Jest-liže však bod $t$ za jich persp. střed máme, musí:

$$(cykl) = (capo),$$

z kterýchžto dvou výrazů vyplývá konečně:

$$(ca \infty f') = (capo) = n.$$

Kdybychom $p$ za obraz berouce příslušný bod $p'$ hledali, potřebovali bychom toliko průsečík $l'$ přímek $\overline{mf'}$, $\overline{t'o'}$ spojiti s bodem $c$, čímž by na $m\infty$ vyskytl se bod $k'$ a paprsek procházející body $t, k'$ vyznačil by na ose hledaný bod $p'$ určený dvojpoměry $(ca \infty f') = (cg'k'l')$ vzhledem k středu $m$

a $(cg'k'l') = (cap'o')$ " " " $t$,

z nichž plyne $(cap'o') = n$.

Tento spůsob sestrojování ovšem platnosti nepozbývá, nybrž ještě snadnějším se stává, posmekne-li se vrchol $m$ do nesmírnosti, takže daný jím svazek tvoří osnovu rovnoběžných paprsků. Obr. 41. ukazuje, jak se v tom případě sestrojuje k danému paprsku $M$ co dopadajícímu zlomený paprsek $M'$, je-li na př. exponent lomu $n = {}^9/_4$. Třeba tu pouze bodem $c$ vésti rovnoběžku s $M$, jelikož bod $k$, v němž $M$ přímku $\overline{m\infty}$ seče, v nesmírnosti leží a průsek její $l$ s $F'$ spojiti s $t$. Jest pak $\overline{tl}$ směr zlomeného paprsku $M'$ z řečeného již důvodu. Značí-li však $M$ zlomený paprsek $N'$, najdeme k němu přiřaděný dopadající paprsek, jest-liže průsek $l'$ přímek $N'F'$ spojíme s bodem $c$ a vedeme z $t$ paprsek $\overline{tp'} \parallel l'c$. $\overline{tp'}$ určuje nám směr hledaného paprsku $N$.

Podobně provádějí se konstrukce přiřaděných bodů a paprsků, jest-liže známy jsou body $c, a$, a ohnisko $f$, jakž ukazují obr. 42. a obr. 43., kteréž sestrojeny jsou pro exponent lomu $n = 2{\cdot}926$ dromanu olovnatého, k nimž netřeba dalšího výkladu.

---

# O úkazech povrchového napnutí tekutin.

(Podává dr. *M. Neumann.*)

V novější době se mnoho pěstovaly úkazy vyskytující se u tekutin, jež se dají vysvětliti toliko silami molekulárními, a sice nejen u jedné a téže kapaliny, ale i když dvě neb tři rozličné tekutiny se stýkají v jedné ploše. Pokusy ty jsou velmi četné a většina z nich je nejen zajímavá, ale má i tu výhodu, že je může každý skorem úplně bez zvláštních přístrojů opakovati.

Pojednání sama jsou po různu v časopisech německých a francouzských roztroušena, i zavděčím se snad mnohému čtenáři, uvedu-li v následujícím nejhlavnější pokusy, jež v oboru tom za rozličnými účely se konaly. K vůli celku zmíním se místy o známějších věcech. Z pokusů uvedených seznáme, jakých pokroků se již v té příčině docílilo, ale zároveň shledáme, že ještě mnoho zbývá k objasnění některých úkazů z hydrostatiky.

Rozdělíme si bohatou látku na čtyry části:

I. Beztěžná tekutina (Plaetauovy pokusy);

II. Rozšiřování se tekutin na povrchu jiných tekutin;

III. Bubliny, blány a blánovité soustavy;

IV. Vzlínavost (kapilarita).

## I.

## Pokusy Plateauovy s beztěžnou tekutinou.

Pokusy Plateauovy se zakládají všecky na napnutí, jaké jeví tenounká vrstva povrch tekutiny tvořící. Když *Plateau* první své pokusy konal, *) bylo napnutí povrchu toliko hypothesí; jak později uvidíme, dá se nyní napnutí to mnohými pokusy dokázat. Napnutím povrchu vyrozumíváme tlak povrchu na částice nejbližší vrstvy a sice tlak do vnitř tekutiny mířící asi tak, jako u plynů uzavřených v pružné nádobě (v balonku).

*Laplace* **) udal velmi krásný pokus, který nám ukazuje rozdílnost napnutí povrchového při rozličném tvaru povrchu. Měli bychom skleněnou trubici vláskovou zahnutou na způsob obyčejného tlakoměru (obr. 44.), ale všude stejného průměru. Nalejme vody do delšího ramene, ale tak aby nevystoupila až na kraj kratšího ramene. Povrch vody bude v obou částech dutý a oba povrchy budou ležeti v jedné rovině. Přilejeme na to do delšího ramene vody, až vystoupí u *a* na konec trubky. Při dalším ovšem nepatrném přidávání vody stává se povrch u *a* stále méně dutým, až je úplně rovným a sice shle-

---

*) Plateau „Sur les liquides sans pesanteur."

**) La place „Theorie capillaire" svazek doplňující V. 10. sv. Mécanique céleste.

dáme, že výška *bc* při rovném povrchu u *a* je zrovna tak velká, jaká by byla, kdybychom tutéž trubku (neb jinou téhož průměru) postavili do nádoby s vodou. Výška *bc* se rovná tudíž výšce pouhým vzlínáním (kapilaritou) povstalé. Je-li povrch u *a* rovný, udržuje napnutí t. j. tlak této vrchní vrstvy do vnitř směřující sloupec vody *bc* s povrchem dutým v rovnováze; čili jinými slovy, tíhnutí vrstvy povrchní u *a* je o to větší než dutého povrchu u *b*, mnoho-li obnáší hydrostatický tlak sloupce *bc*.

Přidávejme do trubice vláskové dále vodu, bude v delším ramenu stoupat, v kratčím ale toliko povrch se bude stávat vypuklým. Změříme-li výšku sloupce v delší částce, když tvoří voda u *a* polokouli téhož průměru jak v trubce dutý povrch, shledáme, že výška *cd* je dvakrát tak velká jak *bc*; napnutí povrchu u *a* udrží tudíž celý sloupec *cd* s povrchem dutým v rovnováze t. j. rovná se napnutí čili tlaku povrchu dutého více hydrost. tlaku sloupce *cd*.

Pokus ten se dá zase obráceně provést ubíráním vypuklého povrchu, čímž výška sloupce klesá rovnajíc se zase výšce *bc* při rovném povrchu atd.

Laplace udal svrchu popsaný pokus na doklad, jak důležitý je tvar povrchu tekutin; pokusy Plateauovy s beztěžnými tekutinami v mnohem větších rozměrech nám totéž dokazují, majíce před Laplacovým pokusem tu přednost, že zde působí toliko molekulární síly tekutiny, nikoliv ale přilnavost.

Beztěžnou ve smyslu hydrostatickém učinil Plateau tekutinu tím, že ji vlil do jiné tekutiny téže hutnosti, s níž se však nesmíší. Volil k tomu olivový olej a líh skorem se stejným množstvím vody rozředěný. Smíšenina lihu s vodou je k pokusům těm dobrá, nejeví-li malá kapka oleje do ní kápnutá žádné snahy ani stoupat ani klesat (po utišení se). — Tekutina se přímo před pokusem smíchá, poněvadž odkuřování hutnost smíšeniny stále mění. Protože na olej v tekutině takové působí jedině vnitřní síly molekulární, mohou nám ukázati změny povrchu jimi spůsobené.

Pozorujme na př. tekutinu docela nepravidelného tvaru (obr. 45.) a v této uvnitř libovolný molekul *m*. Má ten také vliv na tvar povrchu? Nikoliv, neboť víme, že vzdálenost, na kterou až působí molekul, je malá a pro nás neměrná a působiště molekulu velmi malé. Opíšem-li kolem molekulu *m* kouli poloměrem vzdálenosti, do jaké ještě působí, budou v této kouli všecky molekuly, které na něj účinkují — všecky mimo kouli ležící jsou pro něj lhostejné, tedy i molekuly na povrchu ležící, čili tvar povrchu. Jinak se to má s molekulem na povrchu neb blíže povrchu se nacházejícím a sice ve vzdálenosti menší, než je vzdálenost působení molekulárního. Zde obdržíme nějakou výslednici všech molekulárních sil molekul *n* přitahujících, směr výslednice té ale je rozdílný dle tvaru povrchu; při rovném povrchu je kolmý na povrch, při zakřiveném povrchu jde směrem poloměru křivosti. Docela elementárně (viz učební knihy) se dá ukázati, že síla ta při dutém povrchu je menší než při vypuklém.

Jaké následky to musí nutně míti? Může tekutina podržet libovolný tvar? Patrno, že nemůže. Pozorujme jen dva molekuly na povrchu *cd* (obr. 45.) a mysleme si, že by byly oba spojeny tenkou trubicí jakékoliv formy, jejíž konce by ale stály kolmo na povrch tekutiny. Všecky molekuly uvnitř trubice budou dle předešlého v rovnováze a jen *c* a *d* budou taženy do vnitř a tu patrno, že jenom tehdy zůstane tekutina v trubici v klidu, bude-li tlak na obou koncích stejně velký. Kdyby byl tudíž u *c* na př. dutý povrch, u *d* vypuklý, bude u *d* větší tlak než u *c* a proto by molekuly u *d* vnikly do trubice a vytlačily by molekuly u *c* z trubice, až by změněný tím tvar povrchu tlak z obou stran vyrovnal. To platí o všech bodech povrchu. Kdyby někde byl větší tlak, spůsobí tento ihned změnění tvaru na místech, kde je tlak menší.

Je-li tekutina bezvážná (nepůsobí-li na ni přítažnost zemská), vezme na se tvar koule (kapky). Tento tvar je všude stejně vypuklý, stejně zakřivený a vyhovuje tudíž požadavku, aby bylo tíhnutí dovnitř pro všecky body povrchu stejné. Jeden z Plateuových pokusů spočívá v tom, že do zmíněné tekutiny naleje se opatrně větší množství oleje, z něhož se utvoří velká koule průměru až 2 palce měřícího. V jiných případech zemská tíha sploští kapky menší a jen kde soudržnost velká jako na př. u rtuti, udrží se kuličky z tekutiny i když nejsou bezvážné.

Však mimo kouli dají se představiti ještě jiné tvary, které jeví na povrchu stejný tlak i při nestejné zakřivenosti. Theorií o tvarech těch se zabýval též *Gauss**) a sice se přišlo k těmto výsledkům.

Je-li při rovném povrchu tlak povrchový

$t$, je při vypuklém povrchu $t + \frac{k}{r}$,

při vydutém $t - \frac{k}{r}$, kde $k$ je veličina stálá, u každé tekutiny však jiná a $r$ značí poloměr křivosti. Není-li povrch kulovitý, musí se vzíti poloměry dvou na sebe kolmých řezů, chceme-li obdržeti tlak ve směru normály. Dle věty Eulerem dokázané můžeme vzíti dva řezy na sebe kolmé, z nichž jeden má největší, druhý nejmenší poloměr křivosti a vezmeme průměrnou hodnotu obou poloměrů. Zde mlčky předpokládáme, že řezy tvoří kruhovité úseče.

Výrazy pro tlak v jistém bodu budou dle toho

$$t \pm \frac{k}{2}\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r_1}\right)$$

pro jiný bod s jiným zakřivením bude tlak povrchový

$$t \pm \frac{k}{2}\left(\frac{1}{\varrho} + \frac{1}{\varrho_1}\right)$$

a má-li být tlak v obou bodech stejný, musí se rovnati sobě oba výrazy; zkrátíme-li tedy, musí

$$\frac{1}{r} + \frac{1}{r_1} = \frac{1}{\varrho} + \frac{1}{\varrho_1},$$

a totéž bude platit o všech bodech povrchu, což není možné, není-li součet

$$\frac{1}{R} + \frac{1}{R_1} = C,$$

kdež $C$ značí veličinu stálou pro všecky body povrchu. Pro kouli se změní výraz tento v jednodušší $r = c$ a mimo to bude tlak $= t \pm \frac{k}{r}$, jak již uvedeno.

Vyšší mathematika nás učí dále, že tělesa, která vyhovují povrchem svým rovnici

*) Gauss „Principia generalia theoriae figurae fluidorum in statu aequilibri.“ Götting. 1832.

$$\frac{1}{R} + \frac{1}{R_1} = C,$$

mají buď největší povrch při nejmenším obsahu (rovnováha vratká) aneb největší obsah při nejmenším povrchu, jako na př. koule, (rovnováha stálá).

Plateau, jak povědomo, udělal k pokusům svým rozličné drátěné obrazce kruhu, kostky atd. a v mezích modelů těch uskutečnil z olivového oleje uvedené tvary, jimiž chtěl dokázat pravdivost nauky o napnutí povrchním. I zde přibral přilnavost tekutiny k pevným tělesům (k drátu), ale ta toliko v malém pasu účinek svůj jeví, podmíňujíc ale ovšem tvar celku.

Ponoří-li se na př. do tekutiny kruh z drátu, jenž má zvláštní držátko (obr. 46.) a necháme-li drát se dotýkat koule olejové, sploští se tato v dvojvypuklou čočku na obou stranách stejně zakřivenou, čímž vyhovuje uvedené rovnici, neboť všecky na sebe kolmé průřezy mají stejnou křivost.

Přibráním jiného kruhu na dně nádoby (s líhem) stojícího s třemi nožičkami dají se utvořit tři jiné tvary a sice tím, že se čočka utvořená posouvne s drátem až dolů, aby se hořejší kruh dotýkal dolejšího. Olej přilne zároveň na dolejší kruh a po té se oleje přilévá a zároveň se hořejší kruh zase vzdaluje. Tím se obdrží nejprvé tvar obr. 47. *a)*. Hořejší i dolejší dno mají stejnou křivost a jsou díly koule, průřezy hořejší dají nám úseče kruhů stejné křivosti; nazveme-li poloměr $r$ a u průřezů postranních $\varrho$, obdržíme

$$\frac{2}{r} = \frac{1}{\varrho} + \frac{1}{\varrho_1}.$$

Ubere-li se oleje, sploští se strany, dna však zůstanou vypuklými ovšem že o jiném poloměru. Postraní průřezy nám dají kruh (kolmo na osu válce) a přímku tedy $\varrho = \infty$, dno dá řezy o stejném poloměru tedy

$$\frac{2}{r} = \frac{1}{\varrho} + \frac{1}{\infty} \text{ čili } r = 2\varrho\,;$$

poloměr hořejšího úseče kule je dvakrát tak velký jako poloměr válce.

Při ještě dalším ubírání oleje obdržíme podobu obr. 47. *c)* hořejšek je rovný, strany jsou vyduté, řezy hořejší dají přímky, tedy $\frac{1}{r} = \frac{1}{\infty} = 0$ a po stranách dostanem jeden kruh (kolmo na osu), druhý řez dá nám kruhový oblouk; zde musíme však vzíti hodnotu poloměru negativně tedy

$$-\frac{1}{\varrho} + \frac{1}{\varrho_1} = 0 \text{ čili } \varrho = \varrho_1$$

Podobné tvary bychom dostali také v drátěné kostce; zde by byly však, poněvadž je tvar kostky všude souměrný, buď všecky strany stejně vypuklé neb ploské neb stejně vyduté.

Známý pokus Plateau-ův s koulí olejovou, která otáčením se sploští, pak v kroužek promění a tento zase ve více menších kulí, které pak všecky nejen kolem své osy, ale i kolem středu společného, na nějž je však více nic neváže, se otáčejí, pokus ten nepatří sem a proto o něm pomlčíme.

## II.

## Rozšiřování se tekutin na sobě.

Předmětem tím se zabýval *Van der Mensbrugghe**), *Lüdtge***) a *Quincke****). Výtah z pojednání Lüdtgova uvedeme nejdříve. Známo, že olej na vodě tvoří sploštěnou kapku a mohlo by se tudíž při povrchním pozorování míti za to, že se olej na vodě nerozšíří a přece tomu naopak. Olej se rozšíří okamžitě na vodě a nikdo neopomine zajisté pokus ten si udělat ve sklenici nebo ještě lépe na talíři. Nádoba s vodou musí býti zcela čistá a voda nesměla delší dobu v ní stát. Vezme-li se čerstvá resp. čerstvě nalitá voda a kápne-li se na ni dost malinká kapka oleje rozšíří se tato skoro okamžitě na vodě a při šikmém dívání se na povrch vody vidíme ty nejkrásnější Newtonovy barevné kruhy, které však rychle zase mizí.

Quincke uvádí zde velmi zajímavý úkaz, který se často při rozšiřování tom na větším povrchu objevuje; v malém ho můžeme si zjednati na talíři, ve velkém na rybníce. Pozoruje se totiž vždy, že část olejové kapky zůstane v podobě čočky

---

*) Van der Mensbrugghe: „Sur la tension superficielle de liquides.“ Bruxelles 1869.

**) Lüdtge Pogg. Ann. 1869 sv. 137 str. 362.

***) Quincke Pogg. Ann. 1870 sv. 139 str. 1—89.

na místě ležet a kolem ní se šíří kruhovitě tenounká vrstva, tato po krátké době popraská srazíc se místy v nepravidelné tvary a konečně se ztrácí úplně ve vodě pohlcováním. Když pak kolem kapky jen tenounký pruh zůstane, tu často kapka pojednou znovu se kruhovitě rozšíří, ale nedávajíc více barevné kruhy, jeví se všude o stejné tloušťce, nedosahujíc při tom než 2—3 palce průměru. Na polívce totéž možná pozorovati.

Lüdtge dokazuje, že úkaz rozšiřování je všeobecnější než se dosud domnívalo. Mimo rtuť není tekutiny, která by se nerozšiřovala na více jiných tekutinách.

Dopadne-li kapka jedné tekutiny na povrch jiné tekutiny, rozšíří se buď na ní, aneb zůstane v podobě čočky na ní ležet. Olej na vodě, líh na glycerinu, glycerin na čpavku se rozšiřuje, voda na oleji, glycerin na líhu, čpavek na glycerinu tvoří čočku. Všeobecně platí zákon, že rozšíří-li se jedna tekutina na druhé, nerozšíří se obráceně poslední na první, ana tvoří toliko čočkovitou kapku.

Na rozšiřování tekutiny mocně působí tloušťka vrstvy, na které se má kapka rozprostříti. Je-li vrstva aspoň 1 cm. tlustá, rozšíří se kruhovitě ukazujíc často Newtonovy barevné kruhy; při menší tloušťce prohloubí se však zároveň povrch a sice v středu nejvíce (na př. leje-li se líh na olej). Je-li však tloušťka toliko 1 mm. neb méně, obnaží rozprostírající se tekutina úplně dno vytlačujíc spodní tekutinu. Proto se z počátku mělo za to, že dno působí přítažlivě na hořejší tekutinu. Náhledu tomu odporuje dílem úkaz, že se ničeho nezmění, dá-li se pod tekutinu, ještě jiná tekutina; nejpádnější důkaz proti tomu je však, že se totéž děje, není-li vůbec žádného dna pod tekutinou.

Chtěli bychom na př. zkoušet rozšiřování se glycerinu na oleji. K tomu cíli vezme se kruh z drátu průměru as 2 cm. s držádkem obr. 48. (drát ten nemusí býti ani spájen) a utvoří se ponořením do oleje v něm blánka z oleje a na tuto vrstvu bez dna kápnem mydliny glycerinové. Okamžitě utvoří se uprostřed olejové blány kruhová blána z mydlin, která se víc a více šíří zapuzujíc olej, až kruh úplně sama vyplní a olej na drátu v kapkách se usadí. Na venkově se podobný pokus dělá s travou, v níž se udělá blána ze slin a pak se kápne na blánu šťáva z hadího mléčí (Euphorbia).

Nemá-li tudíž dno žádného patrného vlivu na rozšiřování se tekutin na sobě, může se pokus uvedený změnit tím spůsobem, že se místo blány (jichž nelze u všech tekutin dostati) povlaží čistá skleněná deska až na malou část, kde se utvoří zase navlhčením blánka z druhé tekutiny, tak aby se obě dotýkaly. Tu se shledává, že i zde jedna z blánek se rozšiřuje druhou vytlačujíc a sice vždy ona tekutina se rozšiřuje, která by i při pokusu jinak uspořádaném se na vytlačené rozprostřela. Zde se toliko pro tření na skle neděje vše tak pravidelně a rychle.

Rozprostírání se jedné tekutiny na druhé má i dosti praktickou důležitost pro lučebníky. Chce-li se vyčistit nádoba, v níž byla tekutina olejovitá, naleje se do ní trochu líhu neb mydlin. Tyto smyjí olej, neboť se na nich rozprostře a v kapky smrští.

Pravili jsme, že se skoro všecky tekutiny rozprostírají na více jiných. Lüdtge je sestavil v řadu a sice tak uspořádanou, že každá předcházející tekutina se rozšíří na všech následujících ostatních. Rychlost, s jakou se to děje, je u rozličných tekutin rozdílná, ale i tu shledal Lüdtge, že zde panuje velmi jednoduchý zákon, který podává nám zároveň návod k vysvětlení úkazu rozprostírání. Souvisíť to těsně se vzlínavostí (kapilaritou) a poněvadž tato závisí na soudržnosti (kohäsi), je tudíž i rychlost rozprostírání velikostí soudržnosti podmíněna.

Pro povrchové napnutí jsme uvedli výraz,

$$t \pm \frac{k}{2}\left(\frac{1}{\varrho} + \frac{1}{\varrho_1}\right),$$

v němž $k$ značí výšku kapilarní v trubce o průměru dvou millimetrů; neboť pak $\varrho = \varrho_1 = 1$ mm. a výraz tento promění se v $t \pm k$. Jak známo, nazývá se $k$ kapilární konstanta čili míra vzlínavosti. Seřadí-li se tekutiny dle velikosti této míry vzlínavosti, souhlasí řada ta úplně s řadou Lüdtgem sestavenou podle rychlosti, jakou se rozšiřují tekutiny na sobě.

Řadě Lüdtgem udané je přidána u každé tekutiny míra vzlínavosti.

| | |
|---|---|
| 1. Tresť sirková . . | 1.89, |
| 2. tresť octová . . . | 2.292, |
| 3. líh . . . . . . | 2.496, |
| 4. benzin . . . . . | 2.78, |
| 5. terpentinový olej . | 2.78, |

6. Plateau-ovy mydliny 2.8,
7. kyselina octová . . 2.884,
8. olej mákový . . . 3.05,
9. sirouhlík . . . . 3.31,
10. roztok draslový . . —,
11. glycerin . . . . 4.—,
12. kyselina dusičná . 6.026,
13. kyselina sirková . 6.623,
14. kyselina solná . . 7.026,
15. čpavek. . . . . —,
16. roztok skalice modré —,
17. voda . . . . . 7.58,
18. roztok salmiaku . —,
19. chlorid železnatý . —.

Z tabulky té se především dá souditi, že tekutina prchavější (tedy menší soudržnosti) se rozšiřuje na tekutině o větší soudržnosti. Čím větší soudržnost má některá tekutina, tím více tekutin se na ní rozprostírá. Poněvadž má voda největší soudržnost, rozplynou se na ní skorem všecky tekutiny a nejen ony samy, nýbrž i páry jejich. Tresť pak majíc nejmenší soudržnost rozplývá na všech tekutinách. Nejzajímavější jest pokus s parami tresti. Naleje se do nádoby širší vody jen tak, aby dno bylo právě přikryto a nahne se láhev s trestí, aby ale nevytékala, nýbrž aby jen páry přetékaly; a ihned se pod nimi obnaží dno a voda se roztoupí.

Jeli soudržnost hlavní věcí při těchto úkazech, musela by jedna a táž tekutina sama na sobě se rozprostříti, kdyby kapka měla vyšší teplotu a tudíž menší soudržnost než ostatní tekutina. Uvedeným zpředu spůsobem (na skle) se to dá snadno dokázat. Oteplená kapka rychle blánu studené vody zapuzuje.*)

Rozplývání tekutin se jeví, i když kapka tekutiny větší soudržnosti se vloží na tekutinu prchavější. Kapka ta se potáhne celá tekutinou dolejší, prchavější se tedy přece rozplyne na tekutině větší soudržnosti, což zajisté jest zcela důsledné.

Na rtuti, která má největší soudržnost, měly by ještě více než na vodě se všecky tekutiny rozplynouti; neděje-li se tak,

*) Du Bois Reymond Pogg. Ann. 1859 sv. 104 str. 202.

je to důkazem, že mimo soudržnost ještě jiná síla zde působí. Jaká to síla jest, v tom se shodují ve věci samé Lüdtge, Quincke i Mensbrugghe, jen že Quincke přibírá ještě třetí sílu povstalou spojením obou tekutin. Uvedeme dříve výklad Lüdtgův co jednodušší. Dokazujeť, že vedle soudržnosti i přilnavost zde má důležitý úkol a sice, že tekutina $A$ se rozprostře na tekutině $B$, je-li přilnavost obou k sobě větší než soudržnost tekutiny $A$. K výkladu tomu dospěl pokusem, jejž uvádí Mensbrugghe: Na blánku tekutiny nějaké v drátěném kruhu neb čtverci udělanou položí se namočená nit svázaná oběma konci k sobě. Na blánce zůstane v tvaru, jaký jí dáme; ale jakmile blánku uprostřed prostoru nití omezeného drátem neb dřívkem protrhneme, ihned rozepne se v úplný kruh a sice, kamkoliv jí hneme, neztratí tvar tento. Kdyby byla nit úplně pružná, musel by se kruh ten stále zvětšovat.

Proč asi tvoří nit pojednou kruh? Patrně že k tomu nucena silou nějakou působící v každém bodu směrem poloměru, ale odstředivě — a snad to může býti přilnavost tekutiny k niti, jež působíc nyní toliko jednostranně nemůže míti výslednici rovnou 0 než při uvedeném tvaru, kde se jednotlivé složky vespolně ruší. To by bylo správné, kdyby nešťastnou náhodou dle důležitého přírodního zákona „o tlaku a protitlaku“, neb jak by se mohlo říci „o tlaku a odporu proti tomu tlaku“, neb „o přitahování a odpuzování vespolném“ toutéž silou, ale opačným směrem, tedy zde směrem poloměru, nepřitahovala nit tekutinu. Přilnavost nám ten úkaz tudíž nevysvětluje. Přemyšlíme-li o tom, seznáme, že zde působí smrštivost tekutiny, síla, jež hledí z blánky utvořit zase kapku, kteroužto sílu Plateau nazval napnutím povrchovým.

Však pokus ten se zdaří také, když místo propíchnutí kápnem do vnitřního prostoru nití omezeného tekutinu menšího povrchového napnutí. I zde vystačíme ještě touto dvojí smrštivostí obou tekutin, která v každém bodu niti ve dvou opačných směrech působíc zase jen při kruhovém tvaru niti je v rovnováze, protože odstředivé složky jsouce silnější, toliko napínáním nitě převahu svou jeviti mohou.

Pokročme dále i vynechme úplně nit, nechme se tekutiny bezprostředně dotýkati a dívejme se, co shledáme? Tekutina menší soudržnosti bude se v kruhu dotýkati druhé tekutiny smrštivější, kruh ten se bude však stále šířit, až obvod dostoupí kraje drátu. Zde máme případ, jaký jsme u niti hledali, chtíce ji míti dokonale pružnou. Nit naši zde zastupuje kruh, v němž se tekutiny ty stýkají a sice připustíme zajisté, že kdyby přilnavost obou tekutin nebyla větší než soudržnost tekutiny prchavější (menšího napnutí), tato by se nešířila vždy u větší kruh, nýbrž že by kruh ten někde se uvolnil a v kapku se zase smrštil.

Pokus ten nám podává vysvětlení, jak se rozprostírá jedna tekutina na druhé, i podmínky, za jakými se to děje. Především musí to býti dvě tekutiny nestejného povrchového napnutí (tedy nestejné soudržnosti), za druhé musí přilnavost obou k sobě býti větší než soudržnost tekutiny prchavější. Vidíme z toho, že zde zcela lhostejno, dá-li se prchavější tekutina na smrštivější aneb obráceně, v kterémž případě tvoří tekutina kapku, která se však ihned pokryje tekutinou prchavější.

Ohlédneme-li se po přilnavosti rtuti k jednotlivým tekutinám, shledáme, že k některým má přilnavost větší než je soudržnost jejich na př. k benzinu, oleji, tresti a proto se tyto rozšiřují na rtuti; u vody však a u mydlin je soudržnost větší než přilnavost ke rtuti a tyto se nerozprostírají a poznáme tudíž, že i rtuť nečiní výminku, nýbrž že podporuje výklad Lüdtgův.

Nežli přejdeme k pokusům Quincke-ovým, jež hlavně rtuti se týkají, seřaďme si výsledky, k nimž dospěl Lüdtge:

1. Kapka tekutiny menší soudržnosti rozšíří se na povrchu tekutiny soudržnější, je-li přilnavost obou k sobě větší než soudržnost prvé tekutiny (prchavější).

2. Soudržnější tekutina na prchavější se ale nerozprostře, podrží tvar kapky (ovšem rozličně sploštěné, jak Quincke v pojednání svém ukazuje) a potáhne se tenkou vrstvou spodní tekutiny.

3. Všecky tekutiny vyhovující uvedené podmínce o poměru soudržnosti a přilnavosti dají se seřadit v řadu, v kteréž každá předcházející tekutina se rozprostře na všech následujících. Tutéž řadu bychom obdrželi, kdybychom tekutiny ty seřadili dle míry vzlínavosti (velikosti kapilární konstanty) s nejmenší počínajíce.

4. Čím menší smíšitelnost a čím větší rozdíl soudržnosti dvou tekutin, tím rychleji se jedna na druhé rozšiřuje.

*Quincke* důkladnými a přečetnými pokusy přišel k těmže zákonům, jako Lüdtge, s tím toliko rozdílem, že pokusy jeho jsou všeobecnější, zahrnujíce v sobě jak vzlínavost, tak úkazy s bublinami z dvou, tří tekutin se dotýkající a taktéž rozprostírání se tekutin jedné na druhé.

Lüdtge předpokládal, že povrchové napnutí společné dotýčné plochy obou tekutin se rovná rozdílu napnutí obou; Quincke měrnými pokusy ustanovuje napnutí plochy, v níž se tekutiny stýkají, a shledává, že může se rovnat rozdílu aneb že pravidelně je menší rozdílu. Uvedeme toliko, jakým spůsobem hledět napnutí společné ustanoviti. Mysleme si kapku tekutiny $A$ na povrchu tekutiny $B$.

Obr. 49. budiž kolmý průřez kapky té. Tu vyvodí Quincke krátkým počtem ze vzorce pro povrchové napnutí, že čtverec vzdálenosti nejvyššího bodu $a$ (části vodorovné) od bodu $c_1$ (části svislého směru) dá soudržnost dotyčné společné plochy a celé násobeno polovičním rozdílem potažné tíže obou tekutin napnutí společného povrchu, tedy $\overline{ac_1}^2 \frac{s-s_1}{2} = \alpha_{12}$ kde $\alpha_{12}$ značí napnutí společné vrstvy. Četné pokusy provedl se rtutí a shledal, že na rtuti se rozšiřuje i voda, ale jen je-li rtuť obvyklým spůsobem právě čistěna. Dotknem-li se povrchu rtuťového tyčinkou dost málo naolejovanou, ihned se smrští voda v kapku, což jest za tou příčinou důležité, poněvadž Lüdtge právě za tou výminkou přijal k výkladu ještě přilnavost. Quincke ale toliko rozdílným napnutím povrchovým všecky ty úkazy vysvětluje. Tím ovšem neztrácí Lüdtgův výklad ničeho, neboť dostačí-li toliko napnutí výkladu, nemůže se přece říci, že přilnavosti nestává — Quincke ji mlčky předpokládá, Lüdtge s ní účtuje.

Výsledky z četných svých pokusů seřadil Quincke takto:

(Místo míry vzlínavosti $\frac{k}{2}$. (ve vzorci pro napnutí) dejme $\alpha_1$, $\alpha_2$, $\alpha_{12}$ kde nám ukazovatel značí, které tekutině patří uvedené míry; $\alpha_{12}$ bude tedy napnutí společné dotyčné plochy.)

| Jmeno tekutiny. | $\alpha_1$ | $\alpha_2$ | $\alpha_{12}$ | $\alpha_1 - \alpha_2$ |
|---|---|---|---|---|
| 1. rtuť — siřičitan sodnatý | 55·030 mgr. | 7·903 mgr. | 45·11 mgr. | 47·027 |
| 2. „ — voda . . . . . | „ | 8.253 | 42·58 | 46·777 |
| 3. „ — líh . . . . . | „ | 2·599 | 40·71 | 52·431 |
| 4. „ — kyselina solná . | „ | 7·15 | 38·41 | 47·88 |
| 5. „ — sirouhlík . . . | „ | 3·274 | 57·97 | 51·756 |
| 6. „ — olej olivový . . | „ | 3.760 | 34.19 | 51·28 |
| 7. „ — olej kamený . . | „ | 3·233 | 28·94 | 51·797 |
| 8. „ — olej terpetinový . | „ | 3.030 | 25·54 | 52·000 |
| 9. sirouhlík — voda . . . | 3·274 | 8·253 | 4·256 | 4·979 |
| 10. kam. olej — voda . . | 3·233 | 8·253 | 3·834 | 5·020 |
| 11. oliv. olej — voda . . . | 3·760 | „ | 2·896 | 4·493 |
| 12. terp. olej — voda . . | 3·033 | „ | 1·177 | 5·020 |
| 13. oliv. olej — líh vodnatý | 3·760 | 2·907 | 0.693 | 0·853 |
| 14. „ — líh . . . . | „ | 2·599 | 0·226 | 1·161 |

Ze vzorce toho jde na jevo, že pro napnutí plochy, v níž se obě tekutiny dotýkají, skutečně platí zákon

$$\alpha_{12} \leqq \alpha_1 - \alpha_2.$$

Pohlcováním par zmenší se také napnutí povrchové a proto se tato část tekutiny ihned rozšíří po celém povrchu. Quincke ukázal, že pouhým dechnutím na rtuť kapka vody na ní se nalézající ihned se smrští (poněvadž napnutí rtuti se tím zmenší), za chvíli však, když nádech se odpaří, kapka zase dřívější tvar na se přijme. Jsou-li na rtuti kapky dvou neb tří tekutin (vody, sodnatého siřičitanu) a necháme-li na blízku odkouřit kapku lího, neb tresti — ihned na rtuti kapky mění svůj tvar.

Pokusy ty mají dle Quincka ještě jinou důležitost, poněvadž nám dávají prostředek, jak lze měřit vzdálenost, na kterou ještě působí síly molekulární u vzlínavosti. *)

Plateau **) byl první, který poloměr působivosti molekulární určil z tloušťky blánky tekutinné, jejíž tloušťka byla 0·0001135 mm. Byla to nejtenčí blánka, jaká se dala ještě utvořit, a dle Plateau-a je blánka možná, je-li tloušťka její větší než dvojí vzdálenost působivosti molekulární, tedy poloměr působivosti je zajisté menší než polovic uvedené tloušťky, tedy

$$r < 0{\cdot}^{mm}0000567.$$

Quincke ustanovil poloměr ten z rozšiřování se tekutin na sobě a z úhlů, pod jakými se stýkaly vrstvy rozličné tloušťky; shledalť tu, že

$r > 0{\cdot}0000542^{mm}$ pro vodu, sklo, stříbro,
$= 0{\cdot}0000483$ pro rtuť, sirnaté stříbro, sklo,
$= 0{\cdot}000059$ „ „ jodnaté stříbro, sklo,
$< 0{\cdot}000080$ „ „ kollodium, sklo.

Poloměr je tedy as desítina délky vlny žlutého světla.

Rozprostírání tekutiny na jiné přesvědčí nás lépe ještě než methody optické (barva Newtonových kruhů), je-li povrch čistý čili nic, poněvadž tekutina při dost malém znečistěném povrchu již se nerozšíří, nýbrž čočkovitou kapku tvoří (olej na vodě, která dobu krátkou již stála atd.).

Zbývá nám ještě promluviti o pokusech Mensbrugghových s kafrem, který na čerstvý povrch položen počíná sem tam jezditi a se točiti. Vykládá se to tím, že voda rozpouští kafr a tím na témž místě je ihned povrchové napnutí menší; protože ale kafr nemá pravidelný tvar, rozpustí se některý vyčnívající roh dříve a tudíž napnutí jednostranně se zmenší, kafr je tažen v opačném směru a každou chvíli jinam.

Jiné pokusy nasvědčují jaksi přitahování povrchových částic ke kapce přiblížené. Drží-li se nad líhem na konci trubky

*) Quincke, Pogg. Ann. 1869 sv. 137 str. 402. „Ueber die Entfernung, in welcher die Molekularkräfte der Kapillarität noch wirksam sind".
**) „Recherches experimentales." Mém. d. Bruxelles 1861 sv. 33 st. 44.

kapka sírovodíku, viděti na prášku na povrchu líhu plynoucím, že se voda pohybuje dostředivě ke kapce. *Du Bois Reymond*, *) který mimochodem řečeno o povrchovém napnutí nechce ničeho slyšeti, upozorňuje, že se při pokusech uvedených zapomíná na výjevy pod dotyčnou plochou a vysvětluje na př. právě podotknutý pokus tím, že se pod kapkou nalézá jakýsi vír; lze totiž viděti se strany, jak kroužky (páry sírovodíkové pohlcené líhem) klesají ke dnu a za náhradu musí ovšem z okolních míst voda spěchat k víru tomu.

Du Bois Reymond sám připouští jakousi neznámou sílu odpudivou, která se objevuje v blánkách, pak-liže jisté tenkosti dosáhly. Podotýkám k tomu, že uvedu dále pokusy, jimiž jsoucnost napnutí nade vši pochybnost dokázána.

Sem patří konečně též věta F. E. Neumanna, které Quincke použil. Týká se úhlů, pod kterými dvě neb tři tekutiny se stýkají — s podobným ale jednodušším zákonem setkáme se později u bublin a soustav blánkových.

Uvedem zákon ten, poněvadž se z něho dají zákony Lüdtgem udané vyvodit. Mysleme si kapku tekutiny na jiné tekutině obr. 49. a pozorujme bod *d*. Molekuly budou zde v trojím šípy naznačeném směru k pohybu pobádány a sice povrchovým napnutím $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_{12}$. Rovnováha může být toliko, budou-li pod určitými úhly působit a sice dle známého zákona o trojúhelníku sil musí platit rovnice

$$\frac{\alpha_{12}}{\sin \vartheta_{13}} = \frac{\alpha_1}{\sin \vartheta_2} = \frac{\alpha_2}{\sin \vartheta_1},$$

jsou-li $\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3$ úhly, pod nímž poslední části průřezu kolmého na hladinu spodní tekutiny, vrcholem kapky a bodem *d* procházejího na bod *d* působí (viz obr. 50. *a*).

Úhly ty se dají nahraditi jinými a sice svými doplňujícími úhly, jež nazvem $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ a tyto jsou úhly trojhranu sestrojeného ze stran $\alpha_1\ \alpha_2\ \alpha_{12}$ obr. 50. *b*).

Zákon Neumannův praví proto: Sestrojí-li se trojhran, jehož strany jsou poměrné povrchovému napnutí dvou tekutin

---

*) Pogg. Ann. 1870 sv. 139 str. 262. „Ueber den Antheil der Kapillarität an den Erscheinungen der Ausbreitung der Flüssigkeiten."

a společně styčné plochy, dají zevní úhly trojhranu toho krajní úhly obou tekutin a styčné plochy pro tento bod.

Jsou-li tři z hodnot těch neznámy, dají se jako u trojhranu najít; na př. hledali bychom úhel $\alpha_3$, tudíž prostředečně $\vartheta_3$ na obr. 50. *b)*. Dle Carnotovy věty obdržíme

$$\alpha_{12}^2 = \alpha_1^2 + \alpha_2^2 - 2\alpha_1 \alpha_2 \cos \omega_3$$

$$-\cos \vartheta_3 = \cos \omega_3 = \frac{\alpha_1^2 + \alpha_2^2 - \alpha_{12}^2}{2\alpha_1 \alpha_2}$$

je li $\cos \omega_3 \gtreqless 1$, pak je $\vartheta_3$ nemožné t. j. tekutina jedna rozplyne na druhé. A kdy se to stane? Výraz pro $\cos \omega_3$ nám to praví patrně, jenom je-li

$$\alpha_1^2 + \alpha_2^2 - \alpha_{12}^2 \gtreqless 2\alpha_1 \alpha_2$$

aneb

$$(\alpha_1 - \alpha_2)^2 \gtreqless \alpha_{12}^2$$

$$(\alpha_1 - \alpha_2) \gtreqless \alpha_{12},$$

totéž co Lüdtge předpokládal a Quincke dokázal, totiž že tekutina se rozšíří na druhé, je-li napnutí společné styčné plochy rovno neb menší než rozdíl napnutí obou tekutin.

Proberme nyní podmínky pro více tekutin a sice je volme tak, aby jedna druhou z povrchu spodního vypudila. Pro první dvě máme podmínku

$$\alpha_1 - \alpha_2 > \alpha_{12}$$

nebo

$$\alpha_1 > \alpha_{12} + \alpha_2$$

a v této formě napíšem i podmínky pro ostatní tekutiny. Te tina tři vytlačí tekutinu dvě, je-li

$$\alpha_2 > \alpha_{23} + \alpha_2$$

a tak dále

$$\alpha_3 > \alpha_{34} + \alpha_3$$

$$\alpha_4 > \alpha_{45} + \alpha_5$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$\alpha_{n-1} > \alpha_{(n-1)n} + \alpha_n$$

Sečtem-li všecky tyto nerovnosti a vynecháme na obou stranách stejné členy, obdržíme

$$\alpha_1 > \alpha_{12} + \alpha_{23} + \alpha_{34} + \ldots + \alpha_{(n-1)n}.$$

Společné plochy styčné musí tak na sebe následovat, jako by byly sestaveny dle velikosti povrchového napnutí čili míry vzlínavosti. Quincke ukazuje pak na příkladech, že se to skutečně s theorií shoduje. (Pokračování.)