$$\frac{\sin x}{1^2}-\frac{\sin 3x}{3^2}+\frac{\sin 5x}{5^2}-\ldots={}^1\!/_4\int_0^1\frac{dz}{z}\,l\,\frac{1+2z\sin x+z^2}{1-2z\sin x+z^2}.$$

Řada tato má hodnotu $\frac{\pi x}{4}$ aneb $\frac{\pi}{4}(\pi-x)$, podle toho, je-li $0\leqq x\leqq\frac{\pi}{2}$ aneb $\frac{\pi}{2}\leqq x\leqq\pi$ *), tedy

$$\int_0^1\frac{dz}{z}\,l\,\frac{1+2z\sin x+z^2}{1-2z\sin x+z^2}=\pi x \text{ aneb } \pi(\pi-x). \tag{22}$$

Hodnotu πx tohoto integrálu zjednáme si také ze vzorce (16), píšeme-li v něm $\frac{\pi}{2}-x$, $\frac{\pi}{2}+x$ místo x a odečteme-li oba nové vzorce, čímž se objeví také integrál (22).

Jest-li $x=\frac{\pi}{2}$, jde z (22)

$$\int_0^1 l\,\frac{1+z}{1-z}\,\frac{dz}{z}=\frac{\pi^2}{4}. \tag{23}$$

Že vzorce napřed uvedené zahrnují v sobě ještě hojnost jiných, jest patrno.

Vůbec výrazy logarithmické zde uvedené tvoří s jakousi funkcí x zvláštní typus integrálů v mezích 0 a 1, s kterými, jak známo, nejprvé *Euler* ve svém díle o integrálném počtu se zanášel. Později uvádí *Legendre* tyto integrály pod jmenem Eulerovských ve svém „Traité des fonct. ellipt.“

O základních vzorcích goniometrických.

(Podává *A. Pánek.*)

Spůsobů, jakými lze vyvinouti známé vzorce pro $\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}(\alpha\pm\beta)$, jest velmi mnoho, takže v rozličných knihách učebných s rozličnými se potkáváme. Nejjednodušší jsou arci takové, které vyžadují nejméně přípravy a nejrychleji vedou k cíli. A k těmto patří, tušim, také i následující:

---

*) *Mayer*, Vorlesungen ü. d. Theorie d. bestimmten Integrale. Leipzig, Teubner, 1871., pag. 265.