

Werk

Label: Article

Jahr: 1933

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?31311028X_0062|log93

Kontakt/Contact

Digizeitschriften e.V.
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

✉ info@digizeitschriften.de

$$y = r, \quad (5)$$

čili rovnoběžná s rovinou xz , pak z rovnice (4) plyne rovnice průsečné křivky ve tvaru

$$(x^2 + z^2)^2 = 8r^2 (x^2 - z^2) \text{ při } y = r. \quad (6)$$

Rovnice (6) znamená také rovnici průmětu křivky průsečné na rovinu xz , jenž je ovšem s křivkou v prostoru shodný. Patrně, že to jest skutečně rovnice lemniskaty, kde $c = 2r$.

Abychom sestrojili jednotlivé body křivky průsečné, vedme zase rovinu $\sigma \parallel \pi$ (obr. 4), která seče anuloid ve dvou soustř. povrchových kružnicích m, n a rovinu průsečnou ϱ v přímce p ($p_1 \equiv \varrho_1$). Průsečíky M, M', N, N' kružnic m, n , s př. p jsou již hledané body lemniskaty. Průsečíky kružnice nejvyšší p a nejnížší q na anuloidu s rovinou ϱ poskytují vrcholy V, V', V'', V''' lemniskaty, průsečíky rovníku s rovinou ϱ dávají vrcholy A, B a v dotyčném bodě kružnice hrdelní s rovinou průsečnou jest střed křivky U . Podle odst. 1. jest $\overline{U_2 V_2} = \overline{U_2 F_2} = c = \overline{U_2 F'_2}$, čímž určena ohniska F, F' průsečné lemniskaty a její excentricita.

Poněvadž $\overline{H_2 S_2} = \overline{S_1 U_1} = \frac{1}{2}c$, jest $\triangle \alpha S_2 H_2 \cong \triangle M_1 U_1 S_1$ a také $\triangle \beta S_2 H_2 \cong \triangle N_1 U_1 S_1$ a dostáváme následující planimetrickou konstrukci jednotlivých bodů lemniskaty:

Jsou-li F_2, F'_2 ohniska a S_2 střed lemniskaty (obr. 4), kde $\overline{S_2 F_2} = \overline{S_2 F'_2} = c$, učiňme $\overline{H_2 S_2} \perp \overline{F_2 F'_2}$, $\overline{H_2 S_2} = \frac{1}{2}c$, dále opišme poloměrem $\frac{1}{2}c$ kružnici k_2 o středu F_2 a vedme libovolnou přímku $\sigma_2 \parallel \overline{F_2 F'_2}$, která seče k_2 v bodech I, II . Pak učiňme $\overline{\alpha H_2} = \overline{I E_2}$, $\overline{\alpha M_2} \perp \overline{F_2 F'_2}$ a bod M jest bod lemniskaty. Podobně $\overline{\beta H_2} = \overline{I I E_2}$, $\overline{\beta N_2} \perp \overline{F_2 F'_2}$ dává další její bod N . Přeneseme-li $\overline{E_2 S_2}$ za S_2 na druhou stranu, lze rázem obdržeti 8 bodů křivky. Pro vrcholy V body I a II splynou a jejich spojnice jest dvojnásobnou tečnou lemniskaty.

Plocha hyperbolické výseče.

Dr. Marian Haas.

V analytické geometrii některých vzorců, týkajících se elipsy, dá se použít i pro hyperbolu, když položíme místo čtverce vedlejší poloosy b^2 hodnotu negativní $-b^2$, což v podstatě značí, že u hyperboly tato poloosa jest imaginární.

Je zajímavé, že lze tohoto způsobu použití i k odvození vzorce pro plochu hyperbolické výseče, ačkoli se tu poloosa b vyskytuje v prvním stupni, takže musíme klásti bi .