where

$$I_3(y) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{h(1+it)}{(1+it)^2} e^{ity}\,dt,$$

thus $I_3 = \hat{f}$, $\hat{f}$ is the Fourier transform of the function $f(t) = h(1+it)/(1+it)^2$. We can now use.

Lemma. Let $m \in N$ and let a function $f \in L^1(R)$ have absolutely continuous and integrable derivatives up to the order $m - 1$. If $f^{(m)} \in L^1(R)$, then $\hat{f}(x) = (-ix)^{-m} \int_{-\infty}^{\infty} f^{(m)}(t)\, e^{itx}\,dt$, $x \neq 0$. Especially, $\hat{f}(x) = O(|x|^{-m})$, $x \to \pm\infty$.

Checking $f^{(m)} \in L^1(R)$, $m \in N$, for $f(t) = h(1+it)/(1+it)^2$, we obtain $I_3(y) = O(y^{-m})$, $y \to \infty$, $m \in N$. The relation (1) for $\omega(x) = -n \log\log x$ follows from this $(m = 2n)$, i.e. (cf. [1])

$$\pi(x) = \int_2^x \frac{du}{\log u} + O(x \log^{-n} x),\; x \to \infty,\; n \in N.$$

The lemma can be improved. Let's denote by A_m the set of all functions, which satisfy the assumptions of the lemma.

Theorem. Let $f \in A_m$ for all $m \in N$. Then there exists φ: $\langle 0; +\infty) \to \langle 0; \infty)$, φ nondecreasing, $\lim\limits_{t \to +\infty} \varphi(t) = +\infty$, such tha $\hat{f}(x) = O\{x \exp(-\varphi(|x|) \log |x|)\}$, $x \to +\infty$.

The function φ can be constructed using the sequence $\{c_m\}$, where $\int_{-\infty}^{\infty} |f^{(m)}(x)| \le c_m$, $m = 0, 1, \ldots$; i.e. φ depends on f. We can find $\varphi(x) = \frac{2}{25} \cdot \frac{\log x}{\log\log x}$, $x \ge x_0$, for $f(t) = h(1+it)/(1+it)^2$. We obtain from here (cf. [2])

$$\pi(x) = \int_2^x \frac{du}{\log u} + O\left\{x \exp\left(-\frac{1}{25} \cdot \frac{(\log\log x)^2}{\log\log\log x}\right)\right\}, \quad x \to \infty.$$

REFERENCES

1. Čížek, J.: On the proof of the prime number theorem, Čas. pěst. mat. 106 (1981), 395—401.
2. Grant, A. D.: Fourier transforms and the P.N.T. error term. Čas. pěst. mat., to appear.
3. Walfisz, A.: Weyl'sche Exponentialsummen in der neuere Zahlentheorie, Berlin 1963.

Author's address:
Jiří Čížek
Katedra matematiky VŠSE v Plzni
Nejedlého sady 14
306 14 Plzeň

Received: 25. 10. 1985

SÚHRN

FOURIEROVE TRANSFORMÁCIE A ZVYŠKOVÝ ČLEN V PRVOČÍSELNEJ VETE

Jiří Čížek, Plzeň

V práci je v prehľadnej forme uvedený súvis medzi odhadom veľkosti obrazu pri Fourierovej transformácii a veľkosti chyby pri odhade počtu prvočísel, kde hlavný člen je daný integrálnym logaritmom.

РЕЗЮМЕ

ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ И ОСТАТОЧНЫЙ ЧЛЕН В ТЕОРЕМЕ О ПРОСТЫХ ЧИСЛАХ

Йиржи Чижек, Плзень

В работе рассматривается связь между оценкой образа при преобразовании Фурье и ошибкой при оценке числа простых чисел в случае, когда главный член выражается интегральным логарифмом.