INDUKTORY.

Při objednávce induktoru nutno přihlížeti k tomu, jaký zdroj proudu je k disposici.

Induktor s přerušovačem mechanickým, t. j. Wagnerovým kladívkem, Deprezovým, Vrilovým, rtuťovým a rotačním přerušovačem možno poháněti proudem o nízkém napětí od 4—40 voltů a 3—6 ampér podle velikosti, a to buď přímo akumulátory, nebo proudem dynama přes dostatečně velký odpor. Má-li zdroj vyšší napětí, než jest na přístroji udáno, přerušovač jiskří a hroty se opalují; tak se děje zvláště, pohání-li se induktor proudem z dynama přímo, bez odporu.

Primární cívka induktoru má malý odpor, asi 0·3—1 ohmů, a tím při uzavření proudu nastane na hrotech přerušovače krátké spojení, napětí derivačního dynama ihned klesne, současně však také intensita proudu v induktoru. Chceme-li proto užíti proudu ze stroje, musí se proud rozvětviti potentiometrem, aby se při malém napětí dostala potřebná intensita. Jako potentiometru může se užíti každého válcového reostatu se 3 odběrnými svorkami, jehož drát je dostatečně silný (asi 3—4 amp. na 1 mm^2). Pro pohon induktoru proudem o vyšším napětí se hodí nejlépe elektrolytický přerušovač buď Simonův nebo Wehneltův.

Simonův přerušovač je pro napětí až do 220 voltů, Wehneltův do 150 voltů. Při vyšších napětích se kyselina sírová velmi silně rozkládá. Velká výhoda těchto přerušovačů jest, že pracují jak proudem stejnoměrným, tak i střídavým. Užívá-li se některého z nich, dává induktor výkon větší, jiskry jsou mohutnější a při dostatečném napětí primárního proudu přecházejí v plamenový výboj. Vadou jejich je, že nepřerušují proud při nízkém napětí, nýbrž pracují bezvadně teprve při napětí nad 80 voltů a že vynechávají. U přerušovače Simonova tato vada je nejčastěji způsobována příliš velkým otvorem v porcelánové neb skleněné rouře. U Wehneltova přerušovače často vadí slabý platinový hrot ve velkém otvoru. Platinový drát má býti přesně zabroušen do otvoru porcelánové roury, potom přerušovač pracuje bezvadně. Krátký a slabý hrot dává větší počet přerušení než hrot dlouhý a silný; avšak Wehneltův přerušovač pro střídavý proud musí míti hrot silnější, poněvadž slabý hrot se rychle opotřebuje. Je ovšem dbáti toho, aby proud šel nejdříve do primární cívky, potom na platinu a přes olověnou elektrodu zpět. Je nutno, aby tento přerušovač byl zařaděn v serii s dostatečně velkou samoindukcí; obyčejně stačí primární cívka induktoru. Kyselina sírová pro elektrolytické přerušovače má míti hustotu 24° Bé, spec. váhu 1·2 *g*/*cm*³. Pro katodové trubice musí býti induktor poháněn proudem stejnoměrným nebo usměrněným Wehneltovým přerušovačem, pro efekt a pokusy Teslovy, Hertzovy a Lecherovy lze užíti proudu střídavého.

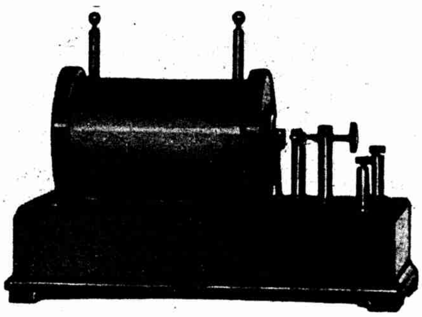
Téměř pro všechny pokusy s vyčerpanými trubicemi se hodí nejlépe malý induktor o doskoku jisker nejvýše 5 *cm*; větším induktorem se značně zahřívají elektrody v trubicích, někdy se dokonce rozžhaví a ohnou.

Výroba induktorů jakož i výroba všech přístrojů pro vysoké napětí je naší specialitou. Sekundární cívka je vinuta v sekcích z opředeného drátu, nikoliv smaltovaného, na rozdíl od výrobků německé firmy „Phywe“ a aparátů nabízených některými zdejšími překupníky. Isolace mezi jednotlivými sekcemi je z výborného materiálu. Celá cívka je zalívána ve vakuu isolační hmotou, jež má lepší soudržnost než parafin, který se časem rozruší. Proto námi vyrobené induktory možno bez obavy zatížiti, proražení je takřka nemožné. Dávají výkon až o 20% větší, než jak je udáno, a možno jich užíti jako transformátorů pro vysoké napětí, což není možno učiniti bez nebezpečí proražení s induktory navinutými smaltovaným drátem.

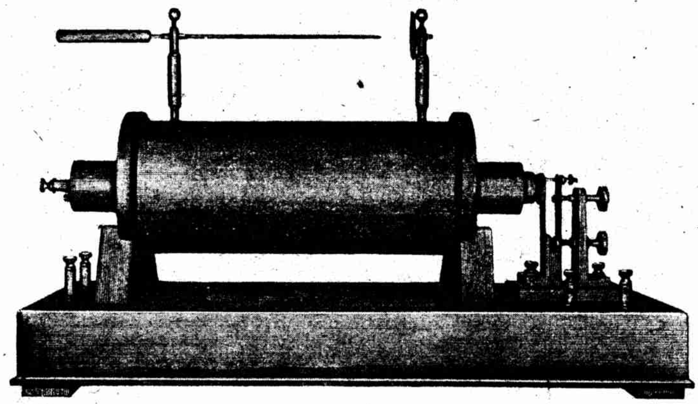
16047 **Induktor Rhumkorfův:**

a) doskok 10 *mm* s Wagnerovým kladívkem a kondensátorem . . . . Kč 220·—
b) doskok 20 *mm* s Wagnerovým kladívkem a kondensátorem . . . . Kč 350·—
c) doskok 30 *mm* s Wagnerovým kladívkem a kondensátorem . . . . Kč 470·—
d) doskok 50 *mm* s Wagnerovým kladívkem a kondensátorem (obr. 1) . . . . . . Kč 715·—
**e)* doskok 100 *mm* s Vrilovým přerušovačem a kondensátorem . . . . Kč 1400·—
**f)* doskok 150 *mm* s Vrilovým přerušovačem a kondensátorem . . . . Kč 1900·—
**g)* doskok 200 *mm* s Vrilovým přerušovačem a kondensátorem . . . . Kč 2710·—
**h)* doskok 250 *mm* s Vrilovým přerušovačem a kondensátorem . . . . Kč 3550·—
**i)* doskok 300 *mm* s Vrilovým přerušovačem a kondensátorem (obr. 2) . . . . . . Kč 4500·—

Induktory označené hvězdičkou mají pomocné svorky též pro pohon elektrolytickým přerušovačem. Předností Vrilova přerušovače, je že se „nelepí“ a že je jím možno regulovati sycení jádra.



Obr. 1.

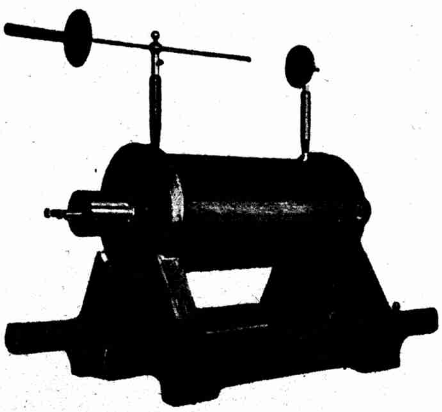


Obr. 2.

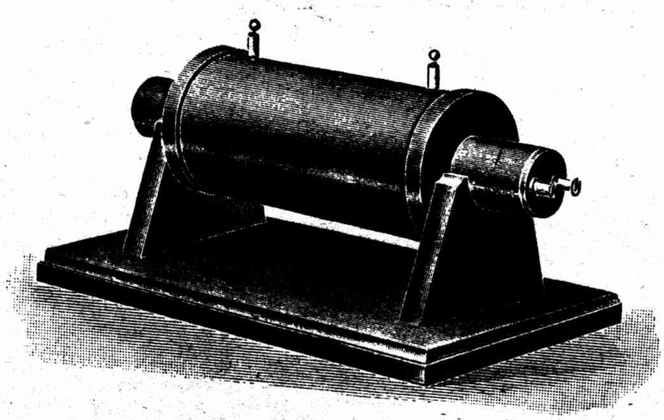
Komise pro standarisaci fys. přístrojů při ministerstvu školství a národní osvěty uznala tento přerušovač za nejlepší a předepsala jeho užívání pro induktory s doskokem větším než 100 *mm.*

16408 **Induktor Rhumkorfův** bez přerušovače a kondensátoru pro pohon elektrolytickým přerušovačem:

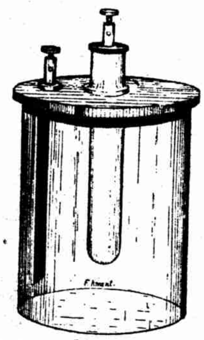
a) doskok	100 *mm*		Kč	990·—
b) „	150 „		„	1410·—
c) „	200 „		„	2200·—
d) „	250 „	(obr. 3)	„	2970·—
e) „	300 „		„	3600·—
f) „	400 „		„	5200·—
g) „	500 „	(obr. 4)	„	6900·—



Obr. 3.

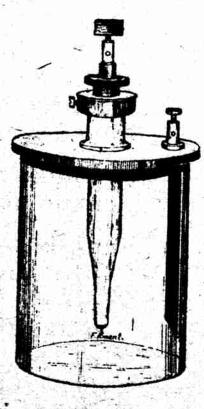


Obr. 4.



Obr. 5.

16409 **Přerušovač Vrilův** s elektromagnetem na stojánku k pohonu některého z induktorů č. 16408. . . . . Kč 400·—
16339 **Kondensátor** s proměnnou kapacitou pro některý z induktorů č. 16408 se 4 kolíčky 1, 2, 3, 4 mikrofarad Kč 320·—
16410 **Přerušovač Simonův** pro stejnosměrný i střídavý proud s porcelánovou trubicí (obr. 5) . . . . . . Kč 230·—
16411 **Přerušovač Wehneltův** (obr. 6) pro proud:
a) stejnosm. se slab. platinou Kč 800·—
b) střídavý se silnou platinou Kč 900·—
16412 **Přerušovač rtuťový** rotační pro 120 - 220 voltů . . . . Kč 1280·—
16406 **Induktor lékařský** . . . Kč 250·—



Obr. 6.

Je vidět, že prof. Rádl odstavci (K_2) vůbec neporozuměl. Rovnice

$$\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = a$$

neznačí nic více a nic méně než toto: ke každému $\varepsilon > 0$ existuje kladné číslo A tak, že pro všechna x, pro něž platí $|x| > A$, jest $|f(x) - a| < \varepsilon$. Specielně tedy rovnice

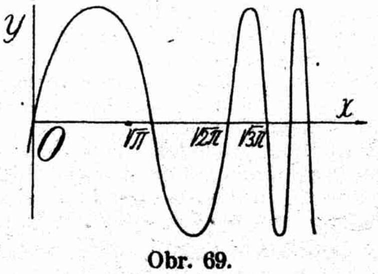
$$\lim_{x \to \pm\infty} \left(3 + \frac{2}{x}\right) = 3 \tag{1}$$

neříká nic jiného, než že ke každému $\varepsilon > 0$ existuje kladné číslo A tak, že pro všechna x, pro něž platí $|x| > A$, jest $\left|\left(3 + \frac{2}{x}\right) - 3\right| < \varepsilon$. O ostatních vlastnostech funkce, stojící za znamením limitním, neříká rovnice (1) vůbec nic; neříká tedy také na př. nic o tom, zda funkce $3 + 2/x$, stojící za znamením limitním, jest klesající pro rostoucí kladná x (ač tato funkce náhodou tuto vlastnost má). Vždyť přece pro funkci $3 + \frac{\sin x}{x}$ platí také rovnice

$$\lim_{x \to \pm\infty} \left(3 + \frac{\sin x}{x}\right) = 3,$$

ačkoliv funkce $3 + \frac{\sin x}{x}$ není pro kladná x klesající, nýbrž má nekonečně mnoho oscilací. Prof. Petr má plnou pravdu, tvrdí-li, že prof. Rádl přisuzuje symbolu $\lim\limits_{x \to \pm\infty}$ vlastnosti, kterých tento symbol nemá. Tato nepřesná stylisace je tím nebezpečnější, že příklad v (U_2) jest jedním z příkladů, z nichž si má čtenář utvořiti představu o pojmu limity. Čtenář si teď už sám utvoří mínění o poznámce prof. Rádla, že prof. Petr, vytýkaje mu tuto chybu, „za nesprávné pokládá, co současně sám tvrdí.“

Citát (U_2) spolu s citátem (O_3) z „Odpovědi“ svádí přímo k domněnce, že prof. Rádl si vůbec řádně nepromyslil smysl pojmu „limita“. Na tuto dalekosáhlou otázku si vskutku netroufám odpověděti; raději uvedu ještě jeden příklad, který velmi jasně ukazuje, jak prof. Rádl zachází s pojmem limity. V Učebnici na str. 67 stojí:



Obr. 69.

$x = 2$ — prostě **dosaditi** přímo hodnotu $x = 2$ do **zkráceného** výrazu $x - 1$, ač krácení právě pro tuto hodnotu není dovoleno.

Podotýkám ještě, že v (K_1) prof. Petr praví „zůstane čtenáři matematicky neškolenému záhadou“, kdežto prof. Rádl cituje v (O_1) zkráceně „zůstane . . . záhadou“, což ovšem má zcela jiný smysl.

(U_3) Čára $y = \sin x^2$ (obr. 69) protíná osu x v bodech $x^2 = 0$, π, $2\pi \ldots n\pi$ čili $x = 0$, $\sqrt{\pi}$, $\sqrt{2\pi} \ldots \sqrt{n\pi}$; vzdálenost dvou posloupných průsečíků $\sqrt{(n+1)\pi} - \sqrt{n\pi}$ je čím dále tím menší, neboť

$$\lim_{n=\infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = \lim_{n=\infty} \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} = 0.$$

Tedy: prof. Rádl správně tvrdí, že číslo $\sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ je čím dále tím menší[8]), čili, že posloupnost o obecném členu $\sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ $(n = 0, 1, 2, \ldots)$ je klesající (jinak tomu přec nelze rozuměti?). Prof. Rádl však tvrdí — a to je hrubá chyba — že toto tvrzení plyne z rovnice

$$\lim_{n=\infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = \lim_{n=\infty} \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} = 0. \tag{2}$$

Proč to plyne? Protože limita výrazu $\sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ rovná se nule? Nebo snad proto, že limita výrazu $\sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ rovná se limitě klesajícího výrazu $\frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$? To by potom posloupnost o obecném členu $\frac{2 + (-1)^n}{n}$ $(n = 1, 2, 3, \ldots)$, t. j. posloupnost $\frac{1}{1}, \frac{3}{2}, \frac{1}{3}, \frac{3}{4}, \frac{1}{5}, \frac{3}{6}, \frac{1}{7}, \frac{3}{8}, \ldots$ musila býti také klesající, neboť

$$\lim_{n=\infty} \frac{2 + (-1)^n}{n} = \lim_{n=\infty} \frac{1}{n} = 0,$$

kdež posloupnost $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \ldots$ jest klesající. Okolnost, že výraz $\sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ klesá s rostoucím n, neplyne z limitní rovnice (2), nýbrž z rovnice

$$\sqrt{n+1} - \sqrt{n} = \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}, \tag{3}$$

platné pro každé n $(n = 0, 1, 2, \ldots)$. Z rovnice (3) plyne ovšem rovnice (2), z rovnice (2) neplyne však rovnice (3), zrovna tak, jako z rovnice

$$\lim_{n=\infty} \frac{2}{n} = \lim_{n=\infty} \frac{1}{n} = 0 \text{ neplyne rovnice } \frac{2}{n} = \frac{1}{n}.$$ [9])

Citované místo (U_3) je však poučné ještě s jiného hlediska. V předmluvě ke své „Učebnici" praví prof. Rádl mimo jiné, že „posluchač techniky nenabude důvěry v metody mu vykládané jich obecným dokazováním, nýbrž tím, že jich prakticky na speciálních příkladech s úspěchem užívá" a dále, že „nejlepší důkaz všeobecný jest proň grafické znázornění, poněvadž tu vidí tvrzení jako skutečnost". Citát (U_3) obsahuje speciální příklad a grafické znázornění; očekávali bychom tedy podle citovaných míst z předmluvy, že bude zvláště pečlivě proveden. Místo toho — vedle již vytčeného nesprávného usuzování, připínajícího se k rovnici (2) — najdeme v něm na první pohled ještě jednu hrubou chybu. Funkce $\sin x^2$ je funkce sudá, neboť $(-x)^2 = x^2$ a tedy $\sin(-x)^2 = \sin x^2$; tedy je tato funkce kladná nejenom pro $0 < x < \sqrt{\pi}$, nýbrž i pro $-\sqrt{\pi} < x < 0$ (a mimo to ovšem

[8]) Vynechávám činitele $\sqrt{\pi}$, jenž pro další úvahu nemá důležitosti.

[9]) Či chtěl snad prof. Rádl slovy, že výraz $\sqrt{(n+1)\pi} - \sqrt{n\pi}$ je čím dále tím menší, říci, že limita tohoto výrazu rovná se nule, a nechtěl tím říci nic méně a nic více? Potom by ovšem jeho důkaz byl správný, celé citované místo (U_3) bylo by však dokladem bezpříkladné nedbalosti ve vyjadřování.

i v jiných intervalech). V bodě $x = 0$ má tedy funkce $\sin x^2$ relativní minimum, křivka $y = \sin x^2$ dotýká se v počátku osy x. Podíváme-li se však na obr. 69, jejž zde otiskuji, nevidíme na něm v počátku ani relativní minimum ani dotyk, nýbrž něco docela jiného! Mimo to obsahuje (U_3) ještě jedno závažné opomenutí: prof. Rádl vůbec neuvádí průsečíky o úsečce $-\sqrt{\pi}, -\sqrt{2\pi}, \ldots$ Tak vypadá tedy provedení speciálního příkladu a grafického znázornění![10])

Prof. Rádl pokračuje:

(O_4) Z toho, že na str. 84 zd. vytýká, že užívám pro jednu a touž věc znamení $\rightarrow$ a znamení $=$, je patrné, že prof. Petr nevzal na vědomí moji definici symbolu $\rightarrow$. Lituje-li prof. Petr na str. 83, že takové věci se vyskytují v učebnicích, jest mi dvojnásob líto, že tyto věci jsou v recensích.

Příslušné místo v kritice prof. Petra:

(K_3) Při tom jsem věci významu podřízeného neuváděl, jako na př., že p. autor užívá pro jednu a touž věc různých označení, když píše pod znaménkem limitním jednou $n \rightarrow \infty$, po druhé $n = \infty$.

Zřejmě jde o věc, o které se prof. Petr zmínil jen mimochodem; ale i v této maličkosti má úplně pravdu, jak plyne z těchto příkladů:

Výklad o limitě začíná v „Učebnici" na str. 28; tam najdeme tyto vzorce:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = 2 \quad \left(S_n = \sum_{k=0}^{n-1} 2^{-k}\right);$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a^n = \infty \quad (a > 1);$$

na str. 29 však ihned vidíme

$$\lim_{n = \infty} \frac{O_n}{2r} = \lim_{n = \infty} \frac{O'_n}{2r} = \pi$$

[10]) V (U_3) jest však ještě několik maličkostí, jaké se sporadicky mohou vyskytovati i v dobrých knihách; uvedu je jen proto, abych ukázal, kolik nedokonalostí se vejde na tak málo místa. Jest především velmi nevhodno psáti nekonečnou posloupnost $0, \pi, 2\pi, \ldots, n\pi, \ldots$ takto: $0, \pi, 2\pi \ldots n\pi$. To může vésti k nejasnostem; mysleme si na př. tento výrok: „Budiž $a_1 + a_2 + a_3 + \ldots$ konvergentní řada s reálnými členy; sestrojme horní hranici čísel $a_1, a_2, \ldots, a_n$." Kdybych užíval označení prof. Rádla, byl by tento výrok nejasný: nevěděl bych, jde-li o horní hranici prvních n členů nebo o horní hranici celé nekonečné posloupnosti $a_1, a_2, a_3, \ldots$ Není dále vhodno vynechávati obvyklé čárky a místo $0, \pi, 2\pi, \ldots, n\pi, \ldots$ psáti prostě $0, \pi, 2\pi \ldots n\pi \ldots$ (prof. Rádl píše dokonce, jak jsme již řekli, $0, \pi, 2\pi \ldots n\pi$). I to může vésti k nejasnostem, na př. při posloupnosti $c_1, c_1c_2, \ldots, c_1c_2 \ldots c_n, \ldots$; vynecháme-li poslední tři čárky, dostaneme nejasný konglomerát písmen $c_1, c_1c_2 \ldots c_1c_2 \ldots c_n \ldots$ V učebnici pro začátečníky mělo by se přece zvláště dbáti jasné a určité symboliky. A ještě jedna maličkost: nanesete-li v obr. 69 vzdálenost bodů 0, $\sqrt{\pi}$ (píši jen úsečky těchto bodů, pořadnice jsou rovny nule) od bodu $\sqrt{\pi}$ napravo, nedospějete do bodu $2\sqrt{\pi} = \sqrt{4\pi}$, nýbrž téměř přesně do bodu, označeného $\sqrt{3\pi}$; nejde zde tedy asi o nepřesnost obrázku, nýbrž o omyl. To je tedy soupis nedokonalostí, obsažených v (U_3). Že je tam ještě také tisková chyba (Cára místo Čára), nelze ovšem p. autoru připsati k tíži.

(O_n resp. O'_n je obvod pravidelného n-úhelníku opsaného resp. vepsaného kružnici o poloměru r).

Podobný zmatek nacházíme při limitách funkcí; na str. 29—31 jsou napsány mimo jiné tyto limity:

$$\lim_{x=\frac{1}{2}\pi} \operatorname{tg} x, \quad \lim_{x=0} \operatorname{cotg} x, \quad \lim_{x=2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2},$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{ax + b}{cx + d}, \quad \lim_{x\to\infty} \frac{2x}{3x + 4}, \quad \lim_{x=\infty} \frac{x}{x^2 + 1}, \quad \lim_{x=\infty} \frac{x}{x + 1}.$$ [11])

Jaký je v tom systém, je záhadou; jedině pro limitu funkce $f(x)$ v bodě a při konečném a užívá p. autor na str. 29—31 vždy symbolu $\lim\limits_{x=a} f(x)$; jinak se označení $n = \infty$, $n \to \infty$ a zrovna tak $x = \infty$, $x \to \infty$ střídají v pestrém nepořádku. Také se divím, že p. autor mluví v (O_4) o své definici symbolu $\to$; v tom, co svým čtenářům na str. 28—31 o limitě vypravuje, není přece ani stopy po nějaké definici.

Dosavadní omyly prof. Rádla v jeho „Odpovědi" byly snad vysvětlitelny jednak nedostatky jeho matematické erudice, jednak lidsky pochopitelnou snahou, aspoň některé výtky prof. Petra oslabiti. Co však čtenář nyní uvidí, je zcela jiného rázu; uvedu jen fakta a zdržím se jakéhokoli úsudku.

Odpověď prof. Rádla pokračuje takto:

(O_5) Na str. 88 sh. domnívá se prof. Petr nesprávně, jsou-li a, b čísla neúplná, Δa, Δb chyby s nimi spojené, že chyba v součinu ab jest $a\Delta b + b\Delta a$; přičítání korekce $\Delta a \Delta b$ je podle prof. Petra nepřípustné a odporuje úsudku. Z tohoto nesprávného usuzování prof. Petra vznikají v recensi další jeho nesprávné představy. Tyto věci se probírají na střední škole a na str. 88 pokládá prof. Petr „tuto okolnost za neodpustitelnou" a takto sebe sama kritisuje: „Takovýmto způsobem se studenti, kteří se během studií středoškolských naučili správně numericky počítat, tomu zase odnaučují."

Mimo to uvádím ještě toto místo z „Odpovědi" (umístěné v této „Odpovědi" na pozdějším místě):

(O_6) Vůbec prof. Petr našel (str. 89)[12]) v učebnici jediné nedopatření, že jsem totiž nezkrátil na dvě deset. místa číselný výsledek v jistém příkladu drobným tiskem uvedeném; za toto upozornění mu děkuji. Všechna ostatní kritika spočívá na volném uvážení prof. Petra, které bylo ovlivňováno shora uvedenými nesprávnými jeho úsudky.

Příslušná místa v recensi prof. Petra jsou tato (str. 87 dole až 88 nahoře).

(K_4) Upozorňuji ještě na odst. 27 nadepsaný „chyba neodvisle proměnné určená z chyby odvisle proměnné",*) ve kterém p. autor během výkladu směšuje dva pojmy: horní hranici pro abs. hodnotu chyby, které se dopouštíme, zavádíme-li místo přesné hodnoty a hodnotu α,**) a diferenciál veličiny a. Jsou to dva docela různé pojmy, pro něž jsou platny různé vztahy. O diferenciálu da zde p. autor mluví dokonce tak, jako by to byla veličina nule rovná.

---

[11]) Na str. 31 nacházíme dokonce $\lim \dfrac{x^2}{x+1}$, $\lim \dfrac{a_0x^n + \ldots + a_{n-1}x + a_n}{b_0x^m + \ldots + b_{m-1}x + b_m}$ bez jakéhokoli bližšího označení — patrně opomenutí p. autora.

[12]) Správně má býti str. 88.

*) Ani nadpis, jak čtenář snadno postřehne, není prost nedopatření.

**) P. autor značí tu horní hranici Δa, takže jest

$$a - \Delta a < \alpha < a + \Delta a.$$

(K_5) P. autor také místy provádí numerický výpočet. Uvedu na př. řešení rovnice $x^3 - 3{\cdot}60x^2 + 0{\cdot}51x + 3{\cdot}36 = 0$ pomocí funkcí trigonometrických. Praví „odstraňme koeficient členu kvadratického substitucí $x \mid x + 1{\cdot}2$, čímž obdržíme $x^3 - 3{\cdot}81x + 0{\cdot}52 = 0$; pro λ vypočteme hodnotu 2·254, načež $3\varphi = 10^0\, 28'$,“ odkudž podle výpočtu p. autora následuje $\varphi = 3^0\, 29'30''$, pročež „$\alpha_1 = \lambda \sin 3^0\, 29'\, 30'' + 1{\cdot}2 = 1{\cdot}3373$, $\alpha_2 = \lambda \cos 33^0\, 29'\, 30'' + 1{\cdot}2 = 3{\cdot}080$, $\alpha_3 = -\lambda \sin 63^0\, 29'\, 30'' + 1{\cdot}2 = -0{\cdot}817$. V tomto výpočtu má nejprve býti $\varphi = 3^0\, 29'\, 20''$, což jest celkem nepatrné nedopatření; avšak jest neodpustitelná v učebnici okolnost, že v transformované rovnic i správná hodnota 0·516 zkrácena byla na 2 desetinná místa na 0·52 a potom se počítají hodnoty kořenů na 3 až 4 cifry. Takovýmto způsobem se studenti, kteří se během studií středoškolských naučili správně numericky počítat, tomu zase odnaučují.

Tedy: v (O_5) mluví prof. Rádl o tom, že mu prof. Petr vytýká cosi o chybě součinu ab; ani v (K_4) ani nikde jinde v recensi prof. Petra nic takového není! V (O_6) přiznává prof. Rádl výslovně, že výtka prof. Petra v (K_5) jest oprávněná; ale odsudek „takovýmto způsobem se studenti, kteří se během studií středoškolských naučili správně numericky počítat, tomu zase odnaučují“, který prof. Petr v (K_5) k této výtce připojil, neuvádí prof. Rádl v příslušném odstavci (O_6), nýbrž spojuje jej v (O_5) s vymyšlenou výtkou prof. Petra a říká, že tím prof. Petr „sebe sama kritisuje“.

Nedivil bych se, kdyby mi čtenář nevěřil, že cituji správně; v tom případě jej prosím, aby si příslušná místa sám pročetl.

Po odstavci (O_5) následuje v „Odpovědi“ tento odstavec:

(O_7) Na str. 89 praví prof. Petr, že „autor učebnice o funkcích s proměnnou komplexní v knize vůbec nemluví s výjimkou snad funkce e^{ix}, která se tam dostala nedopatřením p. autora.“ Poněvadž funkce e^{ix} několikrát užívám způsobem všude obvyklým, jest toto tvrzení prof. Petra nesprávností jeho vlastní.

Příslušné místo v recensi prof. Petra (str. 89 dole) jest:

(K_6) Mnohem složitější jsou vztahy u eliptických funkcí, neboť tu jest třeba, abychom mohli je definovati jako funkce dvojperiodické, zavésti funkce komplexní proměnné a o těch p. autor ve své knize vůbec nemluví (s výjimkou snad funkce e^{ix}, která se tam dostala nedopatřením p. autora).

Výtka prof. Petra — byť byla pronesena jen mimochodem a velmi stručně — jest oprávněná, protože prof. Rádl nezachází s funkcí e^{ix} správně, jak ihned ukáži. Výklad o funkci e^{ix} v „Učebnici“ začíná takto (str. 120):

$U_4)$ **68. Formule Eulerova.** V § 32. uvažovali jsme relaci $y' = -ky$ a shledali jsme, že jí vyhovuje j e d i n á funkce $y = y_0e^{-kx}$. Pro $k = -i$ zní relace tato $y' = iy$ a vyhovuje jí funkce, která se derivováním až na faktor i nemění. Jest to funkce Ce^{ix}, též však funkce C ($\cos x + i \sin x$). Položme tedy $e^{ix} = C(\cos x + i \sin x)$; dosadíme-li pro $x = 0$, shledáme, že $C = 1$. Platí tedy relace formulí Eulerovou nazvaná

$$e^{ix} = \cos x + i \sin x. \qquad (101)$$

Pro záporné x obdržíme $e^{-ix} = \cos x - i \sin x$ a jestliže obě tyto relace jednak sečteme, jednak odečteme, vznikají Eulerovy formule pro $\cos x$, $\sin x$

$$\cos x = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}, \quad \sin x = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}. \qquad (101)^*$$

(U_4)

Sečteme-li kvadráty rovnic (101)*, vznikne vztah

$$\cos^2 x + \sin^2 x = \frac{e^{2ix} + 2 + e^{-2ix}}{4} + \frac{e^{2ix} - 2 + e^{-2ix}}{4i^2} = 1,$$

který vyjadřuje známou větu Pythagorovu v goniometrickém tvaru.
Povýšíme-li číslo e na mocnitele $i\,(x + y)$, můžeme psát dvě relace

$$e^{i(x+y)} = \cos (x + y) + i \sin (x + y),$$

$$e^{\,i(x+y)} = e^{ix} \,.\, e^{iy} = (\cos x + i \sin x) (\cos y + i \sin y)$$

$$= (\cos x \cos y - \sin x \sin y) + i\,(\sin x \cos y + \cos x \sin y);$$

porovnáním pravých stran (viz konec § 63) obdržíme známé součtové formule pro $\cos (x + y)$, $\sin (x + y)$, z nichž lze odvodit četné jiné relace (na př. pro $\cos 2x$, $\sin 2x$, $\cos x \pm \cos y$, $\sin x \pm \sin y$ atd.).

Rozeberme tento citát. Jde zde o komplexní funkci reálné proměnné $\cos x + i \sin x$. Tato funkce hoví diferenciální rovnici $y' = iy$.[13]) Abychom dostali analogické označení jako při rovnici $y' = ky$ při reálném k, zavedeme nový znak e^{ix} rovnicí $C\,(\cos x + i \sin x) = e^{ix}$, při čemž klademe $C = 1$, abychom pro $x = 0$ dostali souhlas s reálným případem. Rovnicí (101) tedy teprve definujeme znak e^{ix} (vždyť dosud v „Učebnici" nebyla mocnina pro jiný než reálný exponent zavedena). Všechny vlastnosti této funkce musíme tedy teprve dokázati; tak musíme také dokázati, že platí vztah $e^{i(x+y)} = e^{ix} \,.\, e^{iy}$, obdobný vztahu $e^{x+y} = e^x \,.\, e^y$, známému již pro reálné x a y. (To je přec jasné: definuji-li funkci $f(x)$ rovnicí $f(x) = \cos x + i \sin x$, není přece nijak a priori jasno, že platí $f(x+y) = f(x) \,.\, f(y)$; to se musí teprve dokázat.) Správný důkaz je jednoduchý: podle definice jest jednak

$$e^{i(x+y)} = \cos (x + y) + i \sin (x + y),$$

jednak (s použitím známých vztahů pro $\cos (x + y)$, $\sin (x + y)$)

$$\begin{aligned} e^{ix} \,.\, e^{iy} &= (\cos x + i \sin x) (\cos y + i \sin y) \\ &= (\cos x \cos y - \sin x \sin y) + i\,(\sin x \cos y + \cos x \sin y) \\ &= \cos (x + y) + i \sin (x + y); \end{aligned}$$

tedy jest $e^{i(x+y)} = e^{ix} \,.\, e^{iy}$.

Postup v (U_4) jest právě opačný než správný postup právě uvedený. Prof. Rádl totiž napřed napíše (správně)

$$e^{i(x+y)} = \cos (x + y) + i \sin (x + y);$$

potom napíše rovnici

$$e^{i(x+y)} = e^{ix} \,.\, e^{iy}$$

(neprávem, neboť ji dosud nedokázal) a konečně píše (opět správně)

$$e^{ix} \,.\, e^{iy} = (\cos x + i \sin x) (\cos y + i \sin y) =$$
$$= (\cos x \cos y - \sin x \sin y) + i\,(\sin x \cos y + \cos x \sin y).$$

Že zde nejde o náhodné přehození řádků, nýbrž o chybný soud, je viděti

[13]) Proč p. autor bere v (U_4) rovnici $y' = -ky$ a klade potom $k = -i$, místo aby vzal jednodušeji rovnici $y' = ky$ a dosadil $k = i$, nevím; v § 32b přece rovnici $y' = ay$ vyšetřuje. Derivace komplexní funkce reálné proměnné nebyla sice v „Učebnici" před § 68 zavedena, nelze však p. autoru zazlívati, že jí zde užívá; jde o zcela jednoduché zobecnění, které si čtenář sám snadno doplní. Ve funkci e^{ix} se předpokládá x reálné, což nebudu v dalším podotýkati.

z toho, že prof. Rádl se domnívá, že svým postupem odvodil znovu formule pro $\cos(x + y)$, $\sin(x + y)$, ač při správném důkazu by byl musil naopak právě formulí pro $\cos(x + y)$, $\sin(x + y)$ použíti k odvození rovnice $e^{i(x+y)} = e^{ix}e^{iy}$.[14]) Prof. Petr byl tedy právem s tímto místem nespokojen. Doufám, že způsob, jakým prof. Rádl zachází s funkcí e^{ix}, není „všude obvyklý"; na př. v elementární učebnici J. Vojtěcha „Základy matematiky" (3. vyd., část 1, str. 306) mohl si prof. Rádl přečísti správný důkaz vzorce $e^{i(x+y)} = e^{ix} . e^{iy}$.

Další odstavec „Odpovědi" je vyplněn osobními útoky na prof. Petra, na Jednotu československých matematiků a fysiků atd.; nebudu se jím proto zde zabývati.[15]) Odstavec následující obsahuje výtky všeobecného rázu: prof. Rádl vytýká prof. Petrovi hledisko, podle něhož „Učebnici" posuzoval. Na konci tohoto odstavce je však jedna konkrétní námitka, kterou se proto budu zabývati. Prof. Rádl totiž praví:

(O_8) { Ostatně je úsudek prof. Petra na str. 86 v příkladu o spojitosti nesprávný.

Příslušné místo v recensi (str. 86 dole) jest:

(K_7) { Matematický výklad má býti vzorem k přesnému vyjadřování; jak tento vzor vypadá v „Učebnici" jest patrno, abych volil jeden příklad z mnohých, na výkladu pojmu spojité funkce, který podává p. autor v odst. 39 na konci svého výkladu o derivaci, ačkoliv ho dříve již používal. Celý ten výklad (incl. definice) spočívá v těchto dvou větách: „Doposud jsme předpokládali graf funkce vždy souvislý či spojitý, kontinuitní, takže, zvětší-li se (zmenší-li se) x o velmi malý obnos, změní se (zvětší neb zmenší) y též o velmi malý obnos. Průběh zjevů přírodních děje se zpravidla spojitě; tak na př. dráha nemůže při velmi malé změně doby změnit se náhle o konečný obnos, nýbrž změní se též o velmi málo. Pravíme v tom případě, že příroda nedělá skoků." Pokládáme-li tedy číslo $1 . 10^{-6}$ za veličinu velmi malou, jest podle p. autora funkce (x budiž $\geqq 0$)

$$y = 10^{-6} . E(10^6 x),$$

$E(z)$ jest největší celé číslo obsažené v z — funkcí spojitou.

Citovat ještě příslušné místo z „Učebnice" není nutno, ježto v (K_7) je příslušné místo doslovně reprodukováno (viz „Učebnici", str. 73). Nechápu, jak mohl prof. Rádl nerozuměti tomuto tak jasnému odstavci (K_7). Citované místo z „Učebnice" nedává přesné definice spojitosti, poněvadž výraz „velmi malý obnos" není dosti přesný. Kdybychom si chtěli tuto definici zpřesniti na př. tím, že bychom se smluvili, že číslo 10^{-6} (a ovšem též každé číslo, jehož absolutní hodnota nepřesahuje 10^{-6}) budeme považovati již za „velmi malý obnos", musili bychom funkci[16])

$$y = 10^{-6} E(10^6 x)$$

považovati za spojitou; neboť změní-li se x nejvýše o 10^{-6}, změní se y zřejmě též nejvýše o 10^{-6} (prof. Petr nemusil se omezovati na $x \geqq 0$; snad si myslil, že mu prof. Rádl spíše porozumí, vyhne-li se záporným hodnotám). Prof. Petr chtěl jen ukázati, k jakým absurdnostem může vésti nedostatečná

[14]) Táž chyba se vyskytuje ostatně též již o něco dříve při umocňování pravých stran rovnic (101)*.

[15]) Viz ostatně odpověď prof. Bydžovského, jež vyjde co nejdříve ve Strojnickém obzoru.

[16]) $E(z)$ je definováno takto: $E(z)$ jest ono celé číslo, jež splňuje nerovnosti $E(z) \leqq z < E(z) + 1$.

definice. Či myslí snad prof. Rádl, že prof. Petr tvrdí, že funkce $10^{-6}\, E(10^6 x)$ je doopravdy spojitá?

Další odstavec obsahuje opět osobní útoky na prof. Petra. Teprve odstavec následující obsahuje zase konkrétní poznámky. Začíná pak tento odstavec takto:

(O_9) Řadu dalších nedopatření v recensi — zde uvedena pouze typická — hodlám z nedostatku místa uvésti ve zvláštní přednášce v JČM. Zde budiž ještě uvedeno, že nerovnost na str. 88 jako nesprávná vytýkána jest v souhlasu s obrazcem v textu citovaným a tudíž správná.

Ostatek tohoto odstavce „Odpovědi" citoval jsem již v (O_6). Místo v recensi, jehož se odstavec (O_9) týká, jest toto (str. 85, nikoliv str. 88):

(K_8) V odst. 42 na str. 77 uvažuje p. autor zavedení určitého integrálu pro libovolnou funkci. Definuje integrál jakožto plochu a dospívá názorem k těmto nerovninám[17])

$$h\,[f(a) + f(a + h) + \ldots + f(a + \overline{n - 1}\, h)] < p < h\,[f(a + h) + f(a + 2h) + \ldots + (a + nh)].$$

Za p pak zavede jakožto limitu

$$p = \int_a^b f(x)\, dx.$$

Nerovniny vypsané jsou však nesprávné a jsou platny pouze pro funkce rostoucí. Tedy i při užívání názoru geometrického nepodařilo se p. autorovi dáti bezvadným postupem definici integrálu.

Příslušné místo v „Učebnici" jest (str. 77):

(U_5) **42. Zevšeobecnění na libovolnou funkci.** Jest vypočísti obsah obdélníku seříznutého danou křivkou. Abychom určili plochu p omezenou jednak libovolnou čarou $y = f(x)$ v intervalu $a \ldots b$ spojitou a nad osou x procházející (obr. 82),[18]) jednak pořadnicemi $f(a)$, $f(b)$ dvou jejích bodů A, B, jednak osou x, rozdělme úsečku $\overline{AB}$ opět na n dílů o velikosti $\frac{b - a}{n} = h$ a sestrojme opět nad jednotlivými díly obdélníky ploše vepsané a opsané. Pak je sevřen obsah p ve dvě meze

součet obdélníků vepsaných $<$ p $<$ součet obdélníků opsaných,

$$h\,[f(a) + f(a + h) + \ldots + f(a + \overline{n - 1}\, h)] < p < h\,[f(a + h) + f(a + 2h) + \ldots + f(a + nh)], \tag{62}$$

jichž rozdíl je $[f(b) - f(a)]\,.\,h$.

Tedy prof. Rádl tvrdí toto: vezmu-li libovolnou funkci $f(x)$, spojitou a kladnou v intervalu $a \ldots b$ a označím-li písmenem p plochu, omezenou čarou $y = f(x)$ ($a \leq x \leq b$) a úsečkami přímek $x = a$, $x = b$, $y = 0$, potom platí nerovnosti (62). To je zřejmě nesprávné: nerovnosti (62) jsou správné, je-li $f(x)$ rostoucí, ale nesprávné, je-li $f(x)$ na př. klesající v intervalu $a \leq x \leq b$. Na tom nic nemění okolnost, že nerovnosti (62) jsou náhodou správné pro tu křivku, kterou si prof. Rádl vybral pro obr. 82; textu v (U_5)

---

[17]) Otiskuji i s tiskovou chybou: místo $(a + nh)$ má býti $f(a + nh)$.

[18]) Obr. 82 v „Učebnici" je běžný obrázek: je na něm nakreslena křivka $y = f(x)$ (kde $f(x)$ je na obrázku rostoucí) a mimo to obvyklé vepsané a opsané obdélníčky.

jest přece možno rozuměti jen tak, že nerovnosti (62) platí pro libovolnou funkci $f(x)$, jež je spojitá a kladná pro $a \leqq x \leqq b$, a to není pravda.

Po odstavcích (O_9), (O_6) končí prof. Rádl svou „Odpověď" krátkým odstavcem, v němž praví, že i jiné naše učebnice matematiky byly kritikou ostře odsouzeny, plní však přes to svůj úkol; prof. Rádl očekává, že i jeho kniha svůj úkol vyplní.

Na konec musím uznati, že jedna věta v „Odpovědi" prof. Rádla jest úplně správná; jest to tato věta z (O_6): „Všechna ostatní kritika spočívá na volném uvážení prof. Petra." „Učebnice" prof. Rádla hemží se totiž tolika chybami, že se prof. Petr nemohl ve své recensi všemi zabývati a musil proto vybrati jen některé, které se mu podle jeho volného uvážení zdály zvláště charakteristické.

Dovolím si ještě připojiti malé résumé toho, co jsme na předcházejících stránkách zjistili. Knihu prof. Rádla posoudil a odsoudil důkladně prof. Petr ve své recensi; v tomto článku jsem se zabýval proto hlavně pouze odpovědí prof. Rádla a jeho knihy jsem si všímal většinou pouze potud, pokud to bylo k rozboru „Odpovědi" nutno. Čtenář by byl čekal, že autor, který konkrétně odpovídá k odmítavé recensi své knihy, si důkladně rozváží, co do své odpovědi napíše; místo toho jsme zjistili, že „Odpověď" prof. Rádla se skládá po stránce matematické z nepřetržité řady omylů[19]); námitky prof. Rádla v (O_3), (O_4), (O_5), (O_7), (O_8), (O_9) jsou naprosto bezpodstatné a je prostě nepochopitelno, jak je prof. Rádl vůbec mohl napsati. Ani námitku prof. Petra proti citátu (U_1) prof. Rádl neoslabil; využil však stručnosti recense prof. Petra k umělému sestrojení námitky v odst. (O_1), (O_2). Dokonce nebyl ani tak pečlivý, aby si při psaní své odpovědi zkontroloval, co v recensi prof. Petra je a co tam není: a tak se mu stalo, že v (O_5) vytýká recensi prof. Petra něco, co v ní vůbec nestojí. Naprostý nedostatek věcných důvodů za to plně vynahradil sebevědomým a útočným slohem, kterým jest jeho odpověď napsána. *V. Jarník.*

Prohlášení.

V 61. ročníku „Časopisu pro pěstování matematiky a fysiky" sešit 2, str. 81—90, otiskl prof. K. Petr posudek knihy prof. Fr. Rádla „Učebnice matematiky pro vysoké učení technické", v němž tuto knihu po důkladném rozboru rozhodně odsoudil. Prof. Rádl snažil se vyvrátiti některé námitky prof. Petra v článku: „Odpověď k recensi prof. Petra..." (Strojnický obzor, ročník 11, č. 23, str. 471—472). Podepsaní prohlašují, nepouštějíce se na tomto místě do podrobností, že úplně souhlasí se zamítavým stanoviskem prof. Petra, ohražují se však zároveň jménem matematické veřejnosti proti tomu, aby na věcnou a vážnou recensi bylo odpovídáno způsobem tak nevážným a místy urážlivým, jak to učinil ve své „Odpovědi" prof. Rádl.

Profesoři matematiky na českých universitách a českých vysokých školách technických v Praze a v Brně:

B. Bydžovský, E. Čech, K. Čupr, K. Dusl, V. Hlavatý, J. Hronec, V. Hruška, J. Janko, V. Jarník, J. Klobouček, M. Kössler, V. Láska, K. Rychlík, L. Seifert, E. Schoenbaum, J. Svoboda, J. Vojtěch.

[19]) Vyjmeme-li citát (O_6), v němž prof. Rádl uznává příslušnou výtku prof. Petra.

B. Přehled původních publikací českých matematiků a fysiků.

O. Borůvka: Sur les hypercirconférences et certaines surfaces paraboliques dans l'espace euclidien à quatre dimensions. Spisy přírod. fakulty Masarykovy univ. č. 146. Stran 40, Brno, 1931.

Studují se křivky v eukl. čtyřrozm. prostoru, jejichž všechny křivosti jsou konstantní a jisté plochy, na něž se při tom přijde.

O. Borůvka: Sur les hypercirconférences et certaines surfaces paraboliques dans l'espace euclidien à quatre dimensions. Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences, Paris, t. 193, p. 633.

Souhrn hlavních výsledků hořejší práce.

K. Čupr: Použití Schlömilch-Pringsheimova integrálu při sčítání podmíněně konvergujících řad. (Sborník č. vys. školy technické v Brně. Svazek V., spis 21.) Pomocí uvedeného integrálu sečteny řady vzniklé některými transformacemi druhého druhu (Math. An., XXII. p. 462, Pringsheim: Umordnungen zweiter Art) z dané řady podmíněně konvergující.

V. Hlavatý: Projektive Invarianten einer Kurvenkongruenz und einer Kurve. (Mathematische Zeitschrift, Band 34, 1931. 58—73.) Studium differenciálních invariantů křivek a kongruencí vzhledem k transformacím konnexe, které zachovávají geodetické čáry.

V. Hlavatý: Sur les courbes des variétés non-holonomes. (Rendiconti della r. accademia dei Lincei. Vol. XII., serie 6., 1930. 647—654.) Studium asymptotických a geodetických čar an-holonomních variet.

V. Jarník: Diophantische Approximationen und Hausdorffsches Mass. Recueil mathématique de la Société Mathématique de Moscou, sv. 36, str. 371—382.

Budiž $a > 2$; M_a budiž množství oněch čísel ϑ, pro něž nerovnost $\left|\vartheta - \frac{p}{q}\right| < q^{-a}$ má nekonečně mnoho řešení v celistvých číslech p, q. Potom platí: dimense množství M_a (ve smyslu Hausdorffově) jest $2/a$.

V. Jarník: Über die simultanen diophantischen Approximationen, Mathematische Zeitschrift 33 (1931), str. 505—543.

Zostření výsledků předešlého pojednání; zobecnění na simultanní aproximace; existenční věty o simultanních aproximacích.

V. Jarník: Sur les points à coordonnées entières dans les ellipsoïdes à plusieurs dimensions. Věstník Král. čes. spol. nauk, 1930, č. 6, str. 1—11.

Budiž $P(x)$ známá zbytková funkce pro racionální k-rozměrný elipsoid ($k \geq 5$). Posloupnost $P(x) : x^{\frac{1}{2}k-1} (x = 1, 2, \ldots)$ má nekonečně mnoho bodů zhuštění.

V. Jarník: Sur une fonction arithmétique. Věstník Král. čes. spol. nauk, 1930, č. 7, str. 1—13.

Asymptotické vzorce pro $\sum_{x=1}^{y} P^2(x)$ (označení a předpoklady stejné jako v předešlé práci).

V. Jarník: Bolzanova „Functionenlehre“. Časopis, sv. 60 (1931), str. 240—262.

Miloš Neubauer: „Über die partiellen Derivierten unstetiger Funktionen“, Monatshefte für Mathematik und Physik, sv. 38, (seš. 1), str. 139—146.

J. Zahradníček: Nová metoda měření radiace látek radioaktivních. Spisy přír. fak. Masarykovy univ. č. 138. Str. 16. 1931.

J. Zahradníček: Messung der Aktivität der radioaktiven Substanzen mittels der Drehwage. Phys. Zs. *32*. 630. 1931.

V těchto pracích popisuje autor metodu k měření aktivity radioaktivních preparátů Coulombovými torsními vážkami v kovovém krytu, při čemž preparát je vně krytu. Autor udává dále vzorec pro silové působení preparátu na váhy.

J. Zahradníček: Bemerkungen zum Aufsatz: „Resonanzmethoden für die Bestimmung der Gravitationskonstante *G*“ von Jakob Kunz. Phys. Zs. *32*, 149. 1931.

Krátká poznámka, v níž autor opravuje některé chyby Kunzovy práce.