Werk

Label: Article

Jahr: 1916

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?31311028X_0045|log14

Kontakt/Contact

Digizeitschriften e.V.
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

info@digizeitschriften.de

sledek. Za to neobyčejně rozsáhlé je studium vlastní struktury krystallů pomocí ohybových zjevů af formy Friedrich-Knippingovy nebo Braggovy; zde jsou Roentgenovy paprsky mineralogii neobyčejně cennou pomůckou.

Odvození Kaufmannovy podmínky stability.

August Žáček.

Vodivou dráhu charakterisujeme nejvhodněji závislostí napětí na koncích dráhy na protékajícím proudu. Tuto závislost, jež nejčastěji bývá dána graficky, nazýváme elektrickou *charakteristikou* vodivé dráhy.

Tento pojem prokázal fysice již velmi cenné služby: tak Kaufmann [1]) mohl vyložiti řadu zvláštností výboje v plynech z tvaru charakteristiky této dráhy, Simon [2]) užil charakteristik k studiu elektrického oblouku, případy pak hlavně se stanoviska elektrotechnického důležité studoval ve své zajímavé dissertaci Busch. [3])

Fundamentální problém, o jehož řešení ve všech těchto případech jde, jest rozhodnouti, zda elektrický stav definovaný určitým bodem charakteristiky jest stabilní či labilní. Podmínku stability v případě konstantního napětí zdroje a konstantního předraženého odporu odvodil Kaufmann ve své již citované klasické práci.

V následujícím chci na základě věty o zachování energie podati elementární odvození Kaufmannovy podmínky stability pro všeobecný případ, kdy jak napětí zdroje tak velikost předraženého odporu jest funkcí intensity proudové; vedle toho také naznačíme geometrickou interpretaci Kaufmannovy podmínky od obvyklé interpretace poněkud odchylnou.

Nejprve pojednejme o případu, kdy napětí zdroje E jest konstantní: napětí na konci studované dráhy budiž dáno charakteristikou

$$e_1 = e_1(J),$$

---

[1]) Kaufmann: Drud. Ann. d. Phys. 2. 158. 1900. Kučera: Čas. pro pěst. math. a fys. XLII. 315. 1913.

[2]) Simon: Phys. Zs. 6. 297. 1905.

[3]) Busch: Stabilität, Labilität und Pendlungen in der Elektrotechnik. Dissertace. Göttingen 1911. Vyšla také knižně u Hirzela v Lipsku.

napětí na koncích proměnlivého předraženého odporu $w(J)$ budiž dáno jeho charakteristikou

$$e_2 = e_2(J).$$

Při tom jest pro rovnovážný stav

$$E = e_1(J_0) + e_2(J_0). \tag{1}$$

Energie, již zdroj v čase dt vydá, resp. obě vodivé dráhy spotřebují, jest dána výrazem

$$E\,J_0\,dt = [e_1(J_0) + e_2(J_0)]\,J_0\,dt.$$

Představme si nyní, že bychom změnili J_0 na $J_0 + \delta J$, pak relace (1) všeobecně již neplatí. Energie, již generátor v tomto případě vydá, jest rovna

$$E\,.\,(J_0 + \delta J)\,dt = [e_1(J_0) + e_2(J_0)]\,(J_0 + \delta J)\,dt,$$

kdežto oba vodiče spotřebují při proudu $J_0 + \delta J$ za čas dt energie

$$[e_1(J_0 + \delta J) + e_2(J_0 + \delta J)]\,(J_0 + \delta J)\,dt.$$

Elektrický stav se nezmění, jak jest přirozeno, sám od sebe v tom směru, aby oběma vodiči za nového stavu spotřebovaná energie byla větší, než může generátor dodati, t. j. pro stabilitu dostáváme vztah

$$[e_1(J_0 + \delta J) + e_2(J_0 + \delta J)]\,(J_0 + \delta J)\,dt > [e_1(J_0) + e_2(J_0)]\,(J_0 + \delta J)\,dt.$$

Rozvinutím výrazů

$$e_1(J_0 + \delta J), \qquad e_2(J_0 + \delta J),$$

podle Taylorovy věty a po jednoduché úpravě dostáváme pro stabilní rovnováhu definitivní podmínku

$$\frac{de_1}{dJ} + \frac{de_2}{dJ} > 0,$$

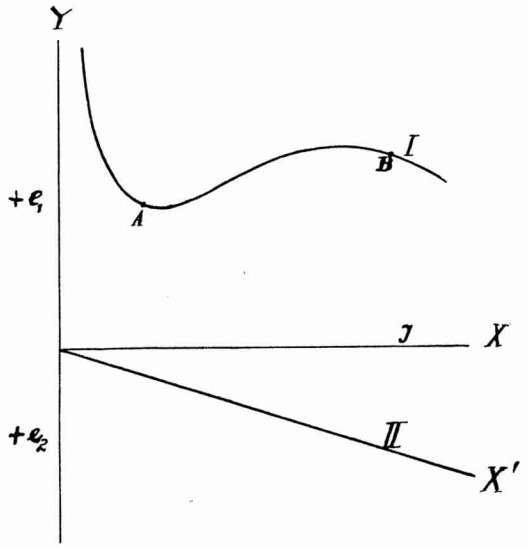
resp.

$$\frac{d(e_1 + e_2)}{dJ} > 0.$$

Jest tedy elektrický stav v bodě J_0, E charakteristiky stabilní, když vzrostu proudu přísluší také vzrost celkového napětí, jinak řečeno:

stabilní jsou jen ony hodnoty proudu, jimž příslušejí stoupající části charakteristiky celkového systému.

Nejpohodlněji dá se provésti vyšetření stability v případě, že obě charakteristiky jsou dány graficky. Poněvadž v odvozené podmínce přichází součet napětí $e_1 + e_2$, nanášejme jednu charakteristiku nad a druhou pod osu úseček, jak to vidíme na obrázku, kde křivka *I* jest charakteristika Nernstova tělíska, křivka *II* pak charakteristika konstantního předraženého odporu. Vzdálenost obou křivek měřená na přímkách rovnoběžných s osou ordinát



udává přímo hodnoty $e_1 + e_2$. Z obrázku vidíme, že pro část charakteristiky mezi body *A* a *B* vzrostu proudu odpovídá také vzrost vzdálenosti obou křivek $e_1 + e_2$, t. j. v těchto bodech hoří Nernstovo tělísko stabilně.

V případě konstantního předraženého odporu můžeme celou věc také pojímati jinak. Uvažujeme-li charakteristiku v klinogonálním systému $X'Y$, kde osa X' jest tvořena charakteristikou předraženého odporu pod osu úseček nanášenou, tu ordináty křivky *I* jsou dány hodnotami $e_1 + e_2$. I můžeme říci, že body, v nichž charakteristika uvažovaná v klinogonálním systému $X'Y$ jest stoupající, jsou stabilní.

Ku konci odvoďme podmínku stability týmž způsobem, jako jsme to učinili v případě konstantního napětí zdroje, i pro případ docela všeobecný.

Ke svorkám generátoru, jehož napětí jest dáno jako funkce intensity proudu „charakteristikou generátoru“

$$E = E(J),$$

jest připojen celý systém vodičů o charakteristikách:

$$e_1(J), \quad e_2(J), \quad \ldots.$$

Napětí na koncových svorkách tohoto systému jest dáno charakteristikou systému

$$e(J) = e_1(J) + e_2(J) + \ldots.$$

Za rovnováhy jest

$$E(J_0) = e(J_0), \tag{2}$$

a generátor dodává energii $E_0 J_0\, dt$, již systém spotřebuje. Změňme zase proud z J_0 na $J_0 + \delta J$. Pak neplatí již relace (2). S touto změnou proudu jest také spojen vzrost energie dodávané generátorem v obnosu

$$\begin{aligned}\delta(EJ)\, dt &= \left[E_0 + \left(\frac{dE}{dJ}\right)_0 \delta J\right](J_0 + \delta J)\, dt - E_0 J_0\, dt \\ &= \left(\frac{dE}{dJ}\right)_0 J_0\, \delta J\, dt + E_0\, \delta J\, dt\end{aligned}$$

a vzrost energie systémem spotřebované

$$\begin{aligned}\delta(eJ)\, dt &= \left[e_0 + \left(\frac{de}{dJ}\right)_0 \delta J\right](J_0 + \delta J)\, dt - e_0 J_0\, dt \\ &= \left(\frac{de}{dJ}\right)_0 J_0\, \delta J\, dt + e_0\, \delta J\, dt.\end{aligned}$$

Systém patrně nezmění sám od sebe svůj stav v tom směru, aby konsumoval v novém stavu více energie, než může generátor dodati, t. j. jako podmínku stability dostáváme nyní:

$$\left(\frac{de}{dJ}\right)_0 J_0\, \delta J\, dt + e_0\, \delta J\, dt > \left(\frac{dE}{dJ}\right)_0 J_0\, \delta J\, dt + E_0\, \delta J\, dt.$$

Ježto dle (2)

$$e_0 = E_0,$$

dostáváme definitivně podmínku stability pro nejvšeobecnější případ:

$$\left(\frac{de}{dJ}\right)_0 > \left(\frac{dE}{dJ}\right)_0,$$