Označíme-li přímku $\frac{Q_3}{l_3} - \frac{Q_2}{l_2} = 0 = S_1$ a podobně ostatní dvě cyklickou záměnou, a přihlížíme-li k rovnici (2) obdržíme

$$\frac{l_3}{l_2} = \frac{sin\,(Q_3\,S_1)}{sin\,(Q_2\,S_1)},$$

$$\frac{l_1}{l_3} = \frac{sin\,(Q_1\,S_2)}{sin\,(Q_3\,S_2)},$$

$$\frac{l_2}{l_1} = \frac{sin\,(Q_2\,S_3)}{sin\,(Q_1\,S_3)}.$$

Součin těchto tří rovnic podává nám geometrickou podmínečnou rovnici pro involuci šesti přímek a sice

$$\lambda = \frac{sin\,(Q_3\,S_1)\,sin\,(Q_2\,S_2)\,sin\,(Q_1\,S_3)}{sin\,(Q_2\,S_1)\,sin\,(Q_1\,S_2)\,sin\,(Q_2\,S_3)}.$$

Jak již dříve obecně podotknuto, dá se tato rovnice též z rovnice (11) přímo vyvinouti, neb značí nám jednu a tutéž podmínku. Záměnou Q_1 s S_1 neb Q_2 s S_2 neb Q_3 s S_3 obdržíme tři nové rovnice pro tutéž podmínku. *)

(Dokončení).

Křivky cissoidalné.

(Podává *K. Zahradník*).

Dána budiž libovolná kuželosečka K a přímka P (obr. 10.); na kuželosečce volme libovolný bod o za vrchol svazku paprskového a za střed souřadnic. Q budiž paprsek tohoto svazku; i protíná nám kuželosečku K v jediném bodě $m_2\,(x_2\,y_2)$, mimo vrchol o a přímku P v bodě $m_1\,(x_1\,y_1)$. Naneseme-li tětivu $\overline{om_2}$ od bodu m_2 na paprsku Q směrem k o bude $\overline{om_2} = \overline{m_3\,m_1}$ čímž obdržíme bod $m_3\,(x_3\,y_3)$. Každému paprsku Q přísluší určitý jediný bod m_3 a geometrické místo všech bodů m_3 uvedeným zákonem vytvořených jest křivka stupně třetího, již z obdoby vytvoření křivkou cissoidalnou jmenovati chceme.

---

* Porovnej *Živa* pg. 87.

Odečteme-li od rovnice $om_2 = m_3\,m_1$ společnou délku om_1 obdržíme

$$\overline{om_3} = \overline{m_2\,m_1} \qquad (1)$$

základní to rovnici křivky cissoidálné.

Promítneme-li délky $\overline{om_3}$ a $\overline{m_2\,m_1}$ do os, obdržíme pomocí souřadnic bodů m_i dvě nové rovnice, které nám rovnici (1) úplně nahražují a sice

$$x_3 = x_1 - x_2 \qquad (2)$$

$$y_3 = y_1 - y_2 \,. \qquad (3)$$

Souřadnice bodu m_2 a m_1 vypočteme jakožto průseky přímky Q s kuželosečkou K a přímkou P, jejichž rovnice

$$K \equiv ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey = 0$$

$$P \equiv mx + ny + p = o$$

$$Q \equiv y - ux = o$$

Řešením plyne:

$$(QP) = m_1 \begin{cases} x_1 = -\dfrac{p}{m+nu} \\[2mm] y_1 = -\dfrac{pu}{m+nu} \end{cases}$$

$$(QK) = m_2 \begin{cases} x_2 = -\dfrac{d+eu}{a+bu+cu^2} \\[2mm] y_2 = -\dfrac{(d+eu)\,u}{a+bu+cu^2} \end{cases}$$

Vložíme-li hodnoty tyto do rovnic (2) a (3) obdržíme

$$x_3 = -\frac{p}{m+nu} + \frac{d+eu}{a+bu+cu^2}$$

$$y_3 = -\left(\frac{p}{m+nu} + \frac{d+eu}{a+bu+cu^2}\right) u. \qquad (5)$$

Místo $x_3\,y_3$ jakožto souřadnic bodu proměnného můžeme psáti xy. Každé hodnotě za u přísluší určité x a y, tedy určitý bod m na cissoidě. Proměnnou u, pomocí níž můžeme souřadnice libovolného bodu m cissoidy jednoznačně určiti, nazýváme parametrem bodu m. Rovnici v souřadnicích rovnoběžných obdržíme, vyloučíme-li z rovnic (4) a (5) proměnnou veličinu u.

Z (5) plyne $u = \dfrac{y}{x}$, což vložíme-li do rovnice (4) spůsobuje

$$(ax^2 + bxy + cy^2)(mx + ny + p) - (mx + ny)(dx + ey) = o. \qquad (6)$$