

Werk

Titel: Über Ringe mit eingeschränkter Minimalbedingung höherer Stufe für Unterringe

Autor: DINH, HUYNH van; WIDIGER, A

Jahr: 1978

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?301416052_0007|log6

Kontakt/Contact

[Digizeitschriften e.V.](#)
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

✉ info@digizeitschriften.de

Über Ringe mit eingeschränkter Minimalbedingung höherer Stufe für Unterringe

DINH VAN HUYNH und ALFRED WIDIGER

In dieser kurzen Arbeit sollen die Betrachtungen von [5, 1, 2] und [3] über Ringe mit eingeschränkter Minimalbedingung ergänzt und abgeschlossen werden.

Ein Ring R wird E_1MU -Ring genannt, wenn für jedes Ideal $I \neq (0)$ von R der Faktorring R/I die Minimalbedingung für Unterringe erfüllt. R ist ein EE_1MU -Ring, wenn er ein E_1MU -Ring ist, der nicht selbst der Minimalbedingung für Unterringe genügt.

Induktiv definieren wir: R sei E_kMU -Ring, wenn für jedes Ideal $I \neq (0)$ von R der Faktorring R/I ein $E_{k-1}MU$ -Ring ist. Ein E_kMU -Ring, der nicht E_hMU -Ring für ein $h < k$ ist, werde ein EE_kMU -Ring genannt.

Es sei \mathcal{U}_k die Klasse aller EE_kMU -Ringe, für die jeder Faktorring nach einem Primideal der Minimalbedingung für Unterringe genügt. In [6] wurde die Klasse aller Ringe mit Minimalbedingung für Unterringe charakterisiert, in [5] die Klasse \mathcal{U}_1 , in [2] die Klasse \mathcal{U}_2 .

In dieser Arbeit werden wir die Ringe aus \mathcal{U}_k charakterisieren, die genau k unabhängige minimale Ideale haben. Dabei werden wir die Beweise nur soweit ausführen, wie sie nicht den Beweisen der entsprechenden Sätze von [3] analog sind.

Wir benutzen die gleichen Bezeichnungen wie in [3] und übernehmen insbesondere die Begriffe „ausgezeichnetes Ideal“, „ausgezeichnete Kette“ und „kleinste ausgezeichnete Kette“. Zunächst besitzt jeder Ring aus \mathcal{U}_k höchstens k unabhängige minimale Ideale. Das folgt genauso wie Hilfssatz 1 von [3].

Hilfssatz 1. *Es sei $R \in \mathcal{U}_k$ ($k \geq 2$), und N sei ein ausgezeichnetes Ideal von R mit $N \not\subseteq J(R)$. Dann gilt*

$$R = N \oplus R^* \text{ mit } N \cong S_m.$$

Dabei ist R^ ein Ring aus \mathcal{U}_{k-1} und S ein Körper mit Minimalbedingung für Unterkörper. Ist S unendlich, so ist $m = 1$.*

Der Beweis verläuft genau so wie der von Hilfssatz 2 in [3], wenn man beachtet, daß die Voraussetzungen von Theorem 2 auf Seite 56 von [4] erfüllt sind, denn R ist entweder artinsch oder ein EE_hMI -Ring für ein $h \leq k$ (und dann vergleiche man Satz 3 von [2]).

Folgerung 2. Es sei $R \in \mathcal{U}_k$ ($k \geq 2$). Genau dann besitzt R eine ausgezeichnete Kette

$$N_1 \supset N_2 \supset \dots \supset N_{k-1} \supset N_k = (0)$$

mit $N_1 \cap J(R) = (0)$, wenn

$$R = S_{m_1}^{(1)} \oplus \dots \oplus S_{m_{k-1}}^{(k-1)} \oplus R^*$$

gilt, wobei die $S^{(i)}$ ($i = 1, \dots, k-1$) Körper mit Minimalbedingung für Unterkörper sind und R^* ein Ring aus \mathcal{U}_1 ist. Ist $S^{(i)}$ ($i = 1, \dots, k-1$) unendlich, so ist $m_i = 1$.

Zum Beweis vergleiche die Bemerkung nach Folgerung 3 von [3].

Es sei nun $\mathcal{U}_k^{(k)}$ die Klasse aller Ringe R aus \mathcal{U}_k , die k unabhängige ausgezeichnete Ideale N_1, \dots, N_k mit der Eigenschaft besitzen, daß der Faktoring nach $N_1 + \dots + N_{i-1} + N_{i+1} + \dots + N_k$ für jedes i ein Ring aus \mathcal{U}_1 ist.

Satz 3. Es sei R ein Ring der Klasse $\mathcal{U}_k^{(k)}$, $k \geq 2$. Dann gehört R zu genau einer der folgenden Klassen, und jeder Ring aus einer dieser Klassen gehört zu $\mathcal{U}_k^{(k)}$:

(I) R ist ein vollständig primärer Ring, $S = R/J(R)$ ist unendlicher Körper mit Minimalbedingung für Unterkörper. Es gilt $J(R)^2 = (0)$, und $J(R)$ ist unitärer S -Links- und Rechtsmodul. $J(R)$ enthält k verschiedene minimale Ideale N_1, \dots, N_k von R mit

$$J(R) = N_1 \oplus \dots \oplus N_k.$$

(II) R besitzt die gruppentheoretische direkte Zerlegung

$$R = A \oplus N_{h+1} \oplus \dots \oplus N_k, \quad 1 \leq h \leq k-1.$$

Dabei ist A ein vollständig primärer Ring aus $\mathcal{U}_h^{(h)}$, $S = A/J(A)$ ist unendlicher Körper mit Minimalbedingung für Unterkörper. $J(A)^2 = (0)$, und $J(A)$ enthält h verschiedene minimale Ideale N_1, \dots, N_h von A mit

$$J(A) = N_1 \oplus \dots \oplus N_h.$$

$N_{h+1}, \dots, N_{k-1}, N_k$ sind minimale Ideale von R . Es gibt eine nichtnegative ganze Zahl i derart, daß

$$\begin{aligned} J(R)^2 &= AN_{h+1} = \dots = AN_{h+i} = N_{h+i+1}A = \dots = N_{k-1}A = N_kA \\ &= N_j N_{j'} = (0) \text{ mit } j, j' = h+1, \dots, k \end{aligned}$$

gilt. N_{h+1}, \dots, N_{h+i} sind einfache unitäre S -Rechtsmoduln, N_{h+i+1}, \dots, N_k sind einfache unitäre S -Linksmoduln.

(III) R besitzt die gruppentheoretische direkte Zerlegung

$$R = S \oplus N_1 \oplus \dots \oplus N_k.$$

Dabei ist S unendlicher Körper mit Minimalbedingung für Unterkörper, N_1, \dots, N_k sind verschiedene minimale Ideale von R . Es gibt eine nichtnegative ganze Zahl i derart, daß

$$J(R)^2 = SN_1 = \dots = SN_i = N_{i+1}S = \dots = N_kS = N_j N_{j'} = (0)$$

für $0 \leq i \leq k$; $j, j' = 1, \dots, k$ gilt. N_1, \dots, N_i sind einfache unitäre S -Rechts- und N_{i+1}, \dots, N_k einfache unitäre S -Linksmoduln.

(IV) R besitzt die gruppentheoretische direkte Zerlegung

$$R = S_{m_1}^{(1)} \oplus S_{m_2}^{(2)} \oplus N_1 \oplus \dots \oplus N_k.$$

Dabei sind $S^{(1)}$ und $S^{(2)}$ Körper gleicher Charakteristik mit Minimalbedingung für Unterkörper; N_1, \dots, N_k sind verschiedene unendliche minimale Ideale von R . Es gibt eine nichtnegative ganze Zahl i derart, daß

$$\begin{aligned} J(R)^2 &= S_{m_1}^{(1)} S_{m_2}^{(2)} = S_{m_2}^{(2)} S_{m_1}^{(1)} = S_{m_1}^{(1)} N_1 = \dots = S_{m_1}^{(1)} N_i = N_1 S_{m_1}^{(2)} \\ &= \dots = N_i S_{m_2}^{(2)} = N_{i+1} S_{m_1}^{(1)} = \dots = N_k S_{m_1}^{(1)} = S_{m_1}^{(2)} N_{i+1} = \dots \\ &= S_{m_2}^{(2)} N_k = N_j N_{j'} = (0) \text{ für } j, j' = 1, \dots, k \end{aligned}$$

gilt. N_1, \dots, N_i sind unitäre $S_{m_1}^{(1)}$ -Rechts- und $S_{m_2}^{(2)}$ -Linksmoduln, N_{i+1}, \dots, N_k sind unitäre $S_{m_1}^{(1)}$ -Links- und $S_{m_2}^{(2)}$ -Rechtsmoduln. Ist $S^{(j)}$, $j = 1, 2$, unendlich, so ist $m_j = 1$.

Beweis. Es sei N ein ausgezeichnetes Ideal von R . N kann weder im Annulator von R liegen noch mit $J(R)$ den Durchschnitt Null bilden. Denn anderenfalls wäre $R/(N_1 + \dots + N_{k-1})$ kein EE_1MU -Ring, wenn N_1, \dots, N_{k-1} voneinander und von N unabhängige ausgezeichnete Ideale von R sind. Dies ist ein Widerspruch zur Voraussetzung über $\mathcal{U}_k^{(k)}$. Die anderen Behauptungen des Satzes 3 beweisen wir analog wie zum Satz 4 von [3]. Wir wollen noch bemerken, daß in (IV) von Satz 3 mindestens einer der Körper $S^{(i)}$ unendlich sein muß.

Analog zur Klasse $\mathcal{A}_{k,1}^{(k)}$ in [3] definieren wir die Klasse $\mathcal{U}_{k,1}^{(k)}$: R gehöre zu $\mathcal{U}_{k,1}^{(k)}$ genau dann, wenn R aus $\mathcal{U}_k^{(k)}$ ist und wenn R genau k ausgezeichnete Ideale besitzt. Dann gilt

Satz 4. Es sei R ein Ring der Klasse $\mathcal{U}_{k,1}^{(k)}$, $k \geq 3$. Dann gehört R zu genau einer der folgenden Klassen, und jeder Ring aus einer dieser Klassen gehört zu $\mathcal{U}_{k,1}^{(k)}$:

(I) R ist ein Ring aus $\mathcal{U}_k^{(k)}$, $k \geq 3$.

(II) R besitzt die ringtheoretische direkte Zerlegung

$$R = R^* \boxplus N.$$

R^* ist ein Ring der Klasse $\mathcal{U}_{k-1}^{(k-1)}$, N ist entweder Zeroring über der zyklischen Gruppe der Primzahlordnung p oder voller Matrizenring über einem Körper S mit Minimalbedingung für Unterkörper: $N = S_m$. Ist S unendlich, so ist $m = 1$.

(III) R besitzt die gruppentheoretische direkte Zerlegung

$$R = A_m \oplus K \oplus N_1 \oplus \dots \oplus N_{k-1}.$$

A ist endlicher vollständig primärer Ring; $J(A)$ ist minimales Ideal von A , $J(A)^2 = (0)$. $S = A/J(A)$ und K sind Körper gleicher Charakteristik, K ist endlich und hat Minimalbedingung für Unterkörper. N_1, \dots, N_{k-1} sind verschiedene minimale Ideale von R . Es gilt ferner:

$$\begin{aligned} J(R)^2 &= A_m K = K A_m = A_m N_1 = \dots = A_m N_i = N_1 K = \dots = N_i K \\ &= N_{i+1} A_m = \dots = N_{k-1} A_m = K N_{i+1} = \dots = K N_{k-1} = N_j N_{j'} = (0) \end{aligned}$$

für ein i mit $0 \leq i \leq k-1$ und $j, j' = 1, \dots, k-1$.

N_1, \dots, N_i sind unitäre S_m -Rechts- und K -Linksmoduln; $N_{i+1}, N_{i+2}, \dots, N_{k-1}$ sind unitäre K -Rechts- und S_m -Linksmoduln.

(IV) R besitzt die gruppentheoretische direkte Zerlegung

$$R = S_m \oplus K \oplus N \oplus N_1 \oplus \cdots \oplus N_{k-1}.$$

S ist endlicher Körper, K ist unendlicher Körper mit Minimalbedingung für Unterkörper; K und S haben die gleiche Charakteristik. N, N_1, \dots, N_{k-1} sind verschiedene minimale Ideale von R . Es gilt

$$\begin{aligned} J(R)^2 &= S_m K = K S_m = S_m N_1 = \cdots = S_m N_i = N_1 K = \cdots = N_i K \\ &= N_{i+1} S_m = \cdots = N_{k-1} S_m = K N_{i+1} = \cdots = K N_{k-1} = N_j N_{j'} = (0) \end{aligned}$$

für ein i mit $0 \leq i \leq k-1$, $j, j' = 1, \dots, k-1$.

N_1, \dots, N_i sind unitäre S_m -Rechts- und K -Linksmoduln, N_{i+1}, \dots, N_{k-1} sind unitäre K -Rechts- und S_m -Linksmoduln. Für N gilt entweder

$$N^2 = KN = NK = NS_m = (0),$$

N ist einfacher unitärer S_m -Linksmodul, oder

$$N^2 = NK = KN = S_m N = (0),$$

N ist einfacher unitärer S_m -Rechtsmodul.

Beweis. Es sei R ein Ring aus $\mathcal{U}_{k,1}^{(k)}$, $k \geq 3$, $N_1, \dots, N_{k-1}, N_k = N$ seien unabhängige ausgezeichnete Ideale von R . Ist R ein Ring der Klasse $\mathcal{U}_k^{(k)}$, so ist die Struktur von R wie im Satz 3 angegeben. Wir betrachten den Fall $R \notin \mathcal{U}_k^{(k)}$. Wie im Satz 5 von [3] gibt es nur eine Permutation (i_1, \dots, i_k) von $(1, \dots, k)$ mit der Eigenschaft, daß $R/(N_{i_1} + \cdots + N_{i_{k-1}})$ der Minimalbedingung für Unterringe genügt. N_{i_k} ist also ein Ring mit Minimalbedingung für Unterringe. Wir setzen $N_{i_k} = N$. Ist $N \cap J(R) = (0)$, so ist $N = S_n$ nach Hilfssatz 1, wobei S ein Körper mit Minimalbedingung für Unterkörper ist. Ist S unendlich, so muß $n = 1$ sein. Ist $N \cap J(R) \neq (0)$, so liegt N in $J(R)$. Das Ideal N ist endlich, wenn $(N, +)$ keine Untergruppe vom Typ $Z(p^\infty)$ enthält. Nach diesen Vorbemerkungen verläuft der Beweis des Satzes (mit Hilfe des Satzes 3) analog zum Beweis des Satzes 5 von [3] unter Berücksichtigung dessen, daß R/N ein Ring der Klasse $\mathcal{U}_{k-1}^{(k-1)}$ ist.

$\mathcal{U}_{k,2}^{(k)}$ und \mathcal{U}_k^* seien analog zu $\mathcal{A}_{k,2}^k$ bzw. \mathcal{A}_k^* in [3] definiert.

Satz 5. Es sei R ein Ring der Klasse $\mathcal{U}_{k,2}^{(k)}$, $k \geq 2$. Dann gehört R zu genau einer der folgenden Klassen, und jeder Ring aus einer dieser Klassen gehört zu $\mathcal{U}_{k,2}^{(k)}$:

(I) R besitzt die ringtheoretische direkte Zerlegung

$$R = R^* \boxplus Z(p_1) \boxplus \cdots \boxplus Z(p_{k-i})$$

mit $1 \leq i \leq k-1$. Dabei ist R^* ein Ring aus $\mathcal{U}_{i,2}^{(i)}$, falls $i \geq 2$ ist. Ist $i = 1$, so ist R^* ein Ring aus Satz 7, (II), (III) oder (IV) von [5]. Die $Z(p_j)$, $j = 1, \dots, k-i$, sind Zeroringe über zyklischen Gruppen von Primzahlordnung p_j . Die minimalen Ideale von R^* liegen nicht im Annulator von R^* .

(II) R besitzt die gruppentheoretische direkte Zerlegung

$$R = A_m \oplus K \oplus N \oplus N_{i+1} \oplus \cdots \oplus N_{k-1}$$

mit $0 \leq i \leq k-1$. Dabei ist A vollständig primärer endlicher Ring; $J(A)$ enthält verschiedene minimale Ideale N_j^* , $j = 1, \dots, i$, von A mit

$$J(A) = N_1^* \oplus \cdots \oplus N_i^*$$

(ist $i = 0$, so gilt $J(A) = (0)$). $N, N_{i+1}, \dots, N_{k-1}$ sind verschiedene minimale Ideale von R . $S = A/J(A)$ und K sind Körper gleicher Charakteristik, K ist unendlich, und hat Minimalbedingung für Unterkörper. Es gilt

$$\begin{aligned} J(R)^2 &= J(A)^2 = A_m K = K A_m = N_{i+1} K = \dots = N_{k-1} K = K N_{i+1} \\ &= K N_{k-1} = N_{i+1} A_m = \dots = N_{i+j} A_m = A_m N_{i+j+1} = \dots = A_m N_{k-1} \\ &= N^2 = N_i^2 = (0) \end{aligned}$$

für ein j mit $0 \leq j \leq k - i - 1$; $t = i + 1, \dots, k - 1$. N_{i+1}, \dots, N_{i+j} sind einfache unitäre S_m -Linksmoduln, $N_{i+j+1}, \dots, N_{k-1}$ sind einfache unitäre S_m -Rechtsmoduln. Für N gilt ferner entweder

$$NK = A_m N = (0),$$

N ist unitärer S_m -Rechtsmodul und K -Linksmodul, oder

$$KN = N A_m = (0),$$

N ist unitärer S_m -Links- und K -Rechtsmodul.

Beweis. Es sei R ein Ring der Klasse $\mathcal{U}_{k,2}^{(k)}$, $k \geq 2$. N_1, \dots, N_k seien unabhängige minimale Ideale von R . Nach der Definition der Klasse $\mathcal{U}_{k,2}^{(k)}$ gilt $N_i \subseteq J(R)$ für alle $i = 1, \dots, k$. Unter den N_i gibt es mindestens $k - 1$ Ideale, die ausgezeichnete Ideale von R sind. Diese seien etwa N_1, \dots, N_{k-1} . Nach der Definition von $\mathcal{U}_{k,2}^{(k)}$ ist R/N_k ein Ring mit Minimalbedingung für Unterringe. Daher genügen N_1, \dots, N_{k-1} der Minimalbedingung für Unterringe. Diese N_j , $j = 1, \dots, k - 1$, sind offenbar genau dann endlich, wenn die $(N_j, +)$ keine Untergruppe vom Typ $Z(p^\infty)$ enthalten. Der Faktorring $R/(N_1 + \dots + N_{k-1})$ ist ein Ring der Struktur von (II), (III) oder (IV) von Satz 7 in [5]. Der Faktorring $R/(N_{i_1} + \dots + N_{i_{k-1}})$ ist für jede Permutation (i_1, \dots, i_{k-1}) von $(1, \dots, k - 1)$ ein Ring der Struktur von Satz 3 in [2] mit zwei unabhängigen minimalen Idealen, die im Radikal liegen. Mit Hilfe dieses Satzes können wir daher zeigen, daß die N_j , $j = 1, \dots, k - 1$, endlich sind. Hiermit kann man analog wie beim Satz 6 von [3] mit Hilfe der Sätze 7 von [5] und 3 von [2] den Satz 5 leicht beweisen.

Jetzt können wir den Struktursatz für diejenigen Ringe der Klasse \mathcal{U}_k formulieren, die k unabhängige minimale Ideale besitzen. Für $k = 1$ bzw. $k = 2$ kann man das Resultat aus Satz 7 von [5] bzw. Satz 3 von [2] ablesen. Wir betrachten im folgenden deshalb den Fall $k \geq 3$.

Satz 6. Es sei R ein Ring der Klasse \mathcal{U}_k , $k \geq 3$, mit k unabhängigen minimalen Idealen. Dann gehört R zu genau einer der folgenden Klassen, und jeder Ring aus einer dieser Klassen besitzt k unabhängige minimale Ideale und gehört zu \mathcal{U}_k :

- (I) R ist ein Ring der Struktur von Satz 4.
- (II) R besitzt die ringtheoretische direkte Zerlegung

$$R = S_{m_1}^{(1)} \boxplus \dots \boxplus S_{m_i}^{(i)} \boxplus R^*, \quad 0 \leq i \leq k - 1.$$

Dabei sind $S^{(j)}$, $j = 1, \dots, i$, Körper mit Minimalbedingung für Unterkörper. Ist $S^{(j)}$, $j = 1, \dots, i$, unendlich, so gilt $m_j = 1$. R^* ist ein Ring der Struktur von Satz 5 für die Klasse $\mathcal{U}_{k-i,2}^{(k-i)}$, falls $i \leq k - 2$ ist. Ist $i = k - 1$, so ist R^* ein Ring der Struktur von (II), (III) oder (IV) von Satz 7 in [5].

Der Beweis ist analog zum Beweis von Satz 7 in [3].

Zum Schluß beweisen wir den Struktursatz über die Klasse \mathcal{U}_k^* . \mathcal{U}_k^* mit $k \geq 2$ ist die Klasse derjenigen Ringe der Klasse \mathcal{U}_k , die eine kleinste ausgezeichnete Kette besitzen.

Satz 7. *Es sei R ein Ring der Klasse \mathcal{U}_k^* , $k \geq 2$. Dann gehört R zu genau einer der folgenden Klassen, und jeder Ring aus einer dieser Klassen gehört zu \mathcal{U}_k^* :*

(I) *R ist vollständig primärer Ring, $S = R/J(R)$ ist unendlicher Körper mit Minimalbedingung für Unterkörper. $J(R)$ enthält k verschiedene Ideale N_i , $i = 1, \dots, k$, von R derart, daß*

$$J(R) \supset N_1 \supset N_2 \supset \dots \supset N_{k-1} \supset N_k = (0)$$

gilt. Dabei ist $J(R)$ das kleinste echte Oberideal von N_1 und jedes N_i das kleinste echte Oberideal von N_{i+1} , $i = 1, \dots, k - 1$. $J(R)$ ist nilpotent.

(II) *R besitzt die gruppentheoretische direkte Zerlegung*

$$R = S_{m_1}^{(1)} \oplus S_{m_2}^{(2)} \oplus J(R).$$

Dabei sind $S^{(1)}$ und $S^{(2)}$ Körper gleicher Charakteristik mit Minimalbedingung für Unterkörper. Ist ein $S^{(i)}$, $i = 1, 2$, unendlich, so ist $m_i = 1$. Es gilt

$$J(R)^2 = S_{m_i}^{(i)} S_{m_j}^{(j)} = S_{m_i}^{(2)} J(R) = J(R) S_{m_1}^{(1)} = (0)$$

mit $i \neq j$. $J(R)$ ist unitärer $S_{m_i}^{(2)}$ -Rechts- und $S_{m_1}^{(1)}$ -Linksmodul. $J(R)$ enthält k verschiedene Ideale N_i von R derart, daß

$$J(R) \supset N_1 \supset N_2 \supset \dots \supset N_{k-1} \supset N_k = (0)$$

gilt. Dabei ist $J(R)$ das kleinste echte Oberideal von N_1 , und jedes N_i ist das kleinste echte Oberideal von N_{i+1} , $i = 1, \dots, k - 1$. Mindestens eines der $S^{(i)}$, $i = 1, 2$, ist unendlich.

Der Beweis des Satzes 7 ist analog zu dem für Satz 8 in [3].

LITERATUR

- [1] DINH VAN HUYNH: Über Ringe mit eingeschränkter Minimalbedingung höherer Stufe für Rechtsideale I. Math. Nachr. 69 (1975), 319–327.
- [2] DINH VAN HUYNH: Über Ringe mit eingeschränkter Minimalbedingung höherer Stufe für Rechtsideale II. Math. Nachr. (im Druck).
- [3] DINH VAN HUYNH und A. WIDIGER: Über Ringe mit eingeschränkter Minimalbedingung höherer Stufe für Rechtsideale III. Math. Nachr. (im Druck).
- [4] JACOBSON, N.: Structure of Rings, American Mathematical Society Colloquium Publications, Vol. 37, Providence (R. I.) 1956.
- [5] WIDIGER, A.: Über Ringe mit eingeschränkter Minimalbedingung für Rechtsideale. Beiträge zur Algebra und Geometrie 1 (1971), 141–153.
- [6] ШНЕЙДМЮЛЛЕР, В. И.: Бесконечные кольца с конечными убывающими цепями подколец. Мат. Сб. н. с. 27 (62) (1950), 219–228.

Manuskripteingang: 27. 1. 1976

VERFASSER:

DINH VAN HUYNH und ALFRED WIDIGER, Sektion Mathematik der Martin-Luther-Universität Halle—Wittenberg