lásky a šetrnosti, a to nejen svých žáků a známých, alebrž osob všelikého stavu, řádu a povolání. Jeho neocenitelnou spůsobilost učitelskou, jeho nevšední vědomosti mathematické a jeho dlouholeté usilování o mravní a vědecké vzdělání mládeže domácí uznávali a pamětlivi jich byli bývalí jeho posluchačové, jakož i veškerá fakulta filosofická — za jejížto *ozdobu a chloubu* času svého od domácích a zahraničných učených vším právem byl jmín a pokládán — ještě dlouhá leta po jeho vykročení z tohoto časného života, pročež také společným jich působením zřízen jest r. 1814 v síních c. k. pražské bibliotéky universitní St. Vydrovi pomník s příslušným latinským nápisem,*) kteréžto poctivosti žádnému údu fakulty té — kromě Steplinkovi — až do té doby nebylo se dostalo.

Příspěvek k dějepisu trochoid.

(Podává *F. Hoza.*)

V 17. století jali se mnozí mathematikové po výtce francouzští zkoumati křivku, kterou opisuje určitý bod kružnice, když se tato valí po přímce právě tak, jako kolo u vozu, jedeli tento dráhou přímou.**) Nazývalit někteří křivku tak vzniklou *roulettou*, jiní *cycloidou*. po česku *koloběžnicí*. Kružnice a zvolený na ní bod nazvány *tvořícími* a přímka, po které kružnice valena, *řídící*.***)

Cycloida, jejíž jmeno souvisí se všemi vynálezy 17. století, byla již předmětem bádání Galilea (1564—1642), Descartesa (1596—1650), Fermata (1608—1665), Robervala (1602—1675) a Toricelliho (1608—1647).

*) Nápis tento zní: STANISLAUS WYDRA E SOC. JESU NATUS REGINÆ HRADECII 13. NOV. 1741 DEFUNCTUS PRAGÆ 3. DEC 1804 MATHESIS IN UNIV. PRAG. ANN. 30 PROFESSOR, DOCTUS, PIUS, CANDIDUS, PATRIÆ ET PROFESSIONIS SUÆ PERAMANS ET COLLEGIS ET DISCIPULIS SUIS CARISSIMUS. POSUIT FACULTAS PHILOSOPHICA ANN. 1814.

**) Histoire de l'Académie Royale des Sciences à Paris depuis 1699 jusqu'à 1790. Année 1706.

***) Chasles „Geschichte der Geometrie" übersetzt von Sohncke 1839.

Po delší přestávce a vývinu jal se napotom genialní *Pascal* (1623—1662) křivku tu. zkoumati, uváděje ji často za příklad k větám všeobecným. Tu pak poznal, jaké zručnosti třeba badateli, chce-li všechny překážky, jež se v cestu staví, odstraniti. Upotřebením Cavalleriho zákonu o nepřetržitosti útvarů geometrických předčil Pascal vzhledem k cycloidě i nejlepší geometry svého věku. Vyzvalť je v té příčině k zápasu, jehož zejmena se zúčastnili *Wren*, *Sluze*, *Wallis*, *Hugens*, *la Loubière* a *Fabri*. Každý z nich přičinil se, aby některé úlohy o cycloidě řešil, avšak Pascal překonal všechny.*)

Od doby tohoto závodění povznesla se cycloida k větší důležitosti opětně za doby vynálezu počtu *differencialního*. Kromě geometrických vlastností krásy nevšední objevili tehdejší badatelé ještě mnohé důležité její přednosti mechanické, jež nemálo k zvelebení její pověsti přispěly. *Hugens* (1629—1695) první upozornil na stejnodobost pádu po této křivce, odtud *tautochrona* čili *isochrona* slula. Oběma pak *Bernoulli*-mi dokázáno, že jest cycloida křivkou nejkratšího pádu, začež ji dáno jmeno *brachystochrona*.**)

Též *Newton* (1643—1727), *Leibnitz* (1646—1716), *de l' Hospital* (1661—1704) a jiní v té době cycloidou se zabývali.

Záhy již rozšířil se obor cycloid směrem dvojnásobným. Kružnice tvořící na místo po přímce valena po jiné *kružnici řídící*, čímž povstaly tak zvané *epicycloidy*, o nichž první tištěné dílo vydal r. 1694 *de la Hire* pod názvem: „Traité des epicycloides", ačkoliv již r. 1674 *Römer* stanovil tuto křivku co nejvýhodnější tvar ozubení kola.

Ještě všeobecnější stala se pak theorie cycloid tím, že bod tvořící předpokládán nejenom na obvodu nýbrž i kromě něho. Položen-li tvořící bod do vnitř kruhu, jmenovala se dráha jeho epicycloidou *prodlouženou*, nalezal-li se ale vně téhož kruhu, opsal *zkrácenou* epicycloidu. Oba tyto starší názvy během věků úplně vyměnily svá místa, epicycloidy prvého druhu nazýváme nyní *zkrácenými* a druhého *prodlouženými*.

---

*) Pascal „Histoire de la roulette." Paris 1658. Groningius „Historia cycloidis." Hamburg 1707.

(** Studnička „O počtu variačním" pag. 5. a pag. 43.

Staří odůvodňovali své názvy takto: Nalézá-li se tvořící bod ve středu tvořící kružnice, má pohyb pouze *postupný*, čím se však od středu více vzdaluje, tím větší převahu nabývá pohyb *točitý*, tak že na obvodu kružnice tvořící jest postup roven otočení, vně pak kruhu jest prvý pohyb menší než druhý, až konečně bod úběžný jedině se otáčí, aniž by postupoval. Počínajíce u cycloidy obyčejné vidíme u bodů vnitřních postupu ubývati, u vnějších ale přibývati a to vyjádřili staří nazvavše křivky rázu prvého zkrácenými a druhé prodlouženými.

Názvy novější vztahují se k délce obvodu, pak-li jej porovnáváme s obvodem obyčejné cycloidy.

Valení se kruhu, jež dalo vzniknouti cycloidě, bylo též příčinou nového způsobu vytvoření jejího, totiž zahalením všech poloh určité tetivy tvořící kružnice. I epicycloidy jsou schopny takového dvojího způsobu vytvoření, neb křivka zahalující všechny polohy určité tetivy kružnice, jež se valí po jiné kružnici, jest též epicycloidou.

Již *Leibnitz*, *de la Hire*, *Nicolas* a jiní byli zkoumáním cycloid vedeni ku křivkám mnohem všeobecnějšího rázu, které povstávají pohybem určitého bodu v rovině nějaké křivky, když tato se valí po jiné křivce v téže rovině ležící. Dráha bohu tvořícího nazvána *trochoidou* aneb též *roulettou.*

Herrmann pak s *Clairautem* rozšířili obor ten i pro křivky na kouli, o nichž zcela analogické zákony platí. *De la Hire* (1640—1718) první pojal trochoidy úplně všeobecně, nechaje libovolnou křivku valiti se po jiné taktéž libovolné a nazývaje dráhu každého bodu s křivkou tvořící nehybně spojeného roulettou.*)

V tom zahrnuty jak cycloidy, tak i epicycloidy, ano i evolventy nejenom obyčejné, nýbrž i zkrácené a prodloužené. Ano každá křivka může se považovati za trochoidu, jen třeba útvary tvořící a řídící příslušně sestrojiti.

Základ theorie de la Hire-ovy tvoří poučky o veličinách nekonečně malých s opomenutím známých již tehdáž prvních zákonů počtu differencialního. Na místě křivek klade de la Hire stejnostranné mnohoúhelníky jim opsané, jichž strany jsou ne-

*) Histoire de l'Académie 1706.

konečně malé. Rouletty skládají se pak ze samých nekonečně malých kruhových oblouků, které následkem valení se jednoho mnohoúhelníku po druhém bod tvořící opíše. De la Hire stanovil pro tyto křivky *tečny*, body *inflexe* a *reflexe*, *délku obvodu* i *obsah plošný*, nepodal však všeobecných rovnic analytických, an neužil počtu differencialního.

Zásady své theorie objasnil mnoha příklady, jmenovitě přihlížel k epicycloidám. Ačkoliv práce jeho již r. 1698 byla v pařížské akademii čtena, přece podána a uveřejněna teprv r. 1706 v „Mémoires de l'Académie" pod názvem „*Traité des roulettes* etc.". Druhý jeho článek v témž díle obsazený nadepsán „*Méthode générale pour reduire toutes les lignes courbes à des roulettes*" etc.

V téže době, kdy uveřejněna práce de la Hire-ova, podal *Nicole* *) pojednání o témže předmětu akademii pařížské, jež vytištěno r. 1707 v „Mémoires de l'Académie" pod názvem: „*Méthode générale pour déterminer la nature des courbes formées par le roulement*" etc. Nicole nahlížel, že zákony o veličinách nekonečně malých v geometrii nutně vyžadují použití počtu differencialního, mají-li dospěti k platnosti všeobecné. Staří též užívali veličin nekonečně malých, avšak nerozšířili náležitě platnost svých výskumů, proto že neznali počtu differencialního.

Má-li theorie trochoid státi se tak všeobecnou, aby ze tří křivek, totiž *tvořice*, *řídice* a *trochoidy*, kterákoliv se stanovila, když obě ostatní dány, třeba stanoviti všeobecně platnou vzájemnou jejich odvislost. Poněvadž jen nekonečně malé části křivek jsou pro všechny tvary shodné, nutno souvislost těchto částic vysloviti spůsobem, jehož se užívá v počtu differencialním.

To provedl Nicole, neb článek uvedený stanoví rovnici tvořice neb řídice neb trochoidy, když rovnice obou ostatních jsou dány. Souvislost nekonečně malých valením povstalých proměn souřadnic představuje se v rovnicích, z nichž pomocí rovnic křivek daných a derivac jejich odvodí se spůsobem eliminačním rovnice obsahující kromě veličin stálých pouze proměnlivé souřadnice křivky žádoucí.

---

*) Histoire de l'Académie. 1707. „Sur les roulettes."

Tak spojena geometrie s počtem differencialním. Zvláštní pozornost věnována případu, když tvořice shodna s řídicí.

Kromě této práce nalézáme v Memoirech pařížské akademie z r. 1732 článek Nicolem sepsaný: *„Manière de déterminer la nature de celles, qui sont formées sur la superficie convexe d'une sphére“* etc., ve kterém podává spisovatel theorii cycloid na ploše kulové vytvořených.

Nebudu se šířiti o spisech, jež v době následující povstaly, *) an podstatně nového nic nepodaly, a přejdu k nejdůležitějším pojednáním o trochoidách, která vyšla v tomto století.

Chasles ve svém spisu *„Aperçu historique“* pronáší mnohé původní myšlenky o trochoidách. Tak píše na str. 548 následovně: „Důležitá jest methoda sestrojení tečny k cycloidě obsažená v listech Descartových a hodící se pro rouletty vůbec. Methoda tato byla velmi jednoduchá, neb záležela pouze v tom, že tvořice a řídice považovaly se za limitu mnohoúhelníků, jenž mají povždy jednu stranu společnou. Bod tvořící opíše následkem valení se jednoho mnohoúhelníku po druhém kruhové oblouky, z čehož okamžitě plyne, že průvodič jest normalou trochoidy. Tečna pak vede se kolmo k normale. Této methody se později neustále užívalo, avšak nebyla dokonale oceněna, bezpochyby pro svou přílišnou jednoduchost. Přestaloť se na tom, že jí upotřebeno k sestrojení tečny k epicycloidě sphaerické.

Methoda ta platí pro všechny křivky, jelikož tyto povždy za trochoidy považovati možno. Není třeba než stanoviti okamžitý dotyčník tvořice s řídicí pro onen bod trochoidy, jehož tečnu vésti chceme. Čím jednodušší jsou křivky tvořící a řídící, tím snáze dá se tečna v libovolném bodu trochoidy sestrojiti. V mnohých případech možno střed, kolem kterého se bod tvořící v určité své poloze právě otáčí, snadno a rychle stanoviti.

Jak pro tečny, tak i pro střed a poloměr křivosti libovolné křivky možno upotřebiti methody užívané při epicycloidách. V tomto směru psán článek, který nalézáme v *„Journal de*

*) Tak na př. *Boscovich.* De cycloide et logistica. Romae 1745. *Bossut* Nouvelle maucère de démontrer les propriétés de la cycloide. (Mém. de math. et de phys. Tome 3.)

mathématiques" par Liouville r. 1845 pod názvem: „*Construction des rayons de courbure des courbes décrites dans le mouvement d'une figure plane*" etc. par *M. Chasles.*

Opíraje se o výrazy pro střed a poloměr křivení epicycloid, které se nalézají v *Savary* „*Leçons sur les engrenages*", pojednává tu Chasles dosti obšírně o upotřebení theorie roulett, jmenovitě sestrojení jich středu a poloměru křivení ku sestrojení těchto útvarů pro křivku libovolnou. Spůsoby tyto zasluhují všechnu pozornost geometrův, an zákony v nich upotřebené náleží do malého počtu oněch zákonů, jenž by sestavovati měly náuku o zobrazování útvarů rovinných, která teprv v nejnovější době pěstitelův nalezla. Nemalých zásluh o theorii trochoid, čili roulett, má časopis „*Nouvelles Annales de Mathématiques*" par *Gerono*, v němž uveřejnili pojednání svá o roulettách *Catalan, Mannheim, Serret, Sacchi* a j. v.

Z nich zvláštní pozornost zasluhuje článek Sacchi-ho, obsažený v 22. svazku pod nápisem: „*Sur les roulettes*", an podavá úplnou theorii poloměru křivení roulett prostředkem zvláštních souřadnic, jež pro tento druh křivek proto jeví se výhodnými býti, že výrazy poloměru a středu křivení neobyčejně se zjednoduší. Sacchi transformuje totiž veškeré výrazy tak, že obsahují pouze co proměnné průvodič a vzdálenost počátku souřadnic polárních od tečny.

Průvodič a odlehlost tečny jsou novými souřadnicemi. Přechod z pravoúhelných a polárních souřadnic v nové a naopak docílí se velmi jednoduše a vede kromě toho k sestavení křivek, které mají v nové soustavě tutéž rovnici, do jediné velké skupeniny.

Ve všech v „N. Ann. de Math." obsažených článcích shledáváme více méně vhodná použití počtu infinitesimalního na poli geometrie, pohřešujeme však úplně bádání synthetických.

Z německých mathematiků zúčastnili se theorie trochoid *Steiner, Strauch, Böcklen, Hennig* a j. v.

Článek *Steinerův* v „*Crelle's Journal*", sv. 21. nadepsaný: „*Von dem Krümmungsmittelpunkte ebener Curven*" stanoví minimum obsahu plošného trochoidy na základě pouček o těžišti křivení.

Böcklen uveřejnil článek „*Über Fusspunkten- und Roll-*