podle (3) a (3')

$$\frac{1}{\sin\beta} = \frac{1}{\cos\alpha \sin\Pi(a)}$$

a tedy

$$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}\,.\,\sin\Pi(a)} = \frac{\operatorname{Cos} a}{\sqrt{2}}. \tag{14}$$

Plocha $f$ čtyrúhelníku se třemi pravými úhly, jehož dvě strany proti ostrému úhlu $2\alpha$ jsou $a$, je úměrna jeho defektu $\varepsilon_a = 2\pi - \frac{3}{2}\pi - 2\alpha = \frac{1}{2}\pi - 2\alpha$, takže podle (14) je

$$\sin\varepsilon_a = \cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = \operatorname{Cos}^2 a - 1. \tag{15}$$

Zavedeme-li poloměr koule $R$ a označíme $f_k = R^2\varepsilon_k$, bude (15) zníti:

$$\sin\frac{f_a}{R^2} = \operatorname{Cos}^2\frac{a}{R} - 1 = \operatorname{Sin}^2\frac{a}{R} \tag{15'}$$

čili

$$\operatorname{Cos}\frac{a}{R} = \sqrt{1 + \sin\frac{f_a}{R^2}} \tag{16}$$

a podobně pro úsečky $b$, $c$

$$\operatorname{Cos}\frac{b}{R} = \sqrt{1 + \sin\frac{f_b}{R^2}}, \tag{16'}$$

$$\cos\frac{c}{R} = \sqrt{1 + \sin\frac{f_c}{R^2}}. \tag{16''}$$

Považujeme-li $a, b, c$ za strany pravoúhlého trojúhelníku, takže

$$\operatorname{Cos}\frac{c}{R} = \operatorname{Cos}\frac{a}{R}\operatorname{Cos}\frac{b}{R},$$

dostaneme z rovnic (16), (16'), (16'') po úpravě

$$\sin\frac{f_a}{R^2} + \sin\frac{f_b}{R^2} + \sin\frac{f_a}{R^2}\sin\frac{f_b}{R^2} = \sin\frac{f_c}{R^2}. \tag{17}$$

Pro nekonečně velké $R$ dává (15') $f_a = a^2$ a podobně $f_b = b^2$, $f_c = c^2$, takže (17) přejde ve větu Pythagorovu

$$a^2 + b^2 = c^2.$$

*

**Pentagramma mirificum de Gauss dans la géométrie de Lobačevsky.**

(Extrait de l'article précédent.)

Dans cet article on fait ressortir l'analogie complète entre le système de triangles rectangulaires, bien connu dans la géométrie sphérique sous le nom indiqué au titre et le même système dans la géométrie de Lobačevsky. L'auteur donne une règle pareille à celle de Neper-Engel.