

Werk

Label: Abstract

Jahr: 1933

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?31311028X_0062|log12

Kontakt/Contact

Digizeitschriften e.V.
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

✉ info@digizeitschriften.de

Contribution à la théorie des fonctions univalentes.

(Extrait de l'article précédent.)

Soit $f(z) = a_1z + a_2z^2 + \dots$ une fonction holomorphe et différente de zéro, pour $|z| < 1$, excepté à l'origine, où elle a un zéro simple, et non univalente. Or, on peut trouver un $r < 1$ tel que la courbe $w(t) = f(re^{it})$ ($0 \leq t < 2\pi$) ait un point double; soit p. e. $f(re^{it_1}) = f(re^{it_2})$ ($0 \leq t_1 < t_2 < 2\pi$). Lorsque t varie de t_1 à t_2 , $\log f(re^{it})$ augmente de $2k\pi i$ (k entier) et, par conséquent, lorsque t parcourt l'intervalle $< t_1, t_2 - 2k\pi >$ (z décrivant la courbe $\mathfrak{L}$), $\log f(z)$ ne change pas. Dès lors, on peut écrire

$$\int_{\mathfrak{L}} \frac{d}{dz} (\log f(z)) dz = \int_{\mathfrak{L}} \frac{f'(z)}{f(z)} dz = i \int_{t_1}^{t_2 - 2k\pi} re^{it} \frac{f'(re^{it})}{f(re^{it})} dt = 0.$$

Il en résulte le théorème suivant:

Si la fonction $\frac{zf'(z)}{f(z)}$ est holomorphe pour $|z| < 1$ et égale à 1 pour $z = 0$ et si on peut trouver un nombre α_0 tel que $\Re\left(\alpha_0 \frac{zf'(z)}{f(z)}\right) > 0$, la fonction $f(z) = a_1z + a_2z^2 + \dots$ est pour $|z| < 1$ holomorphe univalente. Ces conditions ne sont pas néces-

saires, comme montre la fonction $\frac{z(1 + \frac{4}{5}z)}{1 - z^2} = \frac{\frac{z + \frac{1}{5}}{1 + \frac{1}{5}z}}{1 - \left(\frac{z + \frac{1}{5}}{1 + \frac{1}{5}z}\right)^2} - \frac{2}{5}$.

— L'auteur donne des généralisations et des applications de ce théorème.