sestrojíme její centrální průmět i centrální průmět přímky a průsečíky promítneme z vrcholu B zpět na danou přímku.

Přejde-li jeden vrchol elipsoidu na př. B do nekonečna na ose o, přejde plocha v rot. *paraboloid*. Uvažovaný čtyřúhelník $AMNB$ má úhlopříčky $\overline{AN}$, $\overline{MB}$, z nichž $\overline{MB}$ stojí na průmětně kolmo, jejich průsečík Q, nalézající se na $\overline{P'S}$, je opět polárně sdruženým bodem k pólu P' vzhledem ke kružnici k. Opíše-li bod P' stopu $p^{\varrho'}$, opíše jemu inversně sdružený bod Q kružnici e'_1 opsanou nad průměrem $\overline{QS}$, jako centrální průmět elipsy e', v níž rovina jdoucí vrcholem A plochu seče, z nekonečně vzdáleného bodu B. Jest tedy tato kružnice e'_1 průmětem ortogonálním (provedení ponechává se čtenáři).

Rovina ϱ, vedená rovnoběžně s rovinou ϱ', protne paraboloid opět v podobné elipse e a její ortogonální průmět e_1 je kružnice, kterou možno sestrojiti pomocnou rovinou $P'AT$ a jejím řezem (l, l_1) s paraboloidem. Ježto průsečnice roviny $P'TA$ s rovinou je rovnoběžná s $\overline{P'A}$ i v průmětě, vidíme, že symetrála úsečky $\overline{C_1D_1}$ vytíná na $\overline{P'S}$ střed právě v polovině délky $\overline{QS}$. Tento střed E_1 je společným pro všechny kružnice e_1, do nichž se ortogonálně promítají eliptické řezy rovnoběžných rovin. Tedy: eliptické řezy rovnoběžné na rot. paraboloidu promítají se ortogonálně na rovinu kolmou k jeho ose do svazku soustředných kružnic o společném středu E_1, který je ortogonálným průmětem dotyčného bodu roviny tečné rovnoběžné s daným směrem ϱ.

Je-li plocha dvojdílným rot. hyperboloidem, pak postup sestrojení průmětů řezů eliptických rovnoběžných na rovinu jakéhokoliv kruhového řezu z vrcholu plochy je týž, jako u rot. elipsoidu.

Je-li konečně $\overline{SA} = \overline{SB} = r$, pak plocha přechází v plochu kulovou a veškeré konstrukce, dříve uvedené, vedou ke *stereografické* projekci a nalézá zde své odůvodnění známá věta, že jakákoliv kružnice na kouli promítá se z jejího bodu, jako pólu na rovinu kolmou ke spojnici pólu se středem koule, do kružnice.

Pomůcky k rýsování kuželoseček.*)

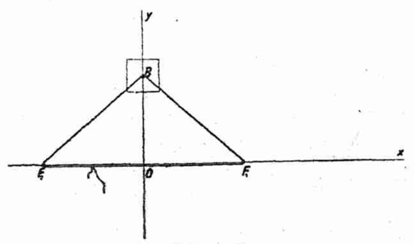
Dr. *Al. Wangler.*

Na střední škole potřebují často žáci i učitel pomůcky, kterou by se mohla rychle narýsovati v sešitech i na tabuli kuželosečka

*) Viz též Technický naučný slovník: heslo Elipsografy od prof. Dr. J. Klímy.

potřebných rozměrů. Užívaná pravítka eliptická, hyperbolická a parabolická nevyhovují. Lze podle nich obkreslovati stále jen touž křivku (týchž rozměrů, téhož poměru poloos). Taková pomůcka stačí v analytické geometrii při odvozování obecných vztahů; kde však je třeba analytické řešení **určitého** příkladu pro názor doprovoditi obrázkem, nezbývá než narýsovati křivku „od ruky“ několika sestrojenými body. Na gymnasiích, kde se žáci neučili před analytickou geometrií rýsování, vyžádá si to buď mnoho času, nebo dopadnou obrázky žáků málo názorně. Proto chci v tomto článku upozorniti na některé pomůcky k rýsování kuželoseček v sešitech i na tabuli, které u nás v posledních letech byly vymyšleny nebo zdokonaleny.

Obr. č. 1.



Obr. 2.

I. *Elipsografy.*

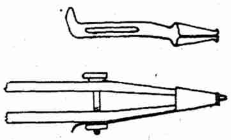
1. Nejznámější a nejjednodušší pomůcka k rýsování elipsy je nit a dva napínací hřebíčky. Možno ji zdokonaliti takto:

Na režné niti asi 30 cm dlouhé, dříve zatížené, aby se vytáhla, udělá se blízko jednoho konce volně obyčejný uzel a jím se protáhne druhý konec; pak se teprve uzel pevně utáhne (obr. č. 1). Takový uzel možno posunovati a tím libovolně měniti velikost smyčky nad ním vytvořené. V sešitě nosí žáci obdélník ze silnější lepenky, velikosti o málo menší než je sešit a mají připravený malý čtvereček (strana asi 7 mm) z celuloidové, jeden milimetr silné deštičky (z rozlámaného celuloidového pravítka), v jehož středu je milimetrový otvor.

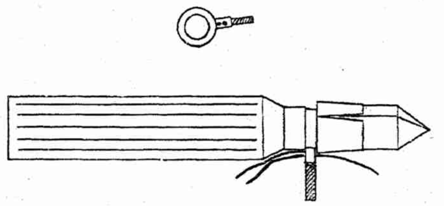
Když byla vyznačena obě ohniska a velikosti poloos, podloží se lepenka pod list, zabodnou se do ohnisek hřebíčky, smyčka nitě se přes ně položí tak, aby uzel byl mezi ohnisky dole a hrotem kružidla (špička tužky by se ulomila) vytáhne se tak, až vytvoří trojúhelník F_1F_2B ($OB = b$). Pak se v bodě B (obr. č. 2) podloží pod nit připravená celuloidová deštička, jejímž otvorem se prostrčí špička tužky a celá křivka se opíše jedním tahem. Podložením deštičky se dosáhne, že nit pod špičkou tužky neuklouzne a tah je bezvadný. Je to myšlenka Ing. Aloise Poláčka, vrchního technického rady v Pečkách. Od něho též pochází jednoduchá úprava rýsovacího pera k rýsování elipsy a hyperboly (viz II. 1) podle niti. Pero, dole konicky zabroušené, opatří se chránítkem z tenkého mosazného plechu. Tvar chránítka je zřejmý z obr. č. 3. K peru se připevňuje tak, že podélnou štěrbinou se prostrčí šroubek, sloužící k úpravě vzdálenosti nožiček. Dolní okraj je navenek ohnutý, aby nit nespadávala. Špička pera vyčnívá jen asi 1 mm. (Chráněný vzorek je zapsán pod čís. 19606.)

Na témž principu je založen tabulový elipsograf upravený ředitelem J. Pithardtem a vyráběný firmou Logia (Praha-Smíchov).

Silnější režná nit nebo struna má jeden konec trvale upevněný v otáčivém kroužku (obr. č. 4) držadla křídy. Druhý konec je



Obr. č. 3.



Obr. č. 4.

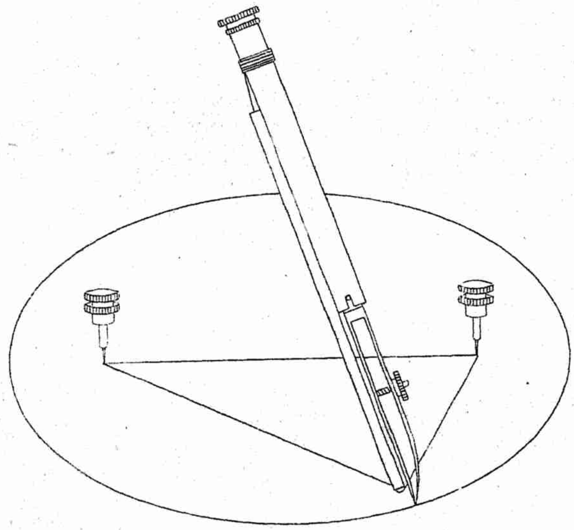
provléknut otvorem téhož kroužku opatřeným ještě šroubkem k upevnění niti v otvoru. Jsou-li vyznačena ohniska F_1, F_2 a bod M elipsy, upevníme na tabuli v ohniskách 2 hřebíčky opatřené násadci, kolem kterých nit lehce smýká; uvolníme potom šroubkem nit tak, abychom ji mohli ovinouti kolem obou násadců a aby při napnutí hrot křídy procházel bodem M. Potom ji šroubkem upevníme. Otáčivý kroužek u držadla dovoluje, že jedním tahem vyrýsujeme celou elipsu.

3. Podle návrhu ředitele Jandla vyrábí firma Josef Dušek (Praha I, ulice Karoliny Světlé č. 21) elipsograf, kterým možno rýsovati elipsu tuhou i perem (obr. č. 5).

V silnější rource je zasunuto rýsovací pero spojené s držátkem tuhy (na obrázku je tuha uvnitř). Nahoře je hlavice s otáčivou cívkou, k níž je upevněna dvojitá nit, která prochází ven slabší rourkou. Pod hlavicí je brzdicí kroužek, kterým se potřebná délka niti ustálí.

Smyčka dvojité niti se položí přes hřebíčky v ohniskách zabodnuté a nit se otáčením hlavice navíjí tak dlouho, až se hrot pera nebo tuhy dotkne konce některé poloosy. Při rýsování je třeba dbáti toho, aby hrot pera byl od tohoto bodu stále ve směru prodloužené normály.

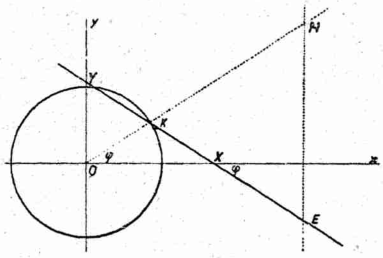
Všimněte si při tom, že v těchto případech nit vlastně neprochází přesně ohnisky, nýbrž dotýká se dvou stejných kružnic (průměr je roven průměru hřebíčku resp. násadce) o středech v ohniskách, že při tom nemění svoji délku a konečně, že křivku opisuje hrot křídy nebo pera, který od bodu upevnění obou



Obr. č. 5.

konců niti na držadle má také určitou vzdálenost. Přesvědčte se analyticky, zda konstrukce je správná.

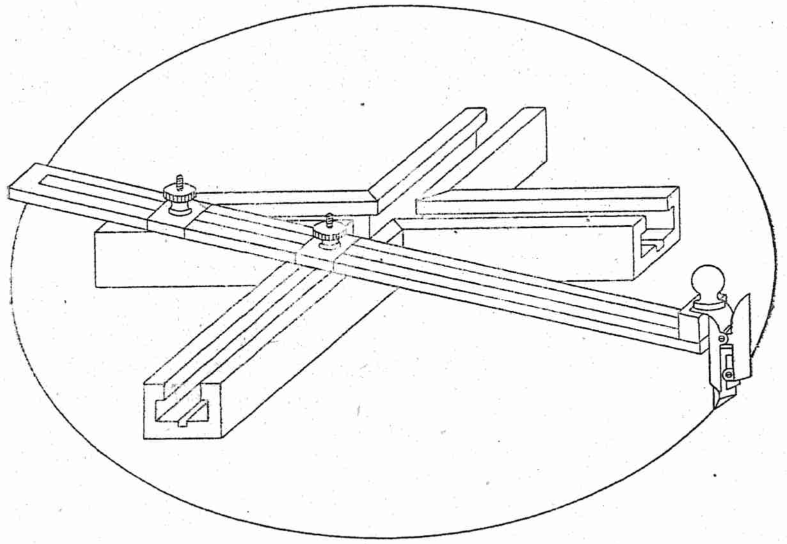
4. Firma J. Dušek vyrábí také tabulový elipsograf, založený na známé větě: „Pohybuje-li se přímka tak, že jeden její bod (X)



Obr. č. 6.

zůstává na ose x, druhý (Y) na ose y, opisuje každý bod přímky elipsu.“ (Obr. č. 6.)

Přístroj (obr. č. 7) skládá se ze základního kříže, v jehož ramenou jsou podélné drážky. V nich se pohybují na ložiskových kuličkách dva běhouny, opatřené otáčivými osami se šroubem a matkou. Vespod jsou 4 hroty, které se posadí na osy a pevně vrazí do tabule. Posuvné pravítko se připevní tak, aby vzdálenost od hrotu křídy k bližší ose se rovnala b, k vzdálenější a. Lze opsati celou křivku, avšak jen o poloosách větších, než jsou rozměry kříže.[2])



Obr. č. 7.*)

5. Podle návrhu autora tohoto článku vyrábí firma Václav Grund (Praha II, Vyšehradská ulice č. 20)[3]) tabulový elipsograf, založený na důsledku věty uvedené v 4. odstavci, který zní: *Pohybuje-li se jeden bod přímky* (K) *po kružnici a druhý bod její* (X), *mající od prvého vzdálenost rovnou poloměru kružnice, po přímce* (x) *procházející středem kružnice* (O), *opisuje každý bod přímky* (E) *elipsu* (bod Y degenerovanou). Při tom $OK = \frac{1}{2}(a - b)$, $KE = \frac{1}{2}(a + b)$. Důkaz lze vyčísti z obr. č. 6. Z něho je také zřejmé parametrické vyjádření souřadnic bodu E. Úsečka jeho rovná se $OM \cdot \cos\varphi = (OK + KE) = a \cdot \cos\varphi$, pořadnice rovná se $XE \cdot \sin\varphi = b \sin\varphi$. (Příště dokončení.)

---

[2]) Štočky k obr. č. 5 a č. 7 půjčila firma Dušek. Přístroje jsou zákonem chráněny.

[3]) Na skladě má knihkupectví Jednoty čsl. matematiků a fysiků.

*) V obr. č. 7 vyrýsovaná křivka není konstruktivně správná. Korekci na zapůjčeném štočku nebylo možno provésti.