Werk

Label: Article

Jahr: 1883

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?31311028X_0012|log6

Kontakt/Contact

Digizeitschriften e.V.
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

info@digizeitschriften.de

Dráha pohybu rovnoměrně zrychleného.

Studujícím napsal

P. **Cornelius Plch** T. J. v Bohosudově.

Věta. Přejde-li hmotné těleso z klidu v pohyb rovnoměrně zrychlený, vypočteme jeho dráhu S *za dobu* T *vykonanou, znásobivše polovici zrychlení* G *čtvercem doby* T.

Vzorec

$$S = \tfrac{1}{2} GT^2.$$

I. důkaz. Rozdělmež danou a tudíž stálou dobu

$$T = n \,.\, \frac{T}{n} = nt$$

na libovolný počet ($n = 2, 3, 4, 5 \ldots$) sobě rovných dílcův a myslemež si kromě prvního tělesa u větě vytknutého ještě druhé pohyblivé těleso, jež v $m$tém časovém dílci $t = \frac{T}{n}$ *konečnou rychlostí* mGt prvního tělesa $m$tou dráhu s_m *rovnoměrným pohybem* vykoná.

Bude tedy

$$s_m = mGt \,.\, t.$$

Dosadíme-li za číslo m hodnoty 1, 2, 3 ... n, obdržíme

$$s_1 = 1 \,.\, Gt^2$$
$$s_2 = 2 \,.\, Gt^2$$
$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$
$$s_n = n \,.\, Gt^2.$$

Sečtouce na obou stranách a kladouce zkrátka

$$s_1 + s_2 + \ldots s_n = s$$

dostaneme

$$s = \frac{n}{2} (n + 1) Gt^2,$$

odkudž plyne dosazením stálé hodnoty $T = nt$ rovnice

$$s = \tfrac{1}{2} GT (T + t),$$

v nížto při rostoucím n a stálém zrychlení G proměnné veličiny s, $(T + t)$ svým stálým mezím S, T stejným spůsobem (totiž ubýváním) ustavičně se přibližují.

Pročež bude *dle základní věty**) *hromadného* (pro každou

*) Viz *„Časopis pro pěstování math. a fys. r. X. pag. 252.“* K vůli nově přibylým odběratelům opakujeme zde onu důležitou větu! *Stálá hod-*

hodnotu čísla $n = 2, 3, 4, 5 \ldots$ dovoleného) *přechodu k mezním hodnotám*

$$\tfrac{1}{2}\,\mathrm{GT} = \frac{s}{\mathrm{T}+t} = \frac{\mathrm{S}}{\mathrm{T}}, \text{ z čehož jde } \mathrm{S} = \tfrac{1}{2}\,\mathrm{GT}^2.$$

II. důkaz. Myslíme-li sobě i třetí pohyblivé těleso, kteréž v $m$tém časovém dílci $t = \frac{\mathrm{T}}{n}$ *začátečnou rychlostí* $(m-1)\,\mathrm{G}t$ prvního tělesa $m$tou dráhu s'_m *rovnoměrným pohybem* vykoná, tož bude

$$s'_m = (m-1)\,\mathrm{G}t\,.\,t,$$

z čehož podobným spůsobem utvoříme rovnici

$$s' = \tfrac{1}{2}\,\mathrm{GT}\,(\mathrm{T}-t),$$

z nížto *hromadným přechodem k mezním hodnotám* obdržíme

$$\tfrac{1}{2}\,\mathrm{GT} = \frac{s'}{\mathrm{T}-t} = \frac{\mathrm{S}}{\mathrm{T}}, \text{ z čehož zase jde } \mathrm{S} = \tfrac{1}{2}\,\mathrm{GT}^2.$$

III. důkaz.*) Podrží-li každé písmě svůj předešlý význam, tož pro každou hodnotu čísla n nezbytně platí tyto nerovnice:

$$s > \mathrm{S} > s'$$
$$\mathrm{T}+t > \mathrm{T} > \mathrm{T}-t;$$

avšak platí též nezbytně pro každou hodnotu n rovnice

$$\frac{s}{\mathrm{T}+t} = \frac{s'}{\mathrm{T}-t} = \tfrac{1}{2}\,\mathrm{GT};$$

pročež bude tím spíše (a fortiori)

$$\frac{s}{\mathrm{T}+t} = \frac{\mathrm{S}}{\mathrm{T}} = \frac{s'}{\mathrm{T}-t} = \tfrac{1}{2}\,\mathrm{GT},$$

odkudž opět plyne

$$\mathrm{S} = \tfrac{1}{2}\,\mathrm{GT}^2.$$

Výsledek. Z dokázaného vzorce jde

$$\mathrm{S} = \tfrac{1}{2}\,\mathrm{GT}\,.\,\mathrm{T},$$

t. j. *dráha* S, *kterou těleso rovnoměrně zrychleným pohybem v době* T *vykoná, jednak se rovná polovici dráhy, kterou by v téže době vykonalo, rovnoměrně se pohybujíc rychlostí konečnou*

---

nota ($\frac{1}{2}$ GT) *poměru dvou proměnných veličin* (s, [T + t]) *rovná se obdobnému poměru jejich stálých mezí* (S, T).

*) Podobným spůsobem, totiž *pomocí dvou nerovnic a jedné rovnice,* lze též dokázati ony geometrické věty, jež v *„Časop. pro pěst. math. a fys.“ r. X. pag. 253—260 upotřebením hromadného přechodu k mezním hodnotám dokázány jsou.*

GT, *jednak zase rovna jest celé dráze, kterou by vykonalo, kdyby po celou dobu* T *rychlostí střední* $\frac{1}{2}$ GT $= \frac{0 + GT}{2}$ *rovnoměrně se pohybovalo.*

O soustavách číselných.*)

Studujícím středních škol napsal **Čeněk Zahálka.**

Při psaní čísel není možno každému zvláštní znak uděliti, poněvadž jest řada čísel nekonečná. Hleďme tedy, jak bychom jen několika znaky sebe větší číslo napsali.

Nejjednodušší spůsob při psaní čísel jest ten, že každý znak psán na místě prvém má svou vlastní hodnotu, na místě druhém tolikrát větší než-li na prvém, kolik znaků zvoleno; na místě třetím tolikráte větší než-li na druhém, kolik jest znaků atd. Znaky tyto, číslice, píšeme podle zvyku ze zemí východních k nám přenešeného od pravé k levé. Kdyby znak a, jeden z n znaků zvolených, představoval určitý počet jednotek, tedy by na místě prvém psán, představoval číslo o a jednotkách; na místě druhém by představoval číslo o $n \,.\, a$ jednotkách, na třetím o $n^2 \,.\, a$ atd., na r-tém číslo o $n^{r-1} \,.\, a$ jednotkách. Jestli při psaní čísel na některém místě žádný počet jednotek vyznačiti se nemá, vypíše se místo to nullou či ňickou, indickým to symbolem prázdnoty. Arabsky sluje sifr a dle něho číslice, cifry.

Uvedeným pravidlem lze čísla jakkoli velká několika určitými znaky představiti. Přehledné jich sestavení slove „soustavou číslicovou“ a to nčíslicovou, jest-li při psaní čísel n číslic zvolíme. Číslo n udávající počet cifer, nazývá se základem oné soustavy.

Soustavy o jednom znaku, pro jedničku, můžeme pominouti, neboť by každé číslo představeno bylo tolika znaky vedle sebe psanými, kolik má číslo jedniček.

V následující tabulce budiž vytknut počátek přirozené řady čísel celých v některých soustavách. Užito číslic arabských.

---

*) Srovnej dr. *F. J. Studnička,* Základové nauky o číslech, str. 31 a násl.

Soustava	Číslice	Číslo									
desítičíslicová dekadická	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
dvojčíslicová dyadická	0, 1	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	1010
trojčíslicová triadická	0, 1, 2	1	2	10	11	12	20	21	22	100	101
čtyřčíslicová tetradická	0, 1, 2, 3	1	2	3	10	11	12	13	20	21	22
pětičíslicová pentadická	0, 1, 2, 3, 4	1	2	3	4	10	11	12	13	14	20
šestičíslicová hexadická	0, 1, 2, 3, 4, 5	1	2	3	4	5	10	11	12	13	14
sedmičíslicová heptadická	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6	1	2	3	4	5	6	10	11	12	13
osmičíslicová oktadická	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7	1	2	3	4	5	6	7	10	11	12
devítičíslicová enneadická	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8	1	2	3	4	5	6	7	8	10	11

Převod čísla kterékoli soustavy na číslo dekadické soustavy.

Číslo $n$ciferné C, jež by psáno bylo ciframi

$$a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \ldots, a_3, a_2, a_1$$

v soustavě z-číslicové, dá se vyjádřiti mnohočlenem spořádaným sestupně podle základu z.

$$C_z^n = a_n \,.\, z^{n-1} + a_{n-1} z^{n-2} + \ldots + a_3 z^2 + a_2 z + a_1.$$

Tohoto mnohočlenu možno užiti ku převodu čísla kterékoli soustavy na číslo soustavy dekadické. Ku př. číslo 101101 soustavy dvojčíslicové vyjádři číslem soustavy dekadické

$$\begin{aligned} 101101_{\text{II}} &= 1 \,.\, 2^5 + 0 \,.\, 2^4 + 1 \,.\, 2^3 + 1 \,.\, 2^2 + 0 \,.\, 2 + 1 \\ &= 32 \qquad\quad + 8 + 4 \qquad\quad + 1 \\ &= 45_{\text{X}}. \end{aligned}$$

Číslo 343340 soustavy pětičíslové vyjádři číslem soustavy dekadické

$$\begin{aligned} 343340_{\text{V}} &= 3 \,.\, 5^5 + 4 \,.\, 5^4 + 3 \,.\, 5^3 + 3 \,.\, 5^2 + 4 \,.\, 5 + 0 \\ &= 9375 + 2500 + 375 + 75 + 20 \\ &= 12345_{\text{X}}. \end{aligned}$$

Převod tento rychle provedeme užitím následující tabulky, v níž některé mocniny čísel jednociferných uvedeny jsou. Ku př. mocninu $8^5 = 32768$, nalezneme v řádce 8, sloupci 5.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	8	16	32	64	128	256	512
3	9	27	81	243	729	2187	6561	19683
4	16	64	256	1024	4096	16384	65536	262144
5	25	125	625	3125	15625	78125	390625	1953125
6	36	216	1296	7776	46656	279936	1679616	10077696
7	49	343	2401	16807	117649	823543	5764801	40353607
8	64	512	4096	32768	262144	2097152	16777216	134217728
9	81	729	6561	59049	531441	4782969	43046721	387420489

Převod čísla soustavy dekadické na číslo soustavy z-číslové.

Způsob prvý.

Nazveme-li číslo soustavy dekadické C, cifry čísla nového a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, ..., a_3, a_2, a_1, bude

$$C_X = a_n z^{n-1} + a_{n-1} z^{n-2} + a_{n-2} z^{n-3} + \ldots + a_3 z^2 + a_2 z + a_1.$$

Hledati jest a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, ..., a_3, a_2, a_1.

Z čísla C obdržíme a_n, když je odnásobíme nejvyšší mocninou základu z, která v C jest obsažena.

$$(a_n z^{n-1} + a_{n-1} z^{n-2} + a_{n-2} z^{n-3} + \ldots + a_3 z^2 + a_2 z + a_1) : z^{n-1} = a_n.$$

Zbytek jest $a_{n-1} z^{n-2} + a_{n-2} z^{n-3} + \ldots + a_3 z^2 + a_2 z + a_1$.

Z tohoto zbytku ustanovíme a_{n-1}, odnásobíme-li jej mocninou nejblíže nižší téhož základu

$$(a_{n-1} z^{n-2} + a_{n-2} z^{n-3} + \ldots + a_3 z^2 + a_2 z + a_1) : z^{n-2} = a_{n-1}.$$

Tak bychom postupným odnásobením zbytků nejblíže nižšími mocninami základu došli až ku

$$(a_2 z^1 + a_1) : z^1 = a_2$$

a

$$a_1 : z^0 = a_1.$$

Máme-li tedy číslo dekadické vyjádřiti číslem soustavy z-číslicové, odnásobme je nejvyšší mocninou základu z, která v čísle onom obsažena. Zbytek obdržený odnásobme nejblíže nižší mocninou základu z. Tak postupujeme dále, až bude posledním odnásobitelem z^0. Podíly, které obdržíme, jsou ciframi hledaného čísla, kteréž jest psáti od levé ku pravé.

Ku př. číslo 1882 soustavy dekadické uveď na číslo soustavy triadické. (S prospěchem použiti možno předešlé tabulky.)

$$\begin{aligned} 1882 : 729 &= 2 \\ 424 : 243 &= 1 \\ 181 : 81 &= 2 \\ 19 : 27 &= 0 \\ 19 : 9 &= 2 \\ 1 : 3 &= 0 \\ 1 : 1 &= 1. \end{aligned}$$

Tak že $1882_X = 2120201_{III}$.

Jiný příklad. Číslo 1000000 soustavy dekadické, představ číslem soustavy enneadické.

$$
\begin{aligned}
1000000 : 531441 &= 1 \\
468559 : \ 59049 &= 7 \\
55216 : \ 6561 &= 8 \\
2728 : \ 729 &= 3 \\
541 : \ 81 &= 6 \\
55 : \ 9 &= 6 \\
1 : \ 1 &= 1 \\
1000000_{\mathrm{X}} &= 1783661_{\mathrm{IX}}.
\end{aligned}
$$

Způsob druhý.

Tento způsob záleží v tom, že vyhledáváme cifry nového čísla opáčným pořádkem.

Budiž opět

$$C_{\mathrm{X}} = a_n z^{n-1} + a_{n-1} z^{n-2} + a_{n-2} z^{n-3} + \ldots + a_3 z^2 + a_2 z + a_1.$$

Abychom vyhledali a_1, odnásobme číslo C základem nové soustavy.

$$a_n z^{n-1} + a_{n-1} z^{n-2} + a_{n-2} z^{n-3} + \ldots + a_3 z^2 + a_2 z + a_1) : z =$$
$$= a_n z^{n-2} + a_{n-1} z^{n-3} + a_{n-2} z^{n-4} + \ldots + a_3 z^1 + a_2.$$

Zbytek bude a_1. Vyšlý podíl odnásobme opět základem z a obdržíme zbytek a_2. Postupným odnásobením dojdeme až kù cifře a_n. Odtud pravidlo druhé:

Chceme-li číslo dekadické představiti číslem soustavy z-číslové, odnásobme číslo dané základem z. Vyšlý podíl opět odnásobme základem z atd. Zbytky, jež při odnásobení obdržíme, jsou cifry hledaného čísla v opáčném pořádku nalezené. Způsob tento jest pohodlnějším předešlého, poněvadž zde nemusíme znáti mocniny základů soustav číselných.

Převeď číslo dekadické 1420 na číslo soustavy tetradické.

$$
\begin{aligned}
1420 : 4 &= 355, \quad \text{zbytek } 0 \\
355 : 4 &= \ \ 88, \quad \text{„} \ \ 3 \\
88 : 4 &= \ \ 22, \quad \text{„} \ \ 0 \\
22 : 4 &= \ \ \ 5, \quad \text{„} \ \ 2 \\
5 : 4 &= \ \ \ 1, \quad \text{„} \ \ 1 \\
1 : 4 &= \ \ \ 0, \quad \text{„} \ \ 1
\end{aligned}
$$

Jest tedy $1420_{\mathrm{X}} = 112030_{\mathrm{IV}}$.