Drobné zprávy.

Příspěvek k theorii čoček.

(Podává *G. Blažek.*)

Následující řádky mají za účel elementární řešení otázky, jakého tvaru musí býti plocha dělící dvě ústředí takovým spůsobem, že z bodu A *) prvního ústředí vycházející jednobarevné světlo opět se soustředí v bodu B ústředí druhého.

Poněvadž světlo z bodu A spůsobem vlny se šíří, musí B státi se bodem interferenčním, t. j. z bodu A současně vycházející paprsky současně dojdou do bodu B. Šíří-li se světlo rychlostí 1 v ústředí prvním, rychlostí $\frac{1}{n}$ v druhém, je-li dále M bodem hledané plochy, $MA = u$, $MB = v$, pak dospěje paprsek z A do M v době u, z M do B v době nv, z A do B tedy v době $u + nv$, jež má býti dle předešlého pro všecky paprsky stejnou; jest tedy

$$u + nv = a \tag{1}$$

rovnicí hledané plochy, vyjádřenou v bipolárních souřadnicích s ohledem na A a B co póly.

Plocha jest tvarem točným, přímka AB její osou. Abychom ji blíže poznali, stačí stanovení průseku s rovinou skrze AB položenou; vzorec (1) podává zároveň rovnici toho průseku.

Ustanovení polohy tečny ze vzorce (1) dle známých pravidel **) vede bezprostředně k zákonům lomu světla.

Vyjádřen v souřadnicích pravoúhelných jeví se náš průřez všeobecně jako křivka stupně čtvrtého.

Pro $n = 1$ vyskytne se nám elliptické zrcadlo, jehož ohnisky jsou A a B. Zajímavý jest případ ten, v němž z bodu A

*) Jednoduchý výkres sem patřící nechť si čtenář laskavě sám nakreslí.

**) Viz: Strouhal, „O souřadnicích bipolárních". Druhá zpráva jednoty českých mathematiků p. 4.

proudící paprsky v druhém ústředí v směrech rovnoběžných se šířiti mají. Z bodu A vycházející vlna kulová musí se v druhém ústředí změniti ve vlnu rovinnou, aby bod interferenční ležel ve vzdálenosti nekonečně velké.

Je-li Ax směrem rovinné vlny, O bodem, v němž paprsek Ax s dělící plochou se setká, M libovolným bodem plochy, pak se vlna v okamžiku, v němž do bodu M dospěla, v druhém ústředí až k rovině skrze M kolmo na Ax položené rozšířila. Je-li tato rovina od O vzdálena o délku x, dále $AO = c$, pak jest patrně

$$u = c + nx. \tag{2}$$

Vyvolíme-li souřadnice pravoúhelné a stanovíme-li Ax za osu x, O za bod začátečný, pak dá rovnice (2)

$$y^2 = 2c(n-1)x + (n^2-1)x^2$$

co analytický výraz křivky, kteráž otočena byvši kolem osy x spůsobuje žádanou plochu. Křivka tato jest pro $n > 1$ *hyperbolou*, pro $n < 1$ *ellipsou*, pro $n = -1$ *parabolou*; v každém případě jest A ohniskem, O vrcholem křivky.

Jak se samo rozumí, dají se úvahy tyto podobně na více ústředí rozšířiti.

Dvě poučky o kuželosečkách.

(Podává dr. *E. Weyr.*)

1. Rovnice kuželosečky procházející počátkem souřadnic pravoúhlých, jest, jak známo,

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey = 0; \tag{1}$$

průseky s osou x obdržíme, položíme-li $y = 0$; budeť tu

$$Ax^2 + 2Dx = 0,$$

kterážto rovnice bude míti pro $D = 0$ dva nulle se rovnající a tudíž stejné kořeny; rovnice (1) promění se za touto podmínkou v

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Ey = 0, \tag{2}$$

což nám značí kuželosečku procházející bodem počátečním, jejíž normálou v tomto bodu jest osa y.

Položíme-li počátkem souřadnic libovolnou přímku

$$y = \alpha x, \tag{3}$$

protne kuželosečku (2) v bodu, jehož souřadnice jsou patrně

$$x_1 = -\frac{2E\alpha}{A+2B\alpha+C\alpha^2}, \tag{4}$$

$$y_1 = -\frac{2E\alpha^2}{A+2B\alpha+C\alpha^2};$$

a zavedeme-li do těchto vzorce $-\frac{1}{\alpha}$ místo α, obdržíme

$$x_2 = \frac{2E\alpha}{A\alpha^2-2B\alpha+C}, \tag{5}$$

$$y_2 = -\frac{2E}{A\alpha^2-2B\alpha+C}$$

co souřadnice průseku kuželosečky (2) s přímkou

$$y = -\frac{1}{\alpha}x, \tag{6}$$

stojící kolmo na přímce (3).

Rovnice přímky, spojující body (x_1, y_1), (x_2, y_2) jest pak

$$\eta - y_1 = \frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}(\xi - x_1),$$

z níž obdržíme pro průsek s osou y, položíme-li $\xi = o$, ihned

$$\eta = \frac{y_2 x_1 - y_1 x_2}{x_1 - x_2},$$

aneb použijeme-li rovnic (3) a (6),

$$\eta = -\frac{1}{\alpha}\frac{\alpha^2+1}{\frac{1}{x_2}-\frac{1}{x_1}};$$

pomocí vzorců (4) a (5) snadno se však sestrojí

$$\frac{1}{x_2}-\frac{1}{x_1} = \frac{(A+C)(\alpha^2+1)}{2E\alpha},$$

což dosazeno byvši do vzorce předešlého, činí

$$\eta = -\frac{2E}{A+C}, \tag{7}$$

z čehož patrno, že veličina η jest od α neodvislá. Na základě tomto možná tedy vysloviti poučku tuto:

Otáčí-li se pravý úhel kolem svého na jisté kuželosečce ležícího vrchole, protínají ji ramena jeho v dvé bodů, jichž spojující přímka prochází pevným bodem normály sestrojené ke kuželosečce ve vrcholi tohoto pravého úhlu.

2. Jak jsme shledali, protíná přímka (3) kuželosečku (2)

v bodě, jehož souřadnice jsou ustanoveny vzorci (4); přímka, jenž s osami po druhé straně tytéž úhly uzavírá a rovnicí

$$y = -\alpha x \tag{8}$$

určena jest, protíná kuželosečku (2) v bodě, jehož souřadnice jsou

$$x_2 = -\frac{2E\alpha}{A-2B\alpha+C\alpha^2}, \tag{9}$$

$$y_2 = -\frac{2E\alpha^2}{A-2B\alpha+C\alpha^2}.$$

Rovnice přímky, spojující body (4) a (9), bude, jako prvé

$$\eta - y_1 = \frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}(\xi - x_1),$$

z níž jde pro $\eta = 0$ neb průsek s osou x

$$\xi = \frac{x_2y_1 - x_1y_2}{y_1-y_2},$$

aneb použijeme-li rovnic (3) a (8),

$$\xi = \frac{2}{\alpha\left(\frac{1}{y_2}-\frac{1}{y_1}\right)};$$

pomocí vzorců (4) a (9) sestrojíme však snadno

$$\frac{1}{y_2}-\frac{1}{y_1} = \frac{2B}{E\alpha},$$

což dosazeno byvši do předešlé rovnice, vede ku vzorci

$$\xi = \frac{E}{B},$$

z čehož patrno, že i průsek této přímky (x_1, y_1), (x_2, y_2) nezávisí na hodnotě α. Za tou příčinou platí o těchto přímkách poučka:

Přímky, procházející pevným bodem kuželosečky a uzavírající stejné úhly s normálou, protínají ji v bodech, jejichž přímka spojující probíhá pevným bodem, nalézajícím se na tečně kuželosečky.

Splynou-li obě k normále stejně nakloněné přímky s normálou samotnou, stane se přímka spojující body (x_1, y_1), (x_2, y_2) tečnou kuželosečky v průsečíku s normálou, z čehož plyne, že *pevný bod, jímž přímka tato prochází, jest polem normály vzhledem ke kuželosečce.*

Obě tuto dokázané poučky dají se i takto vysloviti:

Otáčí-li se proměnlivý pravoúhlý a pevné kuželosečce vepsaný trojúhelník kolem pevného vrchole úhlu pravého, probíhá přepona pevným bodem ležícím na normále, ve vrcholi tomto ke kuželosečce sestrojené.

Mění-li se kuželosečce vepsaný trojúhelník stálého vrchole tak, že úhel v tomto vrcholi vždy jest normálou její rozpůlen, probíhá strana pevnému vrcholi protilehlá vždy polem normály sestrojené ke kuželosečce v tomto pevném vrcholi.

Jednoduché školní aparáty.*)

(Popisuje dr. *Neumann.*)

1. *Hutnoměr* dra. K. Kaliny sestává ze skleněné nádobky průměru as 1·5—2cm. a výšky asi 10—12cm. Nádoba ta je kalibrovaná obr. 51.; obsahuje-li část *mn* 40 gramů vody destilované, rozdělí se v 40 stejných a možno-li, rozdělí se každý stupeň ještě v menší části.

Rozdělení samo nemusí býti na skle, nýbrž na proužku mosazném v podstavci upevněném. Na něm se nalézá též posouvatelný kruh s vlasovým kruhem, by bylo možno vždy přesně udat povrch vody (obr. 51. vv).

Hutnoměr ten se zakládá na myšlence, určiti bezprostředně množství vytlačené tělesem vody, poněvadž zde každý dílec přísluší známé váze vody. Je-li váha tělesa samého známa (a tu lze každou obyčejnou váhou určit), vypočte se pak snadno hledaná hutnost tělesa. Váží-li na př. 15 gramů a vytlačí-li ponořením do hutnoměru vodu o 4.5 stupňů, bude hutnost tělesa toho 15 : 4·5 = 3·55.

Vzlínavost na stěně neškodí, poněvadž vždy vydutý kraj při stoupání též o tolikéž vystoupí. Výhodu má přístroj tu, že není potřebí hutnoměrné (hydrostat.) váhy k určování hutnosti pevných těles; a poněvadž se mohou větší kusy těles k vyše-

*) Článek tento jest pokračováním popisů, jež byly uveřejněny v zprávách jednoty českých matehmatiků a sice v I. pag. 73., v II. pag. 61., v III. pag. 72.

třování voliti, možná i chybu s každým měřením nevyhnutelně spojenou co nejvíce zmenšiti. Pro méně dotované kabinety bude přístroj ten zajisté vítaný — a i jinde pro princip svůj zajisté se zalíbí.

2. *Přístroj pro lom a odraz světla bez upotřebení světla slunečního*, obr. 52. Oblouk *abd* je skleněný as 2″ vysoký a je na svém obvodu v 180° rozdělen. Dno a strana *abc* as 2·5″ vysoká jsou plechové, u *c* je skulina širší než u obyčejných toho druhu přístrojů pro lom a je pokryta silnější deskou. Pod *c* je připevněna otáčivá ručka *cm*, na jejímž konci je nastrčena svítilna hranolová *em*, v níž u *n* je svíčka nabodnutá; u *e* jsou dva rovnoběžné proužky, mezi nimiž prochází světlo svíčky, čímž povstává skoro rovnoběžný paprsek. Komínek je toliko stranou zadní otevřen, by žádné světlo ze svítilny nevycházelo. Přístrojek stojí na třech nohách a ručka (alhidada) se dá přehnout přes nožičku u *b*, neb se odšroubuje a přendá za *acb* a znova přišroubuje. Do nádoby se naleje pro lom i pro odraz voda a na čtvrtinu oblouku *ad* se dá dovnitř pruh papíru, který ve vodě se namočiv na sklo přilne, jeť tím spůsobem i ze zdálky vidět, kam paprsek odchylený na oblouku dopadá.

Pro odraz světla se zastrčí u *c* dovnitř nádoby zrcádko malé vzadu lakované a svítilnou se točí kolem bodu *c*. To má přednost před obyčejným přístrojem pro odraz, kde se zrcadlem *c* točí a paprsek dopadající polohu nemění. Zde viděti, jak se paprsky blíží neb vzdalují — paprsek dopadající mění svůj směr, zrcádko stojí a to vyhovuje více výkladu učebních knih.

Pro lom, jak se již uvedlo, přendá se svítilna na druhou stranu a poněvadž je skulina u *c* širší, lze v mnohem šikmějším směru odchýlený (lomený) paprsek obdržet; kdežto při obyčejných podobných přístrojích od *d* sotva 30° dopadá světla, u mých až na 60°, 70° od *d* počítaje a tu právě při šikmějším dopadu tím více se paprsky rozcházejí. Proto že je ručka *cm* pohyblivá, lze rozstup ten ukázati, aniž by se nádobou hnulo. Co školní přístroj má tu výhodu, že lze obrátiti oblouk *adb* proti žákům a že to všichni najednou vidí, postaví-li se přístroj trochu výše, což jest při upotřebení heliostatu nemožné. Že zde dva přístroje v jeden shrnuty a tudíž výhoda zvýšena, netřeba též uváděti.

3. *Fonautogrammy píšťal* lze obdržet, jak J. Hervert ukázal, *) velmi jednoduchým přístrojem. Jak známo obdrží se od píšťal kmitopis toliko paraboloidem Scottovým; avšak upevniti štětinku na bláně a napnouti ji tak, aby štětinka kmitala ve směru osy kmitopisce (fonautografu), je práce tak zdlouhavá, že se nesnadno dá pokus ten pro školní přednášku připraviti. Kmitopis píšťal, zvláště ale objektivní ukázání záchvějů dvou píšťal je ale pro theorii harmonie tak důležité, že je žádoucno, aby se ve škole pokus tento provedl. Toho se snadno dosáhne malou dřevenou dutou krychlí z dvou protivných stran otevřenou; na jedné straně se zasadí pryžová trubka vedoucí k otvoru ve stěně píšťaly udělanému, na druhém konci napnuta blánka a na té zahnutý proužek papíru, obraz 53. *abc*; kmitající blánka zvedá periodicky proužek. Přilepí-li se na proužek štětinka, bude tato v šikmém směru při zvedání proužku kmitat. Upevní-li se krychle v stojanu tak, aby směr štětinky kmitající byl rovnoběžný s osou válce, lze obdržeti, zní-li píšťala, křivky příslušné jako Scottovým paraboloidem a pokus ten nevyžaduje dlouhé přípravy. Jiná výhoda je ta, že můžeme obdržeti křivky od rozličných míst v píšťalách. Tímto přístrojkem a mým zařízením kmitopisce pro struny umožněno i kabinetům méně bohatým zaopatřiti si přístroje k vibrografii strun a píšťal; neboť takto upravené stojí sotva pětinu ceny Königova kmitopisce s paraboloidem (stojíť přes 200 zl.).

4. *Skleněné modely čerpadel* (*pump*) *a stříkačky hasicí* hotoví se nyní v dosti vhodné úpravě. Skoro všecky dosavadní modely mají tu vadu, že nejpodstatnější části jejich, totiž umístění zámyček, není viděti; u modelů skleněných jsou tyto zastoupeny skleněnými konickými nádobkami, v nichž je as do polovic rtuti obr. 54. Zvláště model stříkačky hasicí se průhledností i levností odporučuje. Stojí sotva pětinu modelů podobných a koná tytéž služby.

*) Třetí zpráva jednoty č. mathem. str. 52. v pojednání: „Zvláštní tvary plamenové u znějících píšťal“.