica d. Camera obscura. 1933. 8⁰ 80 s. t. 18,—
*Hoheisl G.*: Methodische Bemerkgn zur Theorie d. linearen Integralgleichgn. Ak. Berlin. 1933. 4⁰ 10 s. 8,50
*Hurwitz A.*: Mathematische Werke. D. 2. 1933. 4⁰ 14, 755 s. 316,80
*Jahnke E. - Emde F.*: Funktionentafeln mit Formeln u. Kurven. 2. přepr. v. 1933. 8⁰ 18, 330 s. 171 o. pl. 136,—
*Kordatzki W.*: Taschenbuch d. praktischen pH-Messgn f. wissenschaftl. Laboratorien u. techn. Betriebe. 1934. 8⁰ 8, 231 s. 65 o. 68,—
*Koschmieder L.*: Variationsrechng. 1. 1933. 8⁰ 127 s. 21 o. pl. 13,80 SG 1074
*Kowalewski G.*: Integrationsmethoden d. Lieschen Theorie. 1933. 8⁰ 8, 221 s. 153,—
*Kowalewski G.*: Lehrbuch d. höheren Mathematik f. Univers. u. Tech. Hochschulen. D. 3. 1933. 8⁰ 252 s. 12 o. 32,30
*Lense J.*: Reihenentwicklgn in d. mathem. Physik. 1933. 8⁰ 178 s. 30 o. pl. 80,80
*Lindow M.*: Differentialrechng unter Berücks. d. prakt. Anw. in d. Technik. 5. v. 1933. 8⁰ 6, 102 s. 50 o. 20,40
*Lindow M.*: Integralrechng unter bes. Ber. . . . 4. v. 1933. 8⁰ 102 s. 43 o. 20,40
*Lindow M.*: Gewöhnliche Differentialgleichgn unter Ber. . . . 2. v. 1933. 8⁰ 6, 121 s. 39 o. 25,50
*Mangoldt H. v.*: Einführg in d. höh. Mathematik f. Stud. u. zum Selbststudium. 6. v. přepr. K. Knopp. D. 3. 1933. 8⁰ 16, 617 s. 103 o. pl. 142,80
*Marcelin A.*: Oberflächenlösgn. Zweidimensionale Flüssigkeiten u. monomolekulare Schichtgn. 1933. 8⁰ 158 s. 68,—
*McShane E. J.*: Über d. Unlösbarkeit e. einfachen Problems d. Variationsrechng. Ges. Göttingen. 1933. 8⁰ 6 s. 4,30
*Pettersson H.*: Kurzwellenerreger f. spektroskop. Untersuchungen. Ak. Wien. 1933. 8⁰ 4 s. 2,60
*Rothe R.*: Höhere Mathematik für Mathematiker, Physiker u. Ingenieure. 4, 2. Funktionen v. 2 u. mehr Veränd„ Diff.-geom., kompl. Zahlen, Veränd. u. Funktionen. 1933. 8⁰ 52 s. 46 o. 17,—
*Schadendorff E.*: Praktikum d. organischen u. physiologischen Chemie f. Mediziner. 1933. 8⁰ 111 s. 25,50
*Schmid W.*: Über e. Zyklographie $Z_4$, die aus e. Hirst'schen quadrat. Komplexe abgeleitet ist. Ak. Wien. 1933. 27 s. 7 o. 17,—
*Schreber K.*: Die Grundlagen u. Grundbegriffe d. Physik d. Vorgänge. 1933. 8⁰ 10, 312 s. 80,80
*Smith A.*: Einführg in d. allgem. u. anorg. Chemie auf element. Grundlage. 7. v. přepr. dopl. 1933. 8⁰ 12, 807 s. o. pl. 119,—
*Thomsen G.*: Grundlagen d. Elementargeometrie in gruppenalgebr. Behandlg. 1933. 8⁰ 8, 88 s. o. 46,80
*Wierl R. - Hengstenberg J. - Wolf K.*: Positive Korpuskularstrahlen. 1933. 8⁰ 284 s. 201 o. 238,—
*Zeiss C.*: Astronomische Instrumente, Kuppeln u. Hebebühnen. 1933. 8⁰ 87 s. o. 10,20

## 2. FILOSOFIE, PEDAGOGIKA, ŠKOLSTVÍ.

*Beranek R. - Deisinger J. - Kellermann H.*: Fysika pro nižší tř. střed. škol. Přel. F. Zlatník (Vídeň). D. 2. 1933. 8° 132 s. o. ppl. 23,80

*Čeněk J.*: Reforma střední školy, její podstata a cíle. 1933. 8° 52 s. 6,—

*Červenka L.*: Aritmetika pro III. tř. střed. škol. 7. vyd. podle nov. osnov uč. 1934. 8° 84 s. 16 o. ppl. 10,—

*Flammarion C.*: Měsíc. Čtení z populární astronomie. 1933. 8° 9 s. —,40

*Chlup - Uher - Velemínský*: O novou školu. 1933. 8° 57 s. 7,—

*Matas B.*: Přehled algebry a geometrie v úlohách pro střed. školy. 2. (pro III. a IV. tř.). 1933. 8° 32 s. 2,50

*Matas B.*: Přehled aritmetiky v úlohách pro střed. školy. 1. (pro I. a II. tř.). 2. v. 1934. 8° 27 s. 2,50

*Petíra S. - Šmok M.*: Fysika pro nižší školy střední. 7. v. 1933. 8° 247 s. 326 o. 4 t. ppl. 28,60 Nová zásoba na skladě.

*Předpisy* pro studium přírodovědecké a lékárnické na universitě Karlově v Praze. 1933. 8° 92 s.

*Rádl E.*: Dějiny filosofie. II. Novověk. 1933. 8° 668 s. 78,—

*Studijní* předpisy čes. vys. učení techn. v Praze. 1933. 8° 160 s.

*Cheetham R. L.*: Graded examples in physics. 1933. 8° 9, 89 s. 5 o. 11,50

*Rulon P. J.*: The sound motion picture in science teaching. 1933. 8° 75,—

*Sullivan J. W. N.*: Limitations of science. 1933. 8° 303 s. 49,—

*Aubert-Papelier*: Exercices d'algèbre élém. (avec sol.). IV. Equat. du 2. degré. 1933. 8° 228 s. 18,—

*Caronnet T.*: Exercices de géométrie (avec sol.). Sš. 9. Compléments. 1933. 8° 184 s. 18,—

*Clerc L. P.*: Guide complet de manipulations chimiques. 3. v. Č. 2 a 3. 1933. 8° 132 s. 11,30

*Leroide J.*: Manipulations élémentaires de chimie. 1933. 8° 64 s. 7,50

*Prévot A.*: Cours de géométrie cotée. 1933. 8° 300 s. 325 o. 45,—

*Beutel E.*: Mathematische Reifeprüfgsaufgaben aus d. württemberg. höh. Schulen. 1933. 8° 6, 110 s. 24,70

*Bloss O.*: Die graphisch-bildliche Darstellg im modernen gewerblichen Unterricht. 1933. 8° 7, 140 s. 21,30

*Burkhardt F.*: Die Prüfgn f. d. Lehramt an höh. Schulen im Dtsch. Reich seit 1901. 1933. 8° 36 s. o. 18,70

*Franzis E.*: Bernard Bolzano. Der pädag. Gehalt seiner Lehre. 1933. 8° 20, 249 s. 72,30

*Happach V.*: Technisches Rechnen. Sammlg v. Rechenregeln, Formeln u. Beisp. zum Gebr. in Werkstatt, Büro u. Schule. 1933. 8° 60 s. 66 o. 17,—

*Salkowski E.*: Der Gruppenbegriff als Ordngsprinzip d. geometr. Unterrichts. 2. rozš. v. 1933. 8° 4, 68 s. 74 o. 32,30

*Tiedge E.*: Mathematik u. Naturwissenschaften im Dienste d. nationalen Erziehg. Řeč. 1933. 8° 10 s. 2,—

## 3. VĚDY TECHNICKÉ, RŮZNÉ.

*Československé normy*. 1933. 8° 53a. Měření napětí kulovým jiskřištěm. 16 s. 24,—

*Elektrisace* dolů a hutí. Českomoravská-Kolben-Daněk. 1933. 4° 47 s.

*Fanderlík M.*: Fotografie na malých formátech. 1933. 12° 69 s. 6,—

*Koněrza J.*: Stavba jednokolejné hlavní dráhy z Handlové do Horní Štubně. 1933. 4° 159 s. 34 t.

*Korecký J.*: Povrchové tvrzení oceli dusíkem. 1933. 8° 50 s. 15,—

*Ročenka* průmyslového a živnostenského dorostu na škol. rok 1933/34. Sest. J. Jindra a E. Šubert. 1933. 16° 232 s. o. pl. 15,—

*Šarbach E.*: Elektrické svařování kovů. 1933. 16° 50 s. 43 o. 6,—

*Veselý P.*: Letecké motory. 1933. 16° 56 s. 1 př. 39 o. 7,40

*Comrie L. J.*: The Hollerith a. Powers tabulating machines. 1933. 8° 48 s. 14,—

*Hill F. T.*: The materials of aircraft construction. 1933. 8° 373 s. 130,—

*Karapetoff V.*: Experimental electrical engineering a. manual f. electrical testing. D. 1. 4. v. rev. 1933. 8° 28, 781 s. 244,—

*Lee D. H.*: The use of steelwork in buildings. 1933. 8° 127 s. 30,—

*Loew E. A.:* Direct a. alternating currents. Theory a. machinery. 1933. 8° 13, 656 s. 176,—

*Mead D. W.:* Hydraulic machinery. 1933. 8° 396 s. 156,—

*Rhodes E. C.:* Elementary statistical methods. 1933. 8° 5, 243 s. 49,—

*Ross J. F. S.:* The gyroscopic stabilization of land vehicles. 1933. 8° 7, 172 s. 91,—

*Squier G. O.:* Telling the world. 1933. 8° 11, 163 s. 33,—

*Superintendent* Engineers' pocket data book. 1933. 8° 242 s. 20,—

*Vallance A. - Farris M. E.:* Principles of mechanism. 1933. 8° 7, 335 s. 105,—

*Vyvyan R. N.:* Wireless over thirty years. 1933. 8° 14, 256 s. o. 55,20

*Wagner C. F. - Evans R. D.:* Symmetrical components. As applied to the analysis of unbalanced electr. circuits. 1933. 8° 437 s. 218 o. 195,—

*Williams H.:* Mechanical refrigeration. 1933. 8° 568 s. 130,—

*Worden E. C.:* Technology of cellulose ethers. 5 sv. 1933. 8° 1755,—

*Wright J. C. - Smith F. C.:* Automotive construction a. operation. 2. v. 1933. 8° 139,—

*Young A. P. - Griffiths L.:* Automobile electrical equipment. 1933. 8° 336 s. 98,—

*Barby H.:* T. S. F. Une technique nouvelle, commande unique et sélectivité maximum. 5. série. 1933. 16° 400 s. 22,50

*Congrès* international d'électricité. Paris 1932. Comptes rendus d. travaux. 1933. 8° 11 sv. 1568,—

*Ducom J.:* Le cinématographe muet, sonore, parlant. 1933. 8° 630 s. o. 37,50

*Fisher I.:* La théorie de l'intérêt telle qu'elle est déterminée par le désir de dépenser le revenu et par l'opportunité de l'investir. Z angl. P. Coste. 1933. 8° 568 s. 105,—

*Griethuysen Van:* Etude de circuits en parallèle présentant de l'induction mutuelle. Applic. aux moteurs à double cage. 1933. 8° 54 s. 18 o. 12,—

*Griethuysen Van:* Etude élémentaire des moteurs asynchrones et synchrones. 1933. 8° 88 s. 32 o. 24,—

*Guillet L.:* Les méthodes d'études d. alliages métalliques. 2. v. 1933. 8° 16, 859 s. 998 o. 304,50

*Hémardinquer P. - Blondel A.:* La télévision et ses progrès. 1933. 8° 12, 244 s. 150 o. 43,50

*Marcotte E.:* La technique moderne et les grands travaux. 1933. 8° 216 s. 22,50

*Mesny R.:* Télévision et transmission d. images. 1933. 8° 18,— Col. Colin 162.

*Nessi A. - Nisolle L.:* Résolution pratique d. problèmes de discontinuité dans l. installations de chauffage central. 1933. 4° 12, 137 s. 63,—

*Schlag A. - Demars C.:* Problèmes de résistance d. matériaux. 1933. 8° 126 s. 46 o. 48,—

*Arbeiten* aus d. Elektrotech. Institut d. Techn. Hochschule Aachen. 1933. 4° 232 s. o. 119,—

*Ardenne M. v.:* Die Kathodenstrahlenröhre und ihre Anwendg in der Schwachstromtechnik. 1933. 8° 8, 398 s. 342 o. pl. 306,—

*Barkhausen H.:* Lehrbuch d. Elektronenröhren u. ihrer techn. Anwendgn. D. 2. 4. přepr. v. 1933. 8° 16, 289 s. 127 o. pl. 76,50

*Bleich F.:* Stahlhochbauten. D. 2. 1933. 4° 5, 376 s. 509 o. pl. 395,30

*Bolz G. - Moeller F. - Werr T.:* Leitfaden d. Elektrotechnik. Č. 2. 1933. 8° 94 s. 75 o. 32,30

*Brandenberger H.:* Der Einfluss d. Zahnreibg u. d. Zahnflankenfehler auf d. Ruhe d. Ganges raschlaufender geradverzahnter Räder. 1933. 4° 6 s. o. 4,50

*Daue J.:* Fortschritte u. Leistgn d. Lebensversicherg in d. Vereinigten Staaten v. Amerika in d. Nachkriegszeit. Dis. 1933. 8° 135 s. 34,—

*Ekström J. E.:* Studien über dünnen Schalen v. rotationssymetrischer Form u. Belastg mit konstanter oder veränderlicher Wandstärke. 1933. 8° 205 s. o. 154,—

*Fehse F.:* Die Röhre, ihre Arbeitweise u. Verwendg. 2. zl. rozš. v. 1933. 8° 109 s. 76 o. 15,30

*Föppl A.:* Vorlesgn über technische Mechanik. D. 4. Dynamik. 8. v. 1933. 8° 8, 448 s. 114 o. pl. 119,—

*Frankenberg H.:* Der Einfluss v. Drehschwinggsbeanspruchgn auf d. Festigkeit u. Dämpfgsfähigkeit v. Metallen, bes. v. Aluminium-Legiergn. 1933. 8° 55 s. o. 30,60

*Geffcken H. - Richter H.:* Die Photozelle in d. Technik. 1933. 8° 75 s. 64 o. 3 t. 17,—

*Handbuch* d. technischen Elektrochemie. Vyd. V. Engelhardt. 1933. 8° D. 1, 3. 16, 448 s. 214 o. pl. 348,50 — D. 2, 2. 9, 328 s. o. 272,—

*Handbuch* d. wissensch. u. angew. Photographie. D. 6, 2. Mikrophotographie. 1933. 8° 9, 432 s. 242 o. pl. 438,60

*Hatschek P. - Wigand R.*: Niederfrequenzverstärker. 1933. 8° 168 s. 135 o. 55,30

*Herbers H.*: Die Werkzeugstähle. 1933. 8° 60 s. 17,—

*Hohenemser K. H. - Prager W.*: Dynamik d. Stabwerke. 1933. 8° 6, 367 s. 139 o. pl. 289,—

*Hoppe E.*: Der Versichergsbegriff im Lichte d. Versichergspraxis. 1933. 8° 79 s. 34,—

Der *Chemie-Ingenieur*. D. 1, 3. Thermisch-mech. Materialtrenng. 1933. 8° 10, 327 s. 155 o. pl. 267,80 — D. 2, 3. Messg v. Zustandsgrössen im Betriebe. 1933. 8° 11, 275 s. 171 o. pl. 238,—

*Iguchi S.*: Eine Lösg f. d. Berechng d. biegsamen rechteckigen Platten. 1933. 8° 56 s. 13 o. 3 t. 42,50

*Isert G.*: Infrarot-Photographie. 1933. 8° 48 s. 28 o. 12,80

*Köhler W. - Rompe R.*: Die elektrischen Leuchtröhren. 1933. 8° 96 s. 60 o. 67,80 SV 110

*Koenigsberger J.*: Aufsuchg v. Wasser mit geophysikal. Methoden. 1933. 8° 63 s. 22 o. 32,30

*Lavrov S. I.*: Lichtbogen-Schweisselektroden. 1933. 8° 64 s. 24 o. pl. 72,30

*Lehmann W.*: Die Elektrotechnik u. d. elektromotorischen Antriebe. 2. přeprac. v. 1933. 4° 7, 302 s. 701 o. pl. 117,30

*Löbl O. - Hammerl N.*: Spanngsregelg mit Gleittransformatoren. 1933. 8° 20 s. 40 o. 17,—

*Menge E.*: Mechanik-Aufgaben aus d. Maschinentechnik. 1933. 8° Č. 2. Festigkeitslehre. 4. v. 4, 116 s. o. 22,10 Č. 3. Dynamik, Mechanik d. Flüssigk. u. Gase. 2. v. 4, 192 s. o. 30,60

*Mises R. v.*: Fluglehre. 4. rozš. v. 1933. 8° 6, 400 s. 226 o. pl. 131,80

*Mühlbrett K. - Boysen J.*: Fernmelde-Relais. 1933. 8° 174 s. o. 46,80

*Müller W. J.*: Die Bedeckgstheorie d. Passivität d. Metalle u. ihre experimentelle Begründg. 1933. 8° 102 s. 65 o. pl. 59,50

*Münzinger F.*: Dampfkraft. Berechng u. Bau v. Wasserrohrkesseln. 1933. 4° 8, 348 s. 566 o. pl. 340,—

*Neményi P.*: Wasserbauliche Strömgslehre. 1933. 8° 8, 275 s. 324 o. pl. 253,30

*Netz H.*: Messgn u. Untersuchgn an wärmetechnischen Anlagen u. Maschinen. 1933. 8° 4, 205 s. 107 o. pl. 102,—

*Nothdurft O.*: Rundfunk-Experimentierbuch. 2. Elektronen-Röhren, Verstärker u. einfacher Empfänger. 3. v. 1933. 8° 91 s. 85 o. 6,—

*Oschatz H.*: Gesetzmässigkeiten d. Dauerbruches u. Wege zur Steigerg d. Dauerhaltbarkeit. 1933. 8° 64 s. 75 o. 47,60

*Petillon R.*: Das grosse Funklexikon. 2 sv. D. 1. 1933. 8° 404 s. o. pl. 95,20

*Pfeiffer E.*: Technokratie. Wie amerik. Techniker u. Forscher sich d. Überwindg d. Maschinenherrschaft denken. 2. v. 1933. 8° 64 s. 13,60

*Rehder K.*: Flugzeug-Instrumente. 1933. 8° 99 s. 98 o. 27,20

*Russ E. F.*: Die elektrische Warmbehandlg in d. Industrie. 1933. 8° 259 s. 240 o. pl. 119,—

*Sammelwerk* d. Autogen-Schweissg. D. 4. Schweissen d. Nichteisenmetalle. 1933. 4° 9, 80 l. o. pl. 51,—

*Schiebl A.*: Die Gleitlager (Längs- u. Querlager). 1933. 4° 70 s. 95 o. 63,80

*Schwarz M. v.*: Röntgenschattenbilder v. metallischen Werkstücken u. ihre densographische Auswertg. 1933. 8° 35 s. o. 25,50

*Sicherheitsglas.* Verbundg., Panzerg., Hartg., Kunstdrahtg. Vyd. H. G. Bodenbender. 1933. 8° 16, 320 s. 78 o. pl. 153,—

*Skrobanek J.*: Die Versicherg u. ihre Betriebsgrundlagen; ihre Stellg im Organismus d. Gemeinschaft. 1933. 8° 40 s. 17,—

*Taussig R.*: Elektrische Schmelzöfen. 1933. 4° 6, 241 s. 214 o. pl. 344,30