

Werk

Titel: Trigulation zwischen sechzehn Sternen der Plejadengruppe vermittelt des Fraunhof...

Autor: Ambronn, L.

Jahr: 1894

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?251726223_0039|log21

Kontakt/Contact

[Digizeitschriften e.V.](#)
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

✉ info@digizeitschriften.de

Triangulation

zwischen sechszehn Sternen der Plejadengruppe vermittelt des
Fraunhofer'schen Heliometers der Sternwarte zu Göttingen.

Von

L. Ambronn.

Vorgelegt in der Sitzung der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften am 3. März 1894.

Einleitung.

In dem ersten Bande der „Astronomischen Untersuchungen“ giebt Bessel nach Abhandlung der Theorie des damals neuen sechszölligen Heliometers der Königsberger Sternwarte eine Vermessung der 52 helleren Sterne der Plejadengruppe. Die dort angeführten Gründe zu dieser Vermessung bestehen auch heute noch voll und ganz, aber man hätte sich mit dieser einmaligen Vermessung, namentlich nach einer neuen Reduction mit dem inzwischen noch weit genauer bekannt gewordenen Reductionselementen des Königsberger Instruments, für viele Zwecke begnügen können, wenn nicht im Laufe der Zeit noch einige andere Gesichtspunkte hinzugekommen wären. — Dahin gehört zuerst die Frage nach einer etwaigen physischen Beziehung zwischen den Sternen der in Rede stehenden Gruppe. Weiterhin sind es neuerdings Fragen mehr instrumentaler Natur, welche bei Gelegenheit der in den Jahren 1874 und 1882 eingetretenen Vorübergänge der Venus vor der Sonnenscheibe in den Vordergrund getreten sind. —

Bezüglich der ersten der hier erwähnten Fragen würde es wünschenswerth sein, wenn heutigen Tages, d. h. nahezu 60 Jahre nach den Messungen von Bessel mit einem der neuen grossen Repsold'schen Heliometer eine muster-giltige Neumessung sämmtlicher von Bessel bestimmter Sterne vorgenommen würde, was in Anbetracht der Leistungsfähigkeit dieser vorzüglichen Instrumente keine sehr grosse Aufgabe sein würde. Es ist auch schon eine derartige Arbeit ausgeführt worden und zwar von Dr. Elkin mit dem Heliometer der Sternwarte des Yale College in Newhaven.

So gut auch jene Arbeit ist, da die abgeleiteten Orte auf zwei ganz unabhängigen Messungsreihen nach verschiedenen Methoden beruhen, so ist doch mancher Einwand gegen die erhaltenen Resultate nicht unbedingt von der Hand zu weisen; dahin gehört namentlich die nicht ganz eingehende Untersuchung der

Konstanten des Instruments (Theilungsfehler und Ocularstellung), welche wohl im Stande sein können, systematische Unrichtigkeiten hervorzubringen. — Das Desiderat einer völlig einwurfsfreien Neuvermessung ist also mit der Elkin'schen Arbeit nicht ganz erfüllt. — Die gegenwärtige Arbeit ist aber auch nicht dazu bestimmt, diese Frage zu lösen und kann es ihrer Natur nach auch gar nicht sein, da das angewandte Instrument eines der kleineren, älteren Heliometer von Fraunhofer ist, welche dieser Künstler zu Anfang dieses Jahrhunderts in mehreren nahezu ganz gleichen Exemplaren konstruirte. Der Hauptzweck der gegenwärtigen Vermessung kann sich also nur auf den zweiten Punkt, d. h. auf die Fragen instrumentaler Natur beziehen. — Diese kleineren Heliometer haben eine historische Bedeutung dadurch erlangt, dass dieselben bei den beiden Vorübergängen der Venus vor der Sonnenscheibe, welche in unserem Jahrhundert sich ereigneten, von den deutschen Astronomen dazu ausersehen waren, als Hauptbeobachtungsinstrumente verwandt zu werden. — Seitens der vom Deutschen Reiche niedergesetzten Commission ist gerade auf die Messungen der Abstände der Venus von dem Sonnenrande während ihres Vorüberganges ein ganz besonderes Gewicht gelegt worden. In diesen Messungen wurden an den verschiedenen Stationen 1874 vier und 1882 fünf solcher Heliometer verwandt. Es ist daher von grossem Interesse, diese Instrumente, auf deren Zuverlässigkeit künftig in ganz wesentlicher Weise unsere Kenntniss des Abstandes der Erde von der Sonne beruhen dürfte, nach möglichst vielen Seiten hin genau zu untersuchen, und die Genauigkeit der von ihnen resultirenden Messungen mit anderen Bestimmungen gleicher oder ähnlicher Natur zu vergleichen. —

Diese Betrachtungen waren es, welche es wünschenswerth erscheinen liessen, die im allgemeinen so genau bekannten gegenseitigen Stellungen der Sterne der Plejadengruppe auch mit einem solchen Instrumente von Neuem zu bestimmen. Die erste Anregung dazu ging von Herrn Geheimen Rath Auwers aus, welcher die Gesamtbearbeitung des Beobachtungsmaterials der deutschen Venusexpeditionen übernommen hat. Auf seine Veranlassung hin wurde eine diesbezügliche Arbeit von Dr. Battermann mit dem Fraunhofer'schen Heliometer der Berliner Sternwarte unternommen. Leider ist dieses Instrument in optischer Beziehung sehr mangelhaft, da in Folge chemischer Vorgänge das Objectiv fast ganz erblindet ist. Es war aus diesem Grunde Dr. Battermann nur möglich, die 7 hellsten Sterne der Plejadengruppe in seine Triangulation aufzunehmen und es ist daher durch diese Arbeit auch nur ein kleiner Theil der gewünschten Vermessung zur Ausführung gelangt. Diese hat allerdings ein für unsere kleinen Instrumente ein recht günstiges Resultat ergeben. —

Da bei dem hiesigen Instrumente die optischen Theile sich noch in sehr gutem Zustande befinden, so schien es trotz der eben erwähnten Arbeiten doch nicht ganz müssig, nochmals eine Vermessung der Sterne der Plejaden in dem Umfange, wie ihn dieses Instrument gestattet, vorzunehmen. Auch dürfte eine ähnliche Untersuchung für andere Heliometer wünschenswerth sein. —

§ 1.

Die von mir in den Jahren 1889, 1890 und 1891 ausgeführte **Triangulation** erstreckt sich auf 16 Sterne der Plejadengruppe und es umfasst dieselbe alle Sterne bis zur 7. Grössenklasse. Die Verbindung der einzelnen Sterne untereinander wurde nur mittelst Distanzmessungen hergestellt und zwar in der Weise, dass jeder einzelne Stern zum mindesten mit drei anderen verbunden wurde; in den bei weitem meisten Fällen sind aber solcher Verbindungen viel mehr hergestellt worden. Es wurde dabei aber nicht wie bei Battermann eine möglichste Vollständigkeit in der Messung aller möglichen Verbindungen erstrebt, sondern es sind namentlich alle grösseren Distanzen, welche nahe an der Grenze der Leistungsfähigkeit des Instruments (Distanzen von nahezu 1 Grad) liegen, vermieden, da für solche die Korrektionen der gemessenen Distanzen, wie sie aus dem Wesen des Instruments folgen, meiner Meinung nach nicht mehr mit der genügenden Sicherheit bestimmt werden können.

Ich habe daher alle Distanzen, welche 40' erheblich überschreiten, von vornherein ausgeschlossen. Ausserdem ist auch noch einige Rücksicht auf die Form der durch die gemessenen Distanzen gebildeten Dreiecke genommen worden, so dass unter den in die Triangulation einbezogenen 16 Sternen nur 47 Distanzen gemessen wurden. Von diesen 47 Distanzen sind 2, nämlich die Entfernungen der Sterne 17b — η und η — 27f sehr häufig gemessen, da dieselben zugleich für Ableitung des Einflusses der Temperatur auf die Messungen und bei der Ableitung der Skalenwerthe Verwendung finden sollten. Von den übrigen Distanzen sind einige 5mal, die meisten aber je 4mal gemessen worden, wobei leider, durch die Anordnung der Messungen veranlasst, nicht auf völlige Symmetrie bezüglich der Instrumentallagen Rücksicht genommen werden konnte, doch ist dieses soweit möglich trotzdem geschehen. —

Ich glaube nicht, dass aus diesem Umstande irgend welche systematische Fehler in den Endresultaten übrig bleiben können, weil zuletzt doch für den Ort eines jeden Sternes eine ganze Reihe von Messungen ausschlaggebend ist. — Ausserdem werden aber auch jene Eigentümlichkeiten, welche durch die veränderte Lage der Verbindungslinien der einzelnen Sterne in den Messungen auftreten könnten, wohl schon zum weitaus grössten Theile durch die stete Anwendung des Reversionsprismas unschädlich gemacht. —

§ 2.

Was nun die Ableitung der Reductionskonstanten des Instruments anlangt, so ist darüber das Folgende mitzutheilen.

Durch die Güte des Herrn Geh. Rath Auwers war Herr Prof. Schur in den Besitz der vorläufigen Werthe dieser Konstanten gelangt, wie sie für die Reduction der bei Gelegenheit der Venusvorübergänge ausgeführten Messungen benutzt worden waren. Diese Werthe sind auch hier zum Theil ungeändert zur Verwendung gelangt; zum Theil habe ich aber noch eine Neubestimmung

hinzugefügt oder eine solche an deren Stelle gesetzt, wo es die Homogenität der hier in Frage stehenden Arbeit als wünschenswerth erscheinen liess.

§ 3.

Theilungsfehler der Skalen.

Ganz in derselben Form, wie von Herrn Geh. Rath Auwers gegeben, sind nur die Theilungsfehler benutzt, da deren Neubestimmung weit über den Rahmen meiner Arbeit hinausgegangen wäre, anderseits deren Genauigkeit auch wohl in den gegebenen Grenzen nicht angezweifelt werden kann. Es sind diese Correctionen von mehreren Beobachtern zu verschiedenen Zeiten bestimmt worden, und somit würde die Vermehrung der Genauigkeit durch eine einzelne Nachmessung nicht erheblich vergrössert werden können. Die Theilungsfehler sind also dieselben wie sie von der Reichs-Commission bei den Venusarbeiten benutzt worden sind.

§ 4.

Bestimmung der Temperatur des Instruments.

Der Einfluss der Temperatur auf die Messungen ist hier einer vollständigen Untersuchung unterworfen worden und zwar vornehmlich aus dem Grunde, weil alle Temperaturbestimmungen des Instruments nicht wie bisher auf der Mitbenutzung des auf den Objectivschiebern angebrachten Metallthermometers beruhen, sondern zu diesem Zwecke ausschliesslich Quecksilberthermometer verwendet worden sind. Dieselben sind in der Nähe des Objectivs am Rohre und an der Säule etwa in der Höhe der gewöhnlichen Lage des Oculars angebracht. Massgebend für dieses Vorgehen waren namentlich zwei Gründe. Zunächst fällt nämlich bei Messungen von Sterndistanzen der Hauptanlass für Benutzung eines in der angedeuteten Weise angebrachten Metallthermometers fort, d. h. die Ungleichheit der Erwärmung des Instruments, wie solche bei Sonnen-Messungen auftritt. Die Aufstellung des Heliometers ist hier eine solche, dass an einer fast gleichmässigen Vertheilung der Temperatur in der nächsten Umgebung des Instruments nicht viel fehlen wird. — Weiterhin ist aber der Ausschluss der Ablesungen des Metallthermometers keineswegs auf diese Betrachtung allein gestützt, sondern erst die Diskussion der in den Jahren 1889 und 90 an beiden Thermometern zugleich gemachten Ablesungen, welche etwa 300 Temperaturbestimmungen umfassen, hat den endgiltigen Ausschlag gegeben.

Die ausgeführten gleichzeitigen Beobachtungen zeigten nämlich schon bei der ersten Zusammenstellung, dass der Nullpunkt des Metallthermometers mehrfachen Schwankungen unterworfen war, für die sich nicht immer ein Eingriff in den Mechanismus des Heliometers verantwortlich machen liess.

Im Grossen und Ganzen konnten sämmtliche Ablesungen in 3 Perioden eingetheilt werden, für deren Trennung äussere Ursachen nachweisbar waren.

Die erste Periode geht von 1889 Janr. 18 bis 1889 Septbr. 18.

Die zweite „ „ „ 1889 Octbr. 28 „ 1890 Febr. 28.

Die dritte „ „ „ 1890 März 4 „ 1891 April 5.

In diesen einzelnen Perioden findet sich, wenn man nur das in der Nähe des Objectivkopfes angebrachte Thermometer in Betracht zieht:

		Anzahl d. vollst. Beob.
1. Periode.	Für den Eispunkt des Metallthermometers 5.3392 Temperaturcoeff. für 1° C. 0.00955	(169)
2.	" " " " " " " 5.3756 " " "	867 (81)
3.	" " " " " " " 5.3528 " " "	1021 (82).

(Benutzt man beide Quecksilber-Thermometer, so werden die Abweichungen des Metallthermometers vom Mittel der beiden Thermometer ganz unregelmässig)

Eine verhältnissmässig kurze Reihe von Herrn Dr. Hayn, kurz vor Beginn meiner Messungen, gab für den Eispunkt 5.3945, für die Aenderung um 1° C. 0.00923. — Aus den für die Berechnung der Venusvorübergänge benutzten Daten ergab sich der Werth der Aenderung für 1° C. zu 0.00949.

Wie man sieht, zeigt der Temperaturfactor eine recht befriedigende Konstanz, während der Eispunkt, wie oben erwähnt, bedeutende Unsicherheit aufweist; denn einem Intervall von 0.01 Theilen des Metallthermometers entspricht, wie der Factor zeigt, 1° C.; somit schwankt der Eispunkt um 3—4° C.

Nachdem diese Untersuchung abgeschlossen war, wurde für die Folgezeit das Metallthermometer bei den Beobachtungen nicht mehr in Betracht gezogen, sondern die Temperatur des Rohres ausschliesslich auf Grund des am Rohre selbst befestigten Quecksilberthermometers abgeleitet.

Wenn in vorstehenden Zeilen die Methode der Gewinnung der Temperaturen des Instruments besprochen wurde, so kann auf den Einfluss dieser Temperaturen auf die Messungen hier noch nicht eingegangen werden. Diese Untersuchung wurde im directen Anschluss an die Bestimmung des Skalenwerthes ausgeführt und kann in Folge dessen füglich auch erst dort zur Mittheilung gelangen; und zwar nachdem die anderen Einflüsse und Eigenthümlichkeiten des Instruments, welche bestimmend auf die mit demselben angestellten Messungen einwirken, des Näheren erörtert sein werden und so die Möglichkeit ihrer Berichtigung gegeben sein wird.

Die meteorologischen Daten, soweit sie zur Berechnung der Refraction erforderlich waren, lieferten die Ablesungen des im westlichen Meridiansaale in gleicher Höhe mit dem Heliometer aufgehängten Krille'schen Barometers, dessen Korrection gegen das Barometer des Königlichen Meteorologischen Instituts zu Berlin durch Uebertragung bestimmt ist; weiterhin ein vor dem Nordfenster des östlichen Meridiansaales aufgehängtes gut verglichenes Thermometer. Die Angaben des letzteren wurden wenn erforderlich mit den Ablesungen im Heliometerthurm in geeigneter Weise combinirt. Dabei war der Umstand stets massgebend, dass doch die Temperatur der dem Objectiv zunächst gelegenen Luftschicht für die Refraction die wichtigste ist.

§ 5.

Die Abhängigkeit der Ocularstellung von der Temperatur ist einer eingehenden fortlaufenden Prüfung unterzogen worden, wobei durch Anwendung eines Reversionsprismas stets bewirkt wurde, dass die Lage der Verbindungslinie der beiden

Componenten der als Focussirungsobjecte benutzten Doppelsterne horizontal lag. — Ausserdem habe ich einige Reihen von Focussirungen bei verschiedenen Stellungen der Objectivschieber gemacht, um wenn möglich die Abhängigkeit der Ocularstellung von der Grösse der gemessenen Distanz zu bestimmen, da ja eine solche Abhängigkeit wegen der ebenen Führung der Objectivschlitten sicher vorhanden ist. Es ist diese Abhängigkeit aber bekanntlich keineswegs allein durch die Entfernungsänderung zwischen Objectivhälfte und Ocular beim Auseinanderschrauben bedingt, sondern es hat darauf die optische Veränderung der Bilder einen erheblichen Einfluss. Die über diesen Punkt angestellten theoretischen Betrachtungen von Bessel und in neuerer Zeit von Battermann haben trotz ihrer eingehenden Behandlung der Sache keinen grossen praktischen Werth für die Reduction der Heliometermessungen erhalten können, da sich in natura die Dinge meist nicht ganz so gestalten, wie dort angenommen, und es in Folge dessen immer bei einer empirischen Prüfung dieser Frage geblieben ist. —

Ich habe daher im Verlauf meiner Messungen auf diese Frage bezügliche Beobachtungen angestellt und dieselben discutirt und werde sie auch hier mittheilen (siehe folg. Seite). Bei der endgültigen Reduction der Messungen ist jedoch von einer anderen Methode Gebrauch gemacht worden, welche, wie ich glaube, ohne weitere Spekulationen den Verhältnissen, wie sie sich wirklich beim Messen gestalten, mehr Rechnung trägt, da sie selbst innig mit den Messungen verbunden ist.

Da zu Beginn der vorliegenden Triangulation nur eine dreimalige Durchmessung der sämtlichen Distanzen in Aussicht genommen war, später aber noch eine vierte Messung für jede Distanz hinzugefügt wurde, welches im Winter 1890—91 geschah, so sind die sämtlichen Focussirungen in zwei Gruppen ausgeglichen worden, von denen die erstere die Einstellungen von 1889 Janr. 22 bis 1890 Febr. 10 und die zweite alle Messungen umfasst; wenn auf diese Weise die erste Ausgleichung auch überflüssig erscheint, so werde ich deren Resultate doch hierher setzen, weil dieselbe wegen eines schon damals beabsichtigten Abschlusses der Arbeit ausgeführt war und durch die Uebereinstimmung beider Resultate auch eine Gewähr für die Homogenität der Focussirungen geboten wird.

Zunächst gebe ich hier die sämtlichen Focaleinstellungen nebst den zugehörigen Temperaturen (welche auf die oben angeführte Weise ermittelt wurden). — Es sind, mit Ausnahme einiger der früheren Messungen, bei welchen das im Uebrigen stets angewandte Reversionsprisma nicht am Ocular befindlich war, alle Einstellungen bei „horizontaler“ Lage der Verbindungslinie der beiden Doppelsterncomponenten gemacht.

Oculareinstellungen und daraus abgeleitete Normalstellung (N_0)
und Temperaturcoefficient (K).

Datum.	Stern.	Ocularstellung.	Temperatur.	
1889 Jan. 22.	α Piscium	8.691	- 6.5	
Febr. 3.	α Piscium	8.656	- 5.1	
Febr. 12.	α Piscium	8.791	-13.5	
März 6.	λ Triang.	8.558	- 9.1	
März 22.	90 Leonis	8.527	- 3.3	
April 7.	90 Leonis	8.540	+ 5.3	
April 17.	γ Leonis	8.550	+ 2.1	
Mai 1.	γ Leonis	8.522	+13.3	
Mai 4/5.	ε Lyrae	8.484	+13.8	
Mai 9/12.	ε Lyrae	8.543	+12.8	$\Sigma(vv) = 0.1251.$
Juni 5.	ε Lyrae	8.490	+18.9	
Juni 25.	ζ Aquarii	8.422	+12.2	
Juli 4.	δ Serp.	8.576	+12.2	
Juli 31.	ζ Aquarii	8.686	+ 9.4	
Aug. 25.	ζ Aquarii	8.662	+ 9.2	
Octob. 30.	α Piscium	8.749	+ 4.3	
Nov. 11.	ζ Aquarii	8.562	+ 2.4	
1890 Jan. 31.	γ Leonis	8.785	-10.5	
Febr. 2.	α Piscium	8.737	- 5.6	
Febr. 10.	γ Leonis	8.704	- 8.6	

Normalgleichungen: $0 = +12.235 + 20.0 N_0 + 53.70 K$
 $0 = +19.378 + 53.70 N_0 + 1975.59 K.$

Hieraus folgt: $N_t = N_0 + t^\circ K = 8.6315 - 0.00736 t^\circ$
 ($\pm 0.0180 \quad \pm 0.00194$ Mittl. Fehler).

1890 März 30.	γ Leonis	8.532	+ 8.2	
April 4.	γ Leonis	8.600	+ 5.2	
Mai 7.	γ Leonis	8.545	+11.7	
Mai 8.	γ Leonis	8.492	+15.1	
Juni 25.	δ Serp.	8.580	+18.8	Aus beiden Gruppen: $\Sigma(vv) = 0.1579.$
Octob. 10.	ζ Aquarii	8.690	- 2.0	
Nov. 8.	11 Monoc.	8.693	+ 0.7	
Dec. 9.	α Piscium	8.719	- 6.0	
Dec. 15.	α Piscium	8.890	-12.5	
Dec. 31.	α Piscium	8.821	-10.8	

Normalgleichungen $\left\{ \begin{array}{l} 0 = +18.797 + 30.0 N_0 + 74.10 K \\ 0 = +21.730 + 74.10 N_0 + 2864.79 K. \end{array} \right.$

Hieraus folgt: $N_t = N_0 + t^\circ K = 8.6493 - 0.00921 t^\circ$
 ($\pm 0.0134 \quad \pm 0.00145$ Mittl. Fehler).

Aus den Beobachtungen bis zum Februar 1890 findet sich, wenn N_t die Normalstellung des Oculars bei zusammengeschaubtem Objectiv für die Temperatur von $t^\circ C.$, N_0 dieselbe für $0^\circ C.$ und K der Temperaturfactor bedeutet:

$$N_t = N_0 + t^\circ K. \quad K = 8.6315 - 0.0074 t^\circ$$

in Theilen der Skala des Ocularauszuges.

Die mittleren Fehler der beiden Konstanten ergeben sich zu resp.

$$\pm 0.0180 \text{ und } \pm 0.0019.$$

Nimmt man alle Beobachtungen zusammen, so erhält man:

$$N_1 = 8.6493 - 0.0092 t^{\circ}$$

und als mittlere Fehler resp. ± 0.0134 und ± 0.0015 .

Die dieses Element betreffenden Angaben von Geh. Rath Auwers lauten:

$$N_1 = N_0 - 0.0117 t^{\circ},$$

ebenfalls noch nahe mit meinen Werthen übereinstimmend.

Das ist also eine Uebereinstimmung, wie man sie mit Rücksicht auf die mittleren Fehler nicht besser verlangen kann. Es kann daher angenommen werden, dass sowohl im optischen Apparate des Instruments, als auch mit dem Auge des Beobachters im Verlauf meiner Messungen keine Veränderungen von Belang eingetreten sind. Allerdings sind ja im zweiten Falle die Gleichungen, welche die erste Gruppe bilden, auch in überwiegender Anzahl mit inbegriffen, doch sind immerhin über ein Drittel der Gesammtheit neue Bestimmungen hinzugekommen, die, wenn ihnen andere Konstanten entsprächen, einen ausgesprochenen Einfluss gehabt haben würden. —

Für die Reduction der Plejadendistanzen ist die zuletzt gegebene Form der Reduction auf 0° zur Anwendung gelangt. Ausser diesen einfachen Focaleinstellungen sind, wie schon erwähnt, noch solche gemacht worden, bei denen die Verbindungslinie der beiden Componenten „vertical“ stand, um so eventuell einen von einem gewissen Astigmatismus herrührenden Unterschied in den Focaleinstellungen zu ermitteln. Die erhaltenen Einstellungen sind die folgenden (auf gleiche Temperatur reducirt):

Verbindungslinie:	„horizontal“	„vertical“	horizt. — vert.
	mm ^{*)}	mm	mm
1889 April 17.	8.635	8.602	+0.033
Juni 5.	8.475	8.428	+0.047
Aug. 25.	8.654	8.671	-0.017
1890 Mai 7.	8.500	8.465	+0.035
Mai 8.	8.562	8.462	+0.100
Octob. 20.	8.808	8.645	+0.163
Nov. 8.	8.720	8.665	+0.055
1891 Febr. 23.	8.712	8.740	-0.028
			mm
			Mittel +0.048

Wenn dieser Werth auch als ein sehr unsicherer bezeichnet werden muss, so ist er doch immerhin von einiger reellen Bedeutung, da er nahezu das vierfache des mittleren Fehlers der Konstanten der Focaleinstellungen erreicht. —

*) Die Ocularscala ist in $\frac{1}{10}$ mm getheilt, sodass an Stelle der „partes“ hier gleich „mm“ gesetzt worden ist.

Für die nachfolgenden Messungen kommt er aber nicht in Betracht, da diese alle bei horizontaler Richtung der Verbindungslinie der beiden Sterne gemacht sind. Dieselben haben also hier nur ein physiologisches Interesse*).

Auszug aus den Messungen der Distanz von Doppelsternen bei verschiedener Lage der Verbindungslinie der Componenten.

Stern.	Lage der Verbindungslinie.		Differenz.
	„Horizontal“.	„Vertical“.	H. — V.
	R.	R.	R.
γ Arietis	0.9642	0.9380	+0.0262
	0.9493	0.9376	+0.0117
32 Eridani	0.7758	0.7798	—0.0040
40—41 Draconis	2.2532	2.2152	+0.0380
100 Herculis	1.5808	1.5412	+0.0396
	1.5986	1.5258	+0.0728
4 Draconis	3.4150	3.4619	—0.0469
23 Orionis	3.6116	3.5995	+0.0121
ν ¹ ν ² Draconis	3.4534	3.4435	+0.0099
ξ Lyrae	2.4330	2.4554	—0.0224
ξ Urs. maj.	1.5943	1.6404	—0.0461
	1.6192	1.6090	+0.0102
γ Delphini	1.2836	1.2725	+0.0111
δ Serpentis	(¹ / ₂) 0.6115	0.6105	+0.0010
	2.4114	2.4304	—0.0190
	2.4544	2.4237	+0.0307
κ ¹ Herculis	1.6646	1.6512	+0.0134
	(¹ / ₂) 0.8297	0.8752	—0.0455

Mittel +0.0052 = +0.094.

Es sind hier nur diejenigen Messungen ausgeführt, welche ohne Anbringung irgend welcher Reductionen sofort miteinander vergleichbar waren, da sie stets unmittelbar nacheinander angestellt wurden. —

Ebenso ist es mit der Untersuchung der Verschiebung des Focus bei verschieden weit auseinander geschraubten Objectivhälften. Diese Beobachtungen

*) Eine längere Reihe von Doppelsternmessungen, welche ich bei anderer Gelegenheit geben werde, sind auch in verschiedenen Lagen der Verbindungslinie der Componenten gemacht, um eine Untersuchung des Einflusses der Lagen der beiden Componenten auf die Distanz und Positionswinkel-Messungen zu ermöglichen. (Einige Resultate dieser Messungen füge ich hier bei.)

wurden in der Weise gemacht, dass die Schieberscalen, welche sich symmetrisch zur optischen Axe bewegen, nach einander für Objectiv I auf nahezu 30° , 60° , 90° , 125° , 160° , 190° und 220° gestellt wurden.

In diesen Stellungen wurden die Focaleinstellungen vorgenommen und zwar immer in symmetrischer Form, sodass etwaige Veränderungen mit der Zeit nach Möglichkeit stets eliminirt worden sind.

Die Beobachtungen sind auf beide Objectivhälften vertheilt, doch sind für die Untersuchung der Abhängigkeit alle Einstellungen auf die Objectivhälfte I reducirt mit dem aus sehr vielen Vergleichen abgeleiteten Werth der Differenz $I - II = +0.064$ mm; auch sind die folgenden Zahlen auf gleiche Temperatur gebracht.

Vergleichung der bei verschieden weit auseinander geschraubten Objectivhälften angestellten Focussirungen.

Datum Stern	1890					1891				
	Mai 4. ε Lyrae	Mai 5 ε Lyrae	Mai 9. ε Lyrae	Mai 12. ε Lyrae	Mai 24. ε Lyrae	März 30. γ Leonis	April 4. γ Leonis	Juni 8. δ Serp.	Juli 13. ζ Aquarii	
Einstellungen:	100 ^p	90 ^p	90 ^p	90 ^p	90 ^p	100 ^p	100 ^p	95 ^p	90 ^p	
zwischen 0 ^p u. dem Coincidenzpunkt	70	60	60	60	60	50	50	65	60	
zwischen dem Coin- cidenzpunkt und 240 ^p der Scalen	40	30	30	30	30	—	—	35	30	
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	
	0.587	0.569	0.329	—	0.305	0.220	0.255	0.210	0.314	
	0.460	0.232	0.203	0.241	0.079	0.072	0.149	0.109	0.191	
	0.263	0.026	0.153	0.029	0.056	—	—	0.059	0.083	
	(20	30	30	30	30	—	—	35	30	
	0.185)	0.004	0.084	0.067	0.087	—	—	0.084	0.070	
	50	60	60	60	60	—	50	65	60	
	0.009)	0.283	0.190	0.284	0.095	—	0.225	0.150	0.229	
	80	90	90	90	90	—	100	95	90	
	0.830)	0.467	0.406	—	0.353	—	0.379	0.196	0.320	

Auf diese Weise erhält man für die einzelnen Beobachtungstage die in obiger Tabelle angegebenen Zahlen, wobei die erste Columne den Abstand der Mitte der Objectivhälfte I von der optischen Axe des Fernrohres in Scalentheilen bedeutet, und die zweite Columne angiebt, um welchen Betrag das Ocular für die fragliche Distanz gegen diejenige verschoben werden musste, in der es sich bei Coincidenz der Objectivhälften befunden haben würde. — Werden diese Ocularstellungen für beide Seiten des Coincidenzpunktes gesondert ausgeglichen, um eine etwaige schiefe Stellung der Schieberführungen gegen die optische Axe zu constatiren, so erhält man, wenn als Coefficienten die Potenzen des Abstandes vom Coincidenzpunkt dividirt durch 100, d. h. des hundertsten Theiles der halben Distanz, $\left(\frac{r}{2} \cdot \frac{1}{100}\right)$ eingeführt werden, die folgenden Ausdrücke:

1. Ein der Distanz und deren Quadrat proportionales Glied:

$$\left. \begin{aligned} \text{Erste Lage gegen d. Coincidenzpunkt: } N_1 - N_2 &= \left(\frac{\frac{1}{2}r}{100}\right) \cdot 0.279 + \left(\frac{\frac{1}{2}r}{100}\right)^2 \cdot 0.091 \\ \text{Zweite „ „ „ „ } N_1 - N_2 &= \left(\frac{\frac{1}{2}r}{100}\right) \cdot 0.272 + \left(\frac{\frac{1}{2}r}{100}\right)^2 \cdot 0.110 \end{aligned} \right\} \sum [mm_2] = 0.382.$$

2. Ein der Distanz, deren Quadrat und deren Cubus proportionales Glied:

$$\left. \begin{aligned} \text{Erste Lage: } N_s - N_e &= \left(\frac{\frac{1}{2}r}{100}\right) 0.425 - \left(\frac{\frac{1}{2}r}{100}\right)^2 0.335 + \left(\frac{\frac{1}{2}r}{100}\right)^3 0.286 \\ \text{Zweite „ } N_s - N_e &= \left(\frac{\frac{1}{2}r}{100}\right) 0.335 + \left(\frac{\frac{1}{2}r}{100}\right)^3 0.034^* \end{aligned} \right\} \Sigma [nn_s] = 0.364.$$

3. Ein der Distanz und deren Cubus proportionales Glied:

$$\left. \begin{aligned} \text{Erste Lage: } N_s - N_e &= \left(\frac{\frac{1}{2}r}{100}\right) 0.308 + \left(\frac{\frac{1}{2}r}{100}\right)^3 0.064 \\ \text{Zweite „ } N_s - N_e &= \left(\frac{\frac{1}{2}r}{100}\right) 0.351 + \left(\frac{\frac{1}{2}r}{100}\right)^3 0.016 \end{aligned} \right\} \Sigma [nn_s] = 0.374.$$

Wie aus der Summe der übrig bleibenden Fehler ersichtlich ist, gewährt die zweite Form den besten Anschluss. Es ist bei ihr offenbar den zufälligen Fehlern mehr Rechnung getragen als wünschenswerth erscheint. Wie die beiden anderen Formen zeigen, ist eine wahrnehmbare Abweichung des Winkels zwischen Schieberichtung und optischer Axe von 90° sicher nicht vorhanden, und doch würde die zweite Form eine solche erkennen lassen. Im übrigen ist die wirkliche Verschiedenheit der 3 Formen nur eine sehr geringe, wenn man sie numerisch berechnet. Fasst man die beiden Formeln für jede Form einfach zum Mittel zusammen und berechnet mit diesen die an die Ocularstellungen anzubringenden Korrectionen, so erhält man folgende Tabelle, in welcher die erste Spalte die vorausgesetzte Distanz enthält, die 2^{te}, 4^{te} und 6^{te} die den entsprechenden Formeln gemäss an die Ocularstellung anzubringende Korrection, die 3^{te}, 5^{te} und 7^{te} aber die Anzahl der Sekunden, um welche eine Distanz von der betreffenden Grösse durch die entsprechende Ocularverschiebung geändert werden würde.

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
Distanz	Quad. Gl.		Quad. u. Cub. Gl.		Cub. Gl.	
R.	mm		mm		mm	
10	0.01	0.00	0.01	0.00	0.02	0.00
30	0.04	0.02	0.05	0.02	0.05	0.02
50	0.08	0.06	0.09	0.07	0.09	0.07
70	0.11	0.11	0.12	0.13	0.12	0.13
90	0.14	0.20	0.15	0.21	0.15	0.21
110	0.18	0.31	0.18	0.31	0.19	0.32
130	0.22	0.43	0.21	0.42	0.23	0.44
150	0.26	0.58	0.25	0.57	0.27	0.61
170	0.31	0.80	0.29	0.75	0.30	0.80
190	0.35	1.02	0.35	1.02	0.35	1.02

Die geringe Abweichung dieser 3 Reihen von einander zeigt, dass es im Resultat ganz gleichgültig sein würde, welcher man den Vorzug einräumt. Aus theoretischen Gründen dürften die 2. und 3. der ersten vorzuziehen sein; denn die anzubringende Korrection ist derart, dass man sie als eine der Reduction

*) Der Coefficient des cubischen Gliedes wird Null.

der Tangente auf den Bogen ähnliche ansehen kann. Hätte ich schliesslich meine Beobachtungen auf Grund dieser Untersuchungen corrigirt, so würde ich mich für die dritte Form entschieden haben, zumeist wegen der Einfachheit und auch deshalb, weil ein quadratisches Glied immerhin unwahrscheinlich ist. Es mag hier noch eine interessante Stelle aus dem Briefwechsel zwischen Gauss und Bessel eingeschaltet werden, welche sich ebenfalls auf die Ableitung dieser Korrection für unser Heliometer bezieht. Dieselbe lautet pag. 260. Göttingen. 6. Dez. 1817:

„ . . . Da die Voraussetzung, die gemessenen Winkel den Theilen der Scala proportional zu setzen, doch nur näherungsweise richtig ist, so habe ich nach den mir bekannten Halbmessern die Korrection gesucht, die dem Cubus des Winkels proportional und für einen Grad gleich $+0''.86$ ist . . .“

Es findet sich nirgends angegeben, welche Betrachtungen oder Messungen diesem Resultate zu Grunde liegen, doch war mir die Uebereinstimmung mit den obigen Werthen eine so nahe, dass ich die Mittheilung desselben hier nicht umgehen wollte, namentlich wenn man bedenkt, dass dasselbe gewiss auf ganz anderem Wege und mit Beeinflussung der Bildbeschaffenheit erhalten wurde.

§ 6.

Bevor ich nun auf die Ableitung der von mir zur Reduction der gemessenen Distanzen benutzten Daten übergehe, wie sie wegen nicht bestehender Proportionalität derselben mit den abgelesenen Scalenwerthen nöthig sind, sei hier noch auf einen anderen Punkt, welcher ebenfalls mit der Reduction wegen Focalstellung in engstem Zusammenhang steht, näher eingegangen. — Herr Geh. Rath Auwers warf nämlich die Frage auf, ob die bisher befolgte Methode der Reduction auf Normalstellung vermittelt der einfachen Reciproken der Brennweite des Objectivs richtig sei, oder ob nicht vielmehr auch dabei wie in vielen anderen Konstanten der Heliometer persönliche, physiologische Verschiedenheiten beständen. Auf diese Anregung hin wurde eine Reihe von Beobachtungen besonders zu diesem Zweck angestellt und zwar nicht nur hier in Göttingen, sondern auch an anderen Orten und an wesentlich verschiedenen Instrumenten. Das Resultat war, dass thatsächlich ein Einfluss der oben erwähnten Art sich nachweisen liess, und zwar sogar an den grossen Heliometern der neuesten Repsold'schen Construction. Die Gesammtheit dieser Resultate wird sicher an anderer Stelle von Herrn Geh. Rath Auwers selbst mitgetheilt werden, hier mögen nur die in Göttingen gefundenen Zahlen eine Stelle finden und zwar in extenso auch nur die auf den vorliegenden Fall Bezug habenden.

TRIANGULATION DER PLEJADENGRUPPE.

13

Distanzmessungen bei Verschiebung des Oculars in der Richtung der optischen Axe.

Datum.	Object.	Ocular-Stellung.	Normal-Stellung.	O. — N.	Ocular-Verschiebung.	Red. Abstand des Sternpaares.	Differenz im Sinne: Kleine Zahl d. Oc.-Schieb. — Grössere Zahl d. Oc.-Schieb.	Aenderung für 0.1 mm auf 100 ^R .
1890								
Janr. 31.	64—65 Gemin.	8.10	8.69	—0.59	mm	45.8497		
		8.75	8.69	+0.06	0.65	45.8420	+0.0077	+0.0026
		9.20	8.70	+0.50	0.44	45.8406	+0.0014	+0.0007
Febr. 1.	v ₁ v ₂ Cancri	8.75	8.68	+0.07		68.3934		
		8.20	8.68	—0.48	0.55	68.4229	+0.0295	+0.0078
Febr. 1.	63—64 Cancri	8.25	8.71	—0.46		54.5011		
		8.78	8.71	+0.07	0.53	54.4828	+0.0183	+0.0063
		9.25	8.71	+0.54	0.47	54.4656	+0.0172	+0.0067
Febr. 7.	64—65 Gemin.	8.70	8.66	+0.04		45.8323		
		8.00	8.66	—0.66	0.70	45.8620	+0.0297	+0.0098
März 4.	v ₁ v ₁ Cancri	8.10	8.68	—0.58		68.4592		
		8.70	8.68	+0.02	0.60	68.3881	+0.0711	+0.0178
		9.20	8.68	+0.52	0.50	68.3634	+0.0247	+0.0072
April 5.	de. Hydr.	9.15	8.57	+0.58		173.1878		
		8.65	8.57	+0.08	0.50	173.2336	+0.0458	+0.0053
		8.15	8.58	—0.43	0.51	173.3406	+0.1070	+0.0121
April 11.	62—63 Cancri	8.65	8.63	+0.02		54.4918		
		8.15	8.63	—0.48	0.50	54.5220	+0.0302	+0.0111
Juni 3.	* * Lyrae	8.05	8.54	—0.49		33.6865		
		8.80	8.55	+0.25	0.74	33.6672	+0.0193	+0.0078
Juni 4.	* * Hercul.	9.00	8.52	+0.48		78.8936		
		8.00	8.53	—0.53	1.01	78.9673	+0.0737	+0.0093
Juni 4.	ef. Cygni.	8.00	8.54	—0.54		126.3976		
		9.00	8.54	+0.46	1.00	126.2921	+0.1055	+0.0084

Die einzelnen Messungen finden sich in obiger Tabelle zusammengestellt und zwar sind dort an die gemessenen Distanzen alle Reductionen, soweit erforderlich, bis auf diejenige wegen Focalstellung angebracht. Die 3. Columne

enthält die jeweilige Focalstellung, die 4. Spalte den dazugehörigen Werth von N_0 , die 5. die Distanz $O-N_0$, die 6. die Gesamtverschiebung des Oculars wegen Temperatur corrigirt, die 7. die reducirte Distanz, die 8. die Differenz dieser Distanzen, welche der betreffenden Ocularverschiebung entspricht, die 9. diese Aenderung auf 0.1 Mill. und 100 Scalentheile reducirt. Diese unter sich gerade nicht besonders übereinstimmenden Werthe weiter discutirt, liefern, wenn man sie nach Gewichten, welche dem Produkt aus Distanz und Abweichung von der Normalstellung proportional genommen werden, vereinigt, für die Reduction einer Distanz auf Normalstellung auf 100 Scalentheile und 0.1 mm Focalunterschied berechnet 84.53 Einheiten der 4 Decimalen des Scalenwerthes. Die bisher angenommene, aus der reciproken Brennweite folgende, ist aber 86.72 derselben Einheiten, das Verhältniss beider zueinander also:

$$\frac{\text{Beobachtete Reduction}}{\text{Theoretische Reduction}} = 0.975.$$

Der Unterschied ist hier nur ein geringer zwischen den beiden Annahmen. Für die Reduction der Plejadenmessungen ist der Homogenität halber der beobachtete Werth angenommen, also die theoretische Reduction immer im Verhältniss von 1:0.975 verringert worden. —

Für das grosse Repsold'sche Heliometer finde ich z. B. diesen Faktor nur zu 0.886, also erheblich mehr abweichend von dem theoretischen, während Herr Professor Schur für das letztere Instrument 0.950 findet, obgleich gerade bei den Heliometern dieser Construction wegen der Cylinderführung der Objectivschieber von Hause aus auf eine viel bessere Uebereinstimmung sollte gerechnet werden können.

Vergleicht man noch die Zahlen, je nachdem das Ocular beim Messen dem Objectiv näher oder ferner stand, als es hätte der Fall sein sollen, so erhält man aus allerdings nur wenigen Messungen im ersteren Falle 0.0053 und im zweiten Falle 0.0104, während einige Messungen, bei denen diese Differenz theils vor, theils hinter die Normalstellung fällt, 0,0088 liefern. Doch sind, wie bemerkt, diese Zahlen so wenig verbürgt, dass ich für die Reduction von einem solchen Unterschied abgesehen habe.

Die bisher abgeleiteten Formeln für die Reduction der Messungen auf eine feste als Normalstellung bezeichnete Stellung des Oculars sind mit Ausnahme der letzten, wie schon bemerkt, in Folgendem nicht zur Verwendung gelangt, sondern es ist diese Reduction in unmittelbarem Zusammenhang mit der Ableitung des Werthes eines Scalentheiles der Objectivschieber gebracht worden, sodass auch die Mittheilung der gefundenen Resultate, sowie des Weges, der zu diesem geführt hat, hier am besten im Anschluss an die Bestimmung des Scalenwerthes selbst erfolgt. Vorher sind aber noch zwei Dinge des Näheren zu erörtern, nämlich die Verhältnisse des Mikrometer-Mikroskopes, welches zur Ablesung der Objectivscalens dient, und zwar bezüglich der Beschaffenheit der Mikrometerschraube und bezüglich des sogenannten Run's oder Ganges der Schraubenumdrehung.

§ 7.

Was den letzteren anbetriift, so ist eine Bestimmung desselben in angemessenen Zeitabschnitten und namentlich immer dann ausgeführt worden, wenn irgend welche Eingriffe in den Mechanismus des Instruments stattfanden. Die einzelnen Beobachtungen geschahen meist derart, dass an beiden Enden und in der Mitte der Scalen je ein Intervall von 10 Theilen vermittelst der Schraube gemessen worden ist. Nach Anbringung der Theilungsfehler gab dann die Differenz der Anzahl der Trommeltheile gegen die nominelle Anzahl der Scalentheile den fünffachen Run für ein Doppelintervall der Scala. Die in dem hier in Frage kommenden Zeitraum ausgeführten Bestimmungen lieferten die in folgender Tabelle gegebenen Resultate. Die Messungen sind demgemäss corrigirt worden.

Zusammenstellung der Run-Bestimmungen*).

Datum.	Temp.	Scala I.			Scala II.		
		(70)	(130)	(190)	(70)	(130)	(190)
1889 Febr. 26.	- 1°	+ 21	-	+ 74	+201	-	+243
Mai 23.	+16°	+247	-	+171	+153	-	+277
Mai 31.	+19°	-	+ 36	-	-	+140	-
Juli 31.	+ 9°	-	+171	-	-	+134	-
Aug. 6.	+14°	-	+107	-	-	+230	-
Sept. 5.	+11°	-	+ 68	-	-	+141	-
Dec. 27.	- 6°	+ 75	+ 28	+ 49	+125	+ 70	+ 96
1890 Febr. 2.	- 5°	- 21	-	+ 51	- 30	-	+ 7
Febr. 9.	- 5°	-102	-	+ 60	- 20	-	-111
Febr. 24.	+ 4°	- 64	-	+ 3	- 72	-	-140
März 18.	+ 9°	-151	-112	-165	-108	-132	-141
April 4.	+ 7°	-148	-	-106	-106	-	-112
April 14.	+ 4°	-126	-	-150	-102	-	-107
Juni 7.	+22°	+ 7	- 16	+ 14	+ 49	+ 45	+ 27
Juni 11.	+18°	-	- 83	-	-	- 37	-
Juli 18.	+23°	+ 40	+ 35	+ 65	+166	+109	+ 84
Aug. 1.	+16°	-	+ 34	-	-	+135	-
Octob. 21.	+ 6°	-154	-148	- 3	- 2	- 1	+ 15
Nov. 21.	+ 8°	-119	-151	-196	+ 5	- 83	+ 89
Dec. 19.	- 5°	-172	-140	- 57	- 57	- 65	- 73
1891 Jan. 3.	- 3°	- 53	- 92	- 70	+ 53	- 38	+ 58
März 19.	+ 5°	(-168)	- 81	- 53	+ 1	+ 5	+ 4
Mai 5./6.	+19°	-	-112	-	-	- 16	-

*) Zwischen den durch Querlinien getrennten Tagen sind nachweisbare Eingriffe in den Mechanismus des Instruments vorgekommen. —

Die Tafel giebt die Runkorrektion in Einheiten der vierten Decimale des Scalenerthes. ←

Ueber die Fehler der Mikrometerschraube ist nun folgendes zu bemerken. Von Beginn der Messungen bis zum 18. Mai 1890 war die alte Schraube im Mikroskop verblieben, obgleich dieselbe nicht unbedeutende periodische Fehler zu haben schien. Erst bei Diskussion der Instrumentaltemperatur des Helio-
meters machten sich die grossen Unbequemlichkeiten dieser bedeutenden periodischen Fehler recht fühlbar, sodass auf eine genaue Bestimmung derselben Bedacht genommen werden musste, denn es zeigte sich, dass die Benutzung der beiden um $1\frac{1}{2}$ Revolutionen von einander entfernten Fädenpaare die Fehler nicht in genügender Weise eliminirte, und dass auch an das Mittel aus beiden Fädenpaaren noch eine belangreiche Korrektion angebracht werden musste. (Es ist im Mikroskop im Februar 1888 eine Glasplatte mit recht hübsch eingerissenen Linien statt der sonst üblichen Fädenpaare angebracht, weil die Fäden sehr häufig schlaff werden).

Zum Zwecke der Untersuchung der Mikrometerschraube wurde am 28. Februar 1890 ein kleines Silberplättchen auf die eine Objectivscale aufgesetzt, welches zwei Strichpaare im Abstände von nahe 1.25 und 1.50 Revolut. trug. Vermittelst dieser Einrichtung wurden auf die bekannte Weise die periodischen Fehler der Schraube, wie es in nachstehender Tabelle angegeben ist, bestimmt.

1890. Febr. 28.
Periodische Fehler der Mikrometerschraube des Fraunhofer'schen Heliometers.

$u'-u$ (1.5)	$u'-u$ (1.25)	$\Delta = u'-u-f$	$\Delta' = u'-u-f$	$\Delta \sin(u+\frac{1}{2}f)$	$\Delta \cos(u+\frac{1}{2}f)$	$\Delta \sin(2u+f)$	$\Delta \cos(2u+f)$	$\Delta \sin(u+\frac{1}{2}f)$	$\Delta \cos(u+\frac{1}{2}f)$	$\Delta \sin(2u+f)$	$\Delta \cos(2u+f)$
0.0	1.4620	1.2398	-322	-93	-0.0322	-0.0006	-0.0012	+0.0322	-0.0066	-0.0066	-0.0093
0.1	1.4562	2400	-380	-91	-312	+218	+356	+131	-90	14	-29
0.2	1.4675	2312	-267	-179	87	+252	165	-210	160	81	144
0.3	1.4878	2180	-64	-311	+19	+61	-36	53	-142	277	253
0.4	1.5132	2380	+190	-111	-151	+115	183	-53	17	110	34
0.5	1.5322	2680	+380	-189	-380	-7	14	380	-133	-134	189
0.6	1.5255	2815	+313	+324	-257	+179	-224	-108	320	52	102
0.7	1.5192	2682	+250	+192	82	+237	155	+198	-171	87	155
0.8	1.4995	2575	+53	+84	+15	+51	30	+44	38	75	68
0.9	1.4790	2490	-152	-1	-121	+92	146	+42	0	1	0
Mittel	1.4942	1.2491			-0.1678	+0.0778	+0.0105	-0.0067	-0.1103	+0.0363	+0.0309

$f(1.5) 177^\circ 54'.6 \frac{1}{2}f$ 88° 57'.3
 $f(1.25) 89 40.4 \frac{1}{2}f$ 44 50.2

$10\alpha \sin(\frac{1}{2}f) = \Sigma(u'-u-f) \sin(u+\frac{1}{2}f)$	$10\alpha = -0.1678$	$7.050\alpha = -0.1103$	$149.70\alpha = -1.6780 - 0.7776 = -2.4556$
$10\beta \sin(\frac{1}{2}f) = -\Sigma(u'-u-f) \cos(u+\frac{1}{2}f)$	$10\beta = -0.0778$	$7.050\beta = -0.0363$	$149.70\beta = -0.7780 - 0.2559 = -1.0339$
$10\alpha' \sin f = \Sigma(u'-u-f) \sin(2u+f)$	$0.364\alpha' = +0.0105$	$10\alpha' = +0.0309$	$100.13\alpha' = +0.0038 + 0.3090 = +0.3128$
$10\beta' \sin f = -\Sigma(u'-u-f) \cos(2u+f)$	$0.364\beta' = +0.0067$	$10\beta' = +0.0468$	$100.13\beta' = +0.0024 + 0.4680 = +0.4704$

Corrigirte Ablesung = $u - 0.01640 \cos u - 0.00691 \sin u$
 $+ 0.00312 \cos 2u + 0.00470 \sin 2u.$

1890. Juni 24.

Periodische Fehler der neuen Mikrometerschraube des Fraunhofer'schen Heliometers.

$w-u$ (1.25)	$w-u$ (1.25)	$\Delta = w-u-f$	$\Delta' = w-u-f$	$\Delta \sin(u+\frac{1}{2}f)$	$\Delta \cos(u+\frac{1}{2}f)$	$\Delta \sin(2u+f)$	$\Delta \cos(2u+f)$	$\Delta \sin(u+\frac{1}{2}f)$	$\Delta \cos(u+\frac{1}{2}f)$	$\Delta \sin(2u+f)$	$\Delta \cos(2u+f)$
0.0	1.5188	1.2800	+0.0001	+0.0008	+0.0001	-0.0000	-0.0001	+0.0006	+0.0005	+0.0008	-0.0002
0.1	1.5200	1.2818	-11	-10	-8	+7	+11	+10	-1	-	+10
0.2	1.5180	1.2780	+9	+28	+2	-9	-4	+8	-	-	+1
0.3	1.5205	1.2778	-16	+30	+6	+15	+11	+12	-	-	+25
0.4	1.5175	1.2818	+14	-2	+12	-8	-13	+6	-	-	+20
0.5	1.5218	1.2810	-29	-2	+29	-17	+3	+29	-	-	+1
0.6	1.5170	1.2832	+19	-24	-15	+12	-19	+4	-	-	+2
0.7	1.5132	1.2845	+57	-37	-14	+55	+28	+50	-	-	+3
0.8	1.5208	1.2785	-19	+23	+7	-18	+13	+14	-	-	+33
0.9	1.5210	1.2818	-21	-10	-18	-11	-19	+9	-	-	+16
Mittel	1.5189	1.2808	-	-	-0.0036	+0.0026	-0.0073	+0.0120	-0.0078	-0.0044	+0.0032

f 186° 48'.0 101° 5'.0
 $\frac{1}{2}f$ 93 24.0 50 32.0

$10 \alpha \sin(\frac{1}{2}f)$	$= \Sigma(w-u-f) \sin(u+\frac{1}{2}f)$	10α	$= -0.0036$	$7.72 \alpha'$	$= +0.0078$	159.60α	$= -0.0360 + 0.0602$	$= +0.0242$
$10 \beta \sin(\frac{1}{2}f)$	$= -\Sigma(w-u-f) \cos(u+\frac{1}{2}f)$	10β	$= -0.0026$	$7.72 \beta'$	$= +0.0044$	159.60β	$= -0.0260 + 0.0340$	$= +0.0080$
$10 \alpha' \sin(f)$	$= \Sigma(w-u-f) \sin(2u+f)$	$1.19 \alpha'$	$= +0.0073$	$9.81 \alpha'$	$= -0.0082$	$97.65 \alpha'$	$= +0.0086 - 0.0314$	$= +0.0228$
$10 \beta' \sin(f)$	$= -\Sigma(w-u-f) \cos(2u+f)$	$1.19 \beta'$	$= +0.0120$	$9.81 \beta'$	$= +0.0064$	$97.65 \beta'$	$= +0.0143 + 0.0628$	$= +0.0771$

Corrigirte Ablesung = $u + 0.0002 \cos u + 0.0001 \sin u$
 $-0.0002 \cos 2u + 0.0008 \sin 2u.$

Diese Untersuchungen erstreckten sich stets nur auf diejenigen 2—3 Gänge der Schraube, welche ausschliesslich bei den Messungen benutzt wurden. Da sich die bedeutende Grösse der Correctionen aus dem erlangten Ausdruck:

$$\begin{aligned} \text{Corrigirte Ablesung} &= \text{Wirkliche Ablesung} \\ &- 0.01640 \cos u - 0.00691 \sin u \\ &+ 0.00312 \cos 2u + 0.00470 \sin 2u \end{aligned}$$

sofort ergab, ward beschlossen, diese Schraube, sobald es ohne allzu grosse Beeinträchtigung der Beobachtungen der Plejaden geschehen könne, gegen eine andere, bessere auswechseln zu lassen.

Es wurde demzufolge das Mikroskop im Mai nach Hamburg gesandt, wo durch Repsold eine neue Schraube eingesetzt worden ist. Nachdem das Mikroskop wieder hierher gelangt war, nahm ich sofort eine Untersuchung der neuen Schraube vor. Die bezüglichen Messungen giebt die Tabelle auf pag. 18 in extenso. Eine Vergleichung der beiden Schrauben ist in graphischer Form auf angefügter Tafel gegeben.

Das erlangte Resultat für die neue Schraube ist:

$$\begin{aligned} \text{Corrigirte Ablesung} &= \text{Wirkliche Ablesung} \\ &+ 0.0002 \cos u + 0.0001 \sin u \\ &- 0.0002 \cos 2u + 0.0008 \sin 2u. \end{aligned}$$

Die Fehler der neuen Schraube sind also nur klein, sodass schon eine Ablesung an einem Fädenpaar ohne Rücksicht auf dieselben benutzt werden könnte. Es ist aber doch auch in der Folge stets die Ablesung an beiden Fädenpaaren in der Art erfolgt, dass mit dem einen Paare bei Einstellung der Distanz im Sinne der Bewegung des Uhrzeigers, mit dem anderen Paare bei der in entgegengesetzter Richtung erfolgten Distanzmessung gemessen wurde.

§ 8.

Coincidenz der Objectivhälften.

Die Coincidenz der Objectivhälften, resp. die aus einer etwaigen Abweichung derselben entstehenden Correctionen der Distanzen sind unter steter Controle geblieben, obgleich ein Einfluss der Nichtübereinstimmung der optischen Axen beider Objectivhälften nur bei zwei Distanzen, nämlich denen zwischen den Sternen *f* u. *h* und *k* u. *l* der Plejadengruppe von erheblichem Einfluss hätte werden können. Bei diesen beiden Distanzen sind stets die entsprechenden Positionswinkel mit abgelesen worden, sodass eine unmittelbare Bestimmung der etwa anzubringenden Correction erlangt wurde, welche auch erforderlichen Falls Verwendung fand. Im Uebrigen ergeben sich die jeweiligen Entfernungen der Objectivhälften aus gleichzeitig ausgeführten Doppelsternmessungen mit zur Controle ihrer Kleinheit völlig genügender Genauigkeit. Es wurde daher von

einem Verfahren, wie es Battermann vorschlägt*), abgesehen, zumal meiner Meinung nach ein solches indirectes Vorgehen keine grosse Gewähr für Zuverlässigkeit bieten kann.

§ 9.

Ableitung des Scalenwerthes und des Einflusses der Temperatur auf denselben, sowie dessen Abhängigkeit von der Grösse der gemessenen Distanz.

Ehe wir zur Bestimmung des Scalenwerthes selbst schreiten, wollen wir zunächst den zweiten Punkt, nämlich den Einfluss der Temperatur auf denselben erörtern, zumal schon in den früheren Capiteln hierher verwiesen wurde und weil auch diese Bestimmung sich ohne Kenntniss des absoluten Werthes eines Scalentheiles ausführen lässt. Zur Ermittlung des Temperaturcoefficienten hat ein Theil der Plejadendistanzen selbst das erforderliche, wenn auch gerade nicht sehr umfangreiche, so doch völlig in dem Rahmen der zu behandelnden Triangulation gelegene Material geliefert. Die Discussion dieser Messungen, sowie deren Vergleichung mit früheren Bestimmungen dieses Elementes, werden zu einem befriedigenden Werthe desselben führen, zumal ja eine directe Ursache für die Veränderung des Temperaturcoefficienten für ein und dasselbe Instrument im Laufe der Zeit nicht abzusehen ist.

Eine theoretische Bestimmung der in Rede stehenden Grösse werde ich nicht ausführen, da dieser Versuch schon häufig gemacht worden ist, aber immer der auf diesem Wege erlangte Werth derselben schliesslich bei der Reduction nicht zur Verwendung gelangte. Es geschah dieses selbst dann nicht, wenn er mit Hilfe der verschiedenen physikalischen Annahmen über die Beschaffenheit der das Instrument in seiner Gesamtheit zusammensetzenden Materialien zu einer nahen Uebereinstimmung mit den direct gefundenen Zahlen führte.

Ich habe zum Zwecke der Ableitung des Temperaturcoefficienten die Distanzen $\eta-f$; $\eta-b$, $\eta-d$ und $g-e$ benutzt, da dieselben einestheils sehr häufig und dann auch bei möglichst verschiedenen Temperaturen gemessen wurden. Es kamen im Ganzen 33 Distanzen zu diesem Zwecke zur Verwendung; dieselben wurden wegen aller bisher erörterten Einflüsse corrigirt und sodann gemeinsam in Bezug auf Temperaturänderung ausgeglichen. Von einer speciellen Mittheilung der Messungen werde ich absehen, da dieselben später doch sämmtlich im Zusammenhange mit den übrigen Distanzen gegeben werden müssen. An dieser Stelle will ich nur die aus den 33 Bedingungsgleichungen folgenden Normalgleichungen aufführen und das aus diesen folgende Resultat.

*) Astron. Nachr. Bd. 122. pag. 364.

Die Normalgleichungen sind :

$$\begin{array}{rcccccc}
 +13.00x_1 & 0 & 0 & 0 & + & 7.80y = + & 91.08 \\
 0 & +10.0x_2 & 0 & 0 & + & 0.84y = + & 76.73 \\
 0 & 0 & +5.0x_3 & 0 & - & 2.29y = + & 25.44 \\
 0 & 0 & 0 & +5.0x_4 & - & 4.88y = + & 30.89 \\
 +7.80x_1 + & 0.84x_2 - & 2.29x_3 - & 4.88x_4 + & 1601.49y = + & 121.98,
 \end{array}$$

worin x_1, x_2, x_3, x_4 die resp. Distanzen $\eta-f$; $\eta-b$; $\eta-d$ und $g-e$ Plej. und y der gesuchte Temperaturcoefficient sind. Die Werthe der ersten 4 Unbekannten $x_1 = 77.6697$, $x_2 = 119.6767$; $x_3 = 61.8012$; $x_4 = 40.2624$ haben hier keine weitere Bedeutung, da sie später doch in anderer Weise aus der Gesamtausgleichung folgen.

Für die Correction der Distanzen wegen Wärme (y) findet sich aus diesen 5 Gleichungen der Werth: -0.000645 ± 0.000207 für $1^\circ C.$ auf 100 Scalentheile bezogen, d. h. also eine Distanz von 100 Scalentheilen muss für je $1^\circ C.$ über Null um 0.000645 Scalentheile vermindert und für $1^\circ C.$ unter Null um ebensoviel vermehrt werden, um diejenige Anzahl von Scalentheilen zu bekommen, welche man, abgesehen von anderweitigen Correctionen, bei $0^\circ C.$ am Heliometer würde abgelesen haben.

Wie der wahrscheinliche Fehler zeigt, ist die Sicherheit des Wärmefactors keine sehr grosse, denn er selbst ist nur etwa 3mal grösser als sein wahrscheinlicher Fehler. Aus diesem Grunde habe ich auch die früheren Bestimmungen dieses Elements, soweit sie mir zugänglich, noch in Betracht gezogen.

Die in Rede stehenden Bestimmungen sind:

Aus einer Vergleichung der von mir im Jahre 1889 gemessenen Hydradistanzen (vergl. pag. 32) findet sich (in Einheiten der IV. Decimale)

$$7.79 \pm 3.5$$

Nach der hier geführten Ausgleichung

$$6.45 \pm 2.1$$

Nach Angabe von Herrn Geh. Rath Auwers (Venusdurchgänge)

$$6.45 \left\{ \begin{array}{l} \text{wahrscheinlich sehr} \\ \text{hohes Gewicht} \end{array} \right.$$

Nach älteren Strassburger Beobachtungen

$$8.66 \pm 1.1.$$

Ich habe, trotzdem der 1. und 4. Werth erheblich höher ist, doch nicht Anstand genommen, den für die Reduction der Plejadendistanzen benutzten Werth zu rund 6.5 anzusetzen, einmal weil der 3. Werth auf einer ausgedehnten Discussion des Gesamtmaterials beruht und zweitens weil der 2. Werth von genau demselben Betrage wie der 3. ist und dem zu reducirenden Material selbst entstammt, somit also die Homogenität der ganzen Rechnung am besten gewahrt bleibt. Ausserdem würde bei einer Temperatur von 20° und der grössten vorkommenden Distanz von 175 Scalentheilen der Unterschied zwischen den Annahmen von 6.5 und 8.5 des Temperaturfactors erst eine Veränderung der Reduction von etwa 0'.014 hervorbringen; also eine Grösse, welche weit unterhalb der Messungsfehler liegt.

Nachdem nun auch die Frage nach der Aenderung der gemessenen Distanzen mit der Temperatur im Vorstehenden erörtert ist, werde ich zur Ableitung des Scalenwerthes selbst schreiten. Wie schon früher erwähnt, schliesst diese Untersuchung auch gleichzeitig die Abhängigkeit des Scalenwerthes von der Grösse der gemessenen Distanz mit ein. Ich glaube, dass dieser Weg in mancher Hinsicht dem, welcher auf Grund der früheren Betrachtungen hätte eingeschlagen werden können, vorzuziehen ist. Namentlich deshalb, weil derselbe mit den wirklichen Distanzmessungen auf das engste verknüpft ist.

Bisher hat man fast ausschliesslich eine Reihe von grossen Bögen am Himmel gemessen, deren Endpunkte von Sternen in der Weise gebildet werden, dass sich die 5 oder 6 Sterne nahezu in einem grössten Kreise befinden und immer ein Bogen nahezu in der Fortsetzung des anderen liegt. So erhielt man durch Messen der 4. oder 5. Intervalle und durch deren Aneinanderreihen, eventuell mit Reduction auf den durch die beiden äusseren Sterne gelegten grössten Kreis mittelst der berechneten Positionswinkel, einen gemessenen Werth zwischen den beiden äussersten Sternen des ganzen Bogens. Diese beiden Sterne sind dann durch möglichst genaue Meridianbeobachtungen festgelegt worden. (Allerdings ist das auch mit den dazwischen liegenden Sternen geschehen, doch spielte hier die absolute Position keine grosse Rolle, da dieselbe nur zur Herleitung der Reduction auf den grössten Kreis direct erforderlich war, während der Einfluss auf den Scalenwerth erst in zweiter Linie stattfand und sich ein etwaiger Fehler zum grössten Theil durch die Aneinanderreihung der Bögen wieder eliminirte.) Ermittelt man nun durch eine sphärische Rechnung den Winkelabstand der beiden äussersten Sterne und vergleicht man mit dieser Zahl die Anzahl der Scalentheile, welche die Heliometermessungen gehörig reducirt für denselben Bogen geben, so gelangte man zu einem Werth des Scalentheils, welcher um so genauer wurde, je grösser der gemessene Bogen und je genauer die beiden Endsterne desselben festgelegt waren. Auf diesem Wege sind früher alle Scalenwerthbestimmungen, soweit sie auf Messungen am Himmel beruhen, erlangt worden. Im Grossen und Ganzen ist dieser Gang auch hier beibehalten worden, nur bin ich, wie es auch schon anderweit geschehen ist, insofern von demselben abgewichen, dass ich die einzelnen Bögen der grössten Kreise nicht aneinander gereiht habe, um so die zwischenliegenden Sterne zu eliminiren, sondern ich habe die einzelnen Bögen, jeden für sich, mit den aus den Meridianbeobachtungen folgenden Distanzen der sie begrenzenden Sterne verglichen. — Durch dieses Vorgehen giebt man den Vortheil der Elimination der Fehler der zwischenliegenden Sterne nicht auf, aber man bleibt von den berechneten Positionswinkeln unabhängig und macht die Einzelheiten der Messungen noch leichter controlirbar und übersichtlicher.

Die für diese Arbeit benutzten grössten Kreise sind zunächst der sogenannte Cygnuskreis und der Hydrakreis, beide aus je 5 Distanzen resp. 6 Sternen bestehend, welche zum Zwecke der Benutzung bei den Messungen der Venusexpeditionen ausgesucht worden waren und seitdem für alle Heliometermessungen

von fundamentaler Bedeutung geworden sind. Ausser diesen beiden Bögen habe ich noch die Distanzen $\eta-b$ und $\eta-f$ Plejadum, welche auch schon zur Bestimmung des Temperaturfactors im wesentlichen benutzt worden sind, und das Sternpaar $\alpha^1\alpha^2$ Capricorni zur Ableitung des Scalenwerthes herangezogen. Die drei letzten Bögen namentlich deshalb um den mit der Distanz selbst veränderlichen Theil des Scalenwerthes direct aus Distanzmessungen ableiten zu können, welchen Weg ich nach den oben schon auseinandergesetzten Gründen für den rationellsten halten muss. — Was die Ausführung der hier in Betracht kommenden Messungen betrifft, so sind sie ebenso erhalten, wie die Plejadendistanzen selbst. Sie erstrecken sich auch über denselben Zeitraum, sodass sie mit den letzteren in innigem Zusammenhange stehen und auch wirklich dem Zustande des Instruments entsprechen, in welchem sich dieses während der Plejadentriangulation befand. Ich lasse hier die in Rede stehenden Messungen folgen, soweit sie sich auf den Cygnus- und Hydrakreis und auf α Capricorni beziehen, während die Plejadendistanzen später im Zusammenhange mitgetheilt werden.

Die Ausmessung des Cygnus- und des Hydrakreises wurde sowohl in dem Jahre 1889 als auch 1890*) vorgenommen, während $\alpha^1\alpha^2$ Capricorni nur 1889 gemessen worden ist.

Die folgenden Tabellen geben die Messungen in extenso mit allen nöthigen Reductionsdaten und es ist den einzelnen Columnen wohl kaum noch eine Erläuterung hinzuzufügen.

Messungen des Cygnuskreises von 1889.

Datum.	Axe	Object.	St. Zt.	Inst.-Temp.	Oc.-St.	N.-St.	O.-N.	Ge-messene Distanz.	Refr.	Aberr.	Foc.	Temp.	Abstand	Red. auf 1890.0.	Red. Abstand	Epoche
Mai 6.	<i>f</i>	<i>a-b</i>	^h 16 49	^m +12.0	8.40	8.54	-0.14	132.0134	+400	+52	-156	-103	132.0327	-6	132.0321	1889.35
" 13.			15 50	12.0	8.35	8.54	- 19	0170	460	55	-212	-103	0370	-6	0364	37
" 24.			16 54	15.0	8.38	8.51	- 13	0210	389	57	-145	-129	0382	-6	0376	40
Juni 19.			16 1	12.5	8.60	8.53	+ 7	0082	445	57	+ 78	-108	0554	-5	0549	47
" 19.			16 38	12.0	8.60	8.54	+ 6	9807	390	57	+ 67	-103	0218	-5	0213	47
" 21.			16 24	14.0	8.60	8.52	+ 8	9777	416	57	+ 89	-120	0219	-5	0214	47
" 26.			17 49	16.0	8.40	8.50	- 10	0226	371	56	-112	-137	0404	-5	0399	49
													132.0353		132.0348	1889.43
Mai 6.	<i>f</i>	<i>b-c</i>	16 24	+13.0	8.40	8.53	-0.13	106.9149	+332	+41	-118	- 90	106.9314	+6	106.9320	1889.35
" 13.			16 21	11.0	8.35	8.55	- 20	9269	337	44	-181	- 76	9393	+6	9399	37
" 24.			17 25	15.0	8.38	8.51	- 13	9260	298	46	-118	-104	9382	+6	9388	40
Juni 18.			16 36	13.0	8.40	8.53	- 13	9245	327	46	-118	- 90	9410	+5	9415	46
" 19.			17 29	11.0	8.60	8.55	+ 5	9043	304	46	+ 45	- 76	9362	+5	9367	47
" 21.			16 52	14.0	8.60	8.52	+ 8	8947	314	46	+ 72	- 97	9278	+5	9283	47
" 26.			17 9	17.0	8.40	8.49	- 9	9463	308	44	- 81	-118	9616	+5	9621	49
													106.9394		106.9399	1889.43
Mai 1.	<i>f</i>	<i>c-d</i>	15 41	+11.5	8.40	8.54	-0.14	122.7221	+500	+44	-145	- 92	122.7528	+1	122.7529	1889.33
" 6.			15 51	13.5	8.40	8.53	- 13	7032	481	46	-135	-107	7317	+1	7318	35
" 13.			16 50	10.5	8.35	8.55	- 20	7387	403	49	-207	- 84	7548	+1	7549	37
" 24.			17 46	15.0	8.38	8.51	- 13	7185	354	51	-135	-119	7336	+1	7337	40
Juni 18.			15 58	13.5	8.40	8.53	- 13	7122	470	51	-135	-107	7501	+1	7502	46
" 20.			16 14	13.5	8.60	8.53	+ 7	6873	439	51	+ 72	-107	7328	+1	7329	47
" 24.			16 13	14.0	8.60	8.52	+ 8	7026	444	50	+ 83	-111	7482	+1	7483	48
" 26.			16 33	19.0	8.40	8.48	- 8	7253	409	49	- 83	-151	7477	+1	7478	49
													122.7440		122.7441	1889.42

*) Spätere Messungen des Cygnuskreises aus dem Jahre 1891, welche bei der Reduction nicht mehr benutzt werden konnten, befinden sich mit den hier gegebenen Resultaten in guter Uebereinstimmung.

Datum.	Axe	Object.	St. Zt.	Inst.-Temp.	Oc.-St.	N.-St.	O.-N.	Ge-messene Distanz.	Refr.	Aberr.	Foc.	Temp.	Abstand	Red. auf 1890.0.	Red. Abstand	Epoche
Mai 1.	f	d-e	15 12 ^{h m}	+11.8 ^o	8.40	8.54	-0.14	104.1688	+491	+37	-123	-80	104.2013	-61	104.1952	1889.33
" 21.			16 40	15.0	8.60	8.51	+9	1880	346	42	+79	-101	2246	-56	2190	39
" 26.			16 41	11.5	8.40	8.54	-14	1811	344	43	-123	-78	1997	-54	1943	40
Juni 6.			18 35	13.5	8.45	8.53	-8	1747	294	44	-70	-91	1924	-52	1872	43
" 20.			16 43	13.0	8.60	8.53	+7	1810	343	43	+62	-88	2170	-48	2122	47
" 24.			16 42	13.0	8.60	8.53	+7	1429	347	42	+62	-88	1792	-47	1745	48
" 25.			17 31	13.0	8.60	8.53	+7	1577	314	42	+62	-88	1907	-47	1860	48
													104.2007		104.1955	1889.43
Mai 21.	f	e-f	17 8	+14.0	8.60	8.52	+0.08	126.3084	+406	+50	+85	-115	126.3610	+27	126.3637	1889.39
" 26.			17 12	11.5	8.40	8.54	-14	3248	399	51	-150	-94	3454	+27	3481	40
Juni 6.			17 46	14.3	8.45	8.52	-7	3146	379	52	-75	-117	3395	+25	3420	43
" 20.			17 17	12.8	8.60	8.53	+7	2966	398	51	+75	-105	3385	+24	3409	47
" 24.			17 21	11.5	8.60	8.54	+6	2920	397	50	+64	-94	3337	+23	3360	48
" 25.			16 39	13.5	8.60	8.53	+7	3090	453	50	+75	-111	3557	+23	3580	48
Juli 20.			18 25	12.5	8.40	8.53	-13	3308	360	38	-139	-111	3456	+20	3476	55
													126.3456		126.3480	1889.47

Messungen des Cygnuskreises von 1890.

Datum.	Axe	Object.	St. Zt.	Inst.-Temp.	Oc.-St.	N.-St.	O.-N.	Ge-messene Distanz.	Refr.	Aberr.	Foc.	Temp.	Abstand	Red. auf 1890.0.	Red. Abstand	Epoche
Mai 28.	f	a-b	16 21 ^{h m}	+8.5 ^o	8.50	8.57	-0.07	132.0239	+419	+49	-78	-73	132.0556	+4	132.0560	1890.41
Juni 20.			17 59	12.0	8.50	8.54	-4	0351	373	57	-45	-103	0633	+5	0638	47
" 25.			16 48	13.0	8.53	8.53	0	0134	401	56	0	-112	0479	+5	0484	48
Juli 12.			18 8	7.5	8.55	8.58	-3	0160	375	49	-33	-64	0487	+5	0492	53
" 28.			18 19	18.5	8.55	8.58	+7	0156	364	29	+78	-159	0468	+6	0474	57
" 29.			18 9	14.0	8.55	8.52	+3	0109	370	27	+33	-120	0419	+6	0425	58
													132.0507		132.0512	1890.51
Mai 28.	f	b-c	16 46	+8.0	8.50	8.58	-0.08	106.9209	+324	+37	-72	-56	106.9442	-4	106.9438	1890.41
Juni 1.			18 5	4.3	8.55	8.61	-6	9013	307	47	-54	-30	9283	-4	9279	42
" 25.			17 14	12.5	8.53	8.53	0	9093	310	44	0	-87	9360	-5	9355	48
Juli 12.			17 40	8.0	8.55	8.58	-3	9214	306	37	-27	-55	9475	-5	9470	53
" 16.			18 12	17.0	8.50	8.49	+1	9202	294	35	+9	-118	9422	-5	9417	54
													106.9397		106.9392	1890.48
Mai 28.	f	c-d	17 13	+7.0	8.50	8.59	+0.09	122.7498	+386	+42	-93	-56	122.7777	-1	122.7776	1890.41
Juni 1.			17 8	4.3	8.55	8.61	-6	7003	393	52	-62	-34	7352	-1	7351	42
" 25.			17 55	12.0	8.53	8.54	-1	7283	359	49	-10	-96	7585	-1	7584	48
Juli 10.			18 21	9.5	8.55	8.56	-1	7248	352	43	-10	-76	7557	-1	7556	52
" 14.			18 37	16.0	8.50	8.50	0	7534	343	41	0	-128	7790	-1	7789	54
													122.7612		122.7611	1890.47
Mai 28.	f	d-e	17 36	+6.5	8.50	8.59	-0.09	104.1613	+316	+35	-79	-44	104.1841	+37	104.1878	1890.41
Juni 1.			16 25	4.5	8.55	8.61	-6	1352	374	43	-53	-31	1685	+38	1723	42
" 25.			18 25	11.5	8.53	8.54	-1	1413	297	42	-9	-78	1665	+44	1709	48
Juli 10.			17 54	9.5	8.55	8.56	-1	1516	306	38	-9	-64	1787	+57	1844	52
" 14.			18 15	17.0	8.50	8.49	+1	1507	294	36	+9	-115	1731	+58	1789	54
													104.1742		104.1789	1890.47
Mai 28.	f	e-f	17 58	+6.0	8.50	8.59	-0.09	126.3266	+379	+41	-96	-49	126.3541	-18	126.3523	1890.41
Juni 1.			15 47	5.0	8.48	8.60	-12	2923	546	52	-128	-41	3352	-12	3333	42
Juli 10.			17 26	10.0	8.55	8.56	-1	2828	394	44	-11	-83	3172	-23	3149	52
" 14.			17 50	17.5	8.50	8.49	+1	3167	371	42	+11	-142	3449	-23	3426	54
" 4.			16 42	+12.0	8.00	8.54	-54	3636	439	52	-577	-97	(3453)	-19	(3434)	51
" 4.			17 9	12.0	9.00	8.54	+46	2612	408	52	+490	-97	(3465)		(3446)	
													126.3394		126.3374	1890.48

Messungen des Hydrakreises von 1889.

Datum.	Axe.	Object.	St. Zt.	Inst.-Temp.	Oc.-St.	N.-St.	O.-N.	Ge-messene Distanz.	Refr.	Aberr.	Foc.	Temp.	Abstand	Red. auf 1890.0	Red. Abstand	Epoche
März 3.	v	a-b	10 30 ^{h m}	-13.5 ^o	8.80	8.77	+0.03	133.8121	+1167	-73	+34	+118	133.9367	+10	133.9377	1889.17
April 6.	v		10 41	+5.5	8.50	8.60	-10	8694	1107	-118	-113	-48	9522	+9	9531	26
„ 23.	f		10 49	+9.8	8.55	8.56	-1	8637	1133	-127	-11	-85	9547	+9	9556	31
													133.9479		133.9488	1889.25
März 3.	v	b-c	11 3	-14.0	8.80	8.78	+0.02	118.2043	+836	-64	+20	+108	118.2943	+24	118.2967	1889.17
April 6.	v		10 14	-6.0	8.50	8.59	-9	2366	713	-104	-90	-46	2839	+22	2861	26
„ 23.	f		11 16	+9.0	8.55	8.57	-2	2001	798	-110	-20	-69	2600	+20	2620	31
													118.2794		118.2816	1889.25
März 4.	v	c-d	10 1	-13.3	8.80	8.77	+0.03	122.6212	+844	-74	+31	+106	122.7119	-10	122.7109	1889.17
„ 22.	v		11 55	-4.2	8.48	8.69	-21	6111	1159	-102	-218	+33	6983	-9	6974	22
April 23.	f		11 54	+7.5	8.55	8.58	-3	6155	1098	-125	-31	-60	7037	-8	7029	31
													122.7046		122.7037	1889.23
März 4.	v	d-e	10 37	-13.5	8.80	8.77	+0.03	173.0425	+951	-98	+44	+152	173.1470	-15	173.1455	1889.17
„ 22.	v		11 14	-3.5	8.48	8.68	-20	0518	950	-136	-293	+37	1078	-14	1064	22
April 24.	f		11 5	+8.5	8.55	8.57	-2	0692	888	-163	-29	-96	1292	-13	1279	31
													173.1280		173.1266	1889.23
März 4.	v	e-f	11 8	-13.8	8.80	8.77	+0.03	106.2686	+992	-61	+27	+95	106.3769	+7	106.3776	1889.17
„ 6.	v		10 35	-10.5	8.55	8.75	-20	2985	868	-64	-180	+73	3682	+7	3689	18
April 24.	f		11 44	+7.5	8.55	8.58	-3	2960	1107	-100	-27	-52	3888	+6	3894	31
													106.3779		106.3786	1889.22

Messungen des Hydrakreises von 1890.

Datum.	Axe.	Object.	St. Zt.	Inst.-Temp.	Oc.-St.	N.-St.	O.-N.	Ge-messene Distanz.	Refr.	Aberr.	Foc.	Temp.	Abstand	Red. auf 1890.0	Red. Abstand	Epoche
März 22.	v	a-b	10 54 ^{h m}	+3.7 ^o	8.70	8.62	+0.08	133.8619	+1182	-100	+91	-32	133.9760	-3	133.9757	1890.22
„ 29.			10 12	+13.7	8.40	8.52	-12	9329	1006	-108	-136	-119	9972	-3	9969	24
April 13.			10 26	+1.5	8.75	8.64	+11	8907	1075	-124	+124	-13	9969	-4	9965	28
													133.9900		133.9897	1890.25
März 22.	v	b-c	10 12	+4.0	8.70	8.61	+0.09	118.2151	+728	-90	+90	-31	118.2848	-7	118.2841	1890.22
April 3.			9 46	+6.2	8.45	8.59	-14	2283	716	-102	-139	-48	2710	-8	2702	26
„ 14.			10 30	+6.4	8.75	8.59	+16	2312	726	-109	+159	-49	3039	-9	3030	29
													118.2864		118.2858	1890.26
März 9.	v	c-d	10 5	-0.5	8.65	8.65	0.00	122.6289	+806	-82	0	+4	122.7017	+2	122.7019	1890.19
April 3.			10 38	+6.0	8.45	8.59	-14	6702	827	-114	-145	-48	7222	+3	7225	26
„ 14.			11 2	+6.0	8.75	8.59	+16	6394	868	-121	+166	-48	7259	+3	7262	29
													122.7166		122.7169	1890.25
Febr. 14.	v	d-e	11 2	-5.5	8.85	8.70	+0.15	173.0465	+943	-54	+220	+62	173.1636	+2	173.1638	1890.13
April 3.			11 27	+5.5	8.45	8.60	-15	0928	942	-149	-220	-62	1439	+5	1444	26
„ 5.			10 13	+9.0	8.65	8.57	+8	1008	868	-151	+117	-102	1740	+5	1745	26
													173.1605		173.1609	1890.22
Febr. 14.	v	e-f	10 33	-5.3	8.85	8.70	+0.15	106.3124	+839	-32	+135	+37	106.4103	-1	106.4102	1890.13
April 4.			10 0	+7.5	8.50	8.58	-8	3574	737	-93	-72	-52	4094	-2	4092	26
„ 15.			10 31	+10.2	9.20	8.55	+65	2924	789	-98	+585	-70	4130	-2	4128	29
													106.4109		106.4107	1890.23

Fehlerberechnung für Cygnus und Hydra.
 Cygnus. Hydra.

1889			1890			1889			1890		
B-R	(v)		B-R	(v)		B-R	(v)		B-R	(v)	
132.0321	- 27	729	132.0560	+ 48	2304	133.9377	-111	12321	133.9757	-140	19600
364	+ 16	256	638	+126	15876	531	+ 43	1849	969	+ 72	5184
376	+ 28	784	484	- 28	784	556	+ 68	4624	965	+ 68	4624
549	+201	40401	492	- 20	400	133.9488			133.9897		
213	-135	18225	474	- 38	1444						
214	-134	17956	425	- 87	7569						
399	+ 51	2601	132.0512								
<u>132.0343</u>											
106.9320	- 79	6241	106.9438	+ 46	2116	118.2967	+151	22801	118.2841	- 17	289
399	0	0	279	-113	12769	861	+ 45	2025	2702	-156	24336
388	- 11	121	355	- 37	1369	620	-196	38416	3030	+172	29584
415	+ 16	256	470	+ 78	6084	118.2816			118.2858		
867	- 32	1024	417	+ 25	625						
283	-116	13456	106.9392								
621	+222	49284									
<u>106.9399</u>											
122.7529	+ 88	7744	122.7776	+165	27225	122.7109	+ 72	5184	122.7019	-150	22500
318	-123	15129	7351	-260	67600	6974	- 63	3969	225	+ 56	3136
549	+108	11664	584	- 27	729	7029	- 8	64	262	+ 93	8649
337	-104	10816	556	- 55	3025	122.7037			122.7169		
502	+ 61	3721	789	+178	31684						
329	-112	12544	122.7611								
483	+ 42	1764									
478	- 37	1369									
<u>122.7441</u>											
104.1952	- 3	9	104.1878	+ 89	7921	173.1455	+189	35721	173.1638	+ 29	841
2190	+235	55225	723	- 66	4356	064	-202	40804	444	-165	27225
1943	- 12	144	709	- 80	6400	279	+ 13	169	745	+136	18496
2872	- 83	6889	844	+ 55	3025	173.1266			173.1609		
2122	+167	27889	789	0	0						
1745	-210	44100	104.1789								
1860	- 95	9025									
<u>104.1955</u>											
126.3637	+157	24649	126.3523	+138	19044	106.3776	- 10	100	106.4102	- 5	25
481	+ 1	1	333	- 52	2704	689	- 97	9409	092	- 15	225
420	- 60	3600	149	-236	55696	894	+108	11664	128	+ 21	441
409	- 71	5041	426	+ 41	1681	106.3786			106.4107		
360	-120	14400	434	+ 49	2401						
580	+100	10000	446	+ 61	3721						
476	- 4	16	126.3385								
<u>126.3480</u>											
418273			281552			189120			165155		

lg. (v)	5.62145		5.44956		5.27674		5.21789	
lg. (n-v) = lg. (36-5)	1.49136	(27-5)	1.34242	(15-5)	1.00000	(15-5)	1.00000	
	4.13009		4.10714		4.27674		4.21789	
M.F. 1 Beob. lg. $\sqrt{\frac{(v)}{m-v}}$	2.06504	$\pm 0.0116 =$	2.05357	$\pm 0.0113 =$	2.13837	$\pm 0.0138 =$	2.10894	$\pm 0.0129 =$
		± 0.208		± 0.203		± 0.247		± 0.230

Mittl. Fehler d. Mittels einer Distanz:

$\pm 0.0044 = \pm 0.078$	$\pm 0.0051 = \pm 0.091$	$\pm 0.0079 = \pm 0.141$	$\pm 0.0074 = \pm 0.132$
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

Zusammenstellung der Cygnus- und Hydra-Distanzen und deren Vereinigung zu Mitteln für die Epoche von 1890.0.

Cygnus.					Hydra.				
Epoche.	Abstand.	Red. auf 1890.0.	Abstand 1890.0.	Mittel.	Epoche.	Abstand.	Red. auf 1890.0.	Abstand 1890.0.	Mittel.
1889.43	R	(a-b)	132.0347	132.0330	1889.25	133.9479	(a-b)	133.9471	133.9686
1890.51	132.0353	-0.0006	0312		1890.25	9900	-0.0008	9902	
	0307	+ 5					+ 2		
1889.43	106 9394	(b-c)	106.9381	106.9394	1889.25	118.2794	(b-c)	118.2786	118.2828
1890.48	9397	-0.0013	9408		1890.26	2866	-0.0008	2869	
		+ 11					+ 3		
1889.42	122.7440	(c-d)	122.7454	122.7528	1889.23	122.7046	(c-d)	122.7047	122.7106
1890.47	7612	+0.0014	7601		1890.25	7166	+0.0001	7165	
		- 11					- 1		
1889.43	104.2007	(d-e)	104.1952	104.1870	1889.23	173.1280	(d-e)	173.1272	173.1440
1890.47	1742	-0.0055	1787		1890.22	1605	-0.0008	1608	
		+ 45					+ 3		
1889.47	126.3456	(e-f)	126.3488	126.3426	1889.22	106.3779	(e-f)	106.3787	106.3947
1890.48	3394	+0.0032	3365		1890.23	4109	+0.0008	4107	
		- 29					- 2		

Messungen von $\alpha^1 \alpha^2$ Capricorni.

Datum.	Axe	St. Zt.	Inst.-Temp.	Oc.-St.	N.-St.	O.-N.	Ge-messene Distanz.	Refr.	Aberr.	Foc.	Temp.	Abstand.	Red. auf 1890.0.	Red. Abstand.	v
1889 Juli 4.	f	h m	o	8.50	8.55	-0.05	21.0211	+186	+ 9	- 9	-15	21.0187	+11	21.0198	-122
" 9.	f	19 41	+15	8.50	8.51	- 1	0257	105	+13	- 2	-20	0235	+11	0246	- 74
" 22.	v	20 5	+ 9	8.45	8.57	- 12	0311	92	+18	-19	-20	0280	+10	0290	- 30
" 31.	v	19 3	+11.5	8.40	8.54	- 14	0348	140	+19	-25	-15	0308	+10	0318	- 2
Aug. 1.	v	19 40	+14	8.50	8.52	- 2	0478	106	+19	- 4	-19	0455	+10	0465	+145
" 8.	v	19 10	+11	8.50	8.55	- 5	0346	133	+20	- 9	-15	0322	+ 9	0331	+ 11
" 25.	f	22 18	+ 9	8.65	8.57	+0.08	0388	57	+18	+14	-12	0390	+ 8	0398	+ 78
														21.0320	

$m = \pm 0''.162 \quad M = \pm 0''.061.$

Die vorstehenden Tabellen geben die Zusammenstellung der Resultate und die Fehlerberechnung, um ein Urtheil über die erlangte Genauigkeit zu ermöglichen. Es zeigt sich dabei, dass die Fehler beim Cygnuskreis erheblich kleiner ausfallen, als beim Hydrakreis, was sich wohl genügend durch die tiefe Stellung des letzteren und auch durch die erheblich schwächeren Sterne, welche demselben als Endpunkte dienen, erklären lässt. In den beiden Jahren sind die Fehler von fast genau derselben Grösse, was um so mehr für obige Erklärung des Unterschiedes bei den beiden Bögen spricht.

Es ergeben sich für eine Messung einer Cygnusdistanz, einer Hydradistanz und der Distanzen $\alpha^1 \alpha^2$ Capricorni und der Plejaden die mittleren Fehler nach obigen Tabellen resp. zu:

	Cygnus	Hydra	$\alpha^1 \alpha^2$ Capric.	Plejaden
1889	$\pm 0''.208$	$\pm 0''.247$	± 0.162	} $\pm 0.157.$
1890	± 0.203	± 0.230	—	

Für das Mittel einer Distanz bestehend aus der nebengesetzten Anzahl von Einzeldistanzen:

1889	$\pm 0''.078$ (7)	$\pm 0''.141$ (3)	$\pm 0''.061$	} $\pm 0''.046.$
1890	± 0.091 (5)	± 0.132 (3)	—	

Ich habe die einzelnen Messungen aus den beiden Jahren aber nicht nach ihren Gewichten vereinigt, weil die Cygnusdistanzen bei „Axe folgend“, die Hydradistanzen fast alle bei „Axe vorangehend“ beobachtet sind. Die Distanz $\alpha^1 \alpha^2$ Capricorni wurde nur in einem Jahre gemessen und sollte aus diesem Grunde kein Uebergewicht erhalten. Ebenso sind die Plejadendistanzen schon anderweit benutzt und sollen deshalb hier auch nicht überwiegen. Werden die Messungen vom Cygnuskreis, Hydrakreis und $\alpha^1 \alpha^2$ Capricorni mit den in dem nächsten Absatze gegebenen Eigenbewegungen auf 1890.0 gebracht, so erhält man die in der Tabelle pag. 27 in den Columnen 5 gegebenen endgültigen Werthe der einzelnen Bögen ausgedrückt in Scalentheilen des Heliometers.

Um nun den Werth eines Scalentheiles in Secunden zu erhalten, ist es nöthig, dieselben Bögen auch auf Grund anderweitiger Bestimmung in diesem Maasse ausdrücken zu können.

Für die Sterne des Cygnus- und des Hydrabogens, ebenso für die Orte der Plejadensterne 17b, η u. 27f liegen eine grosse Anzahl von Bestimmungen vor, welche zum Zwecke der Bestimmung der Scalenwerthe derjenigen Heliometer, welche bei den Beobachtungen der Venusvorübergänge benutzt worden sind, an gestellt wurden. Das gesammte diesbezügliche Material wird seinerzeit in den von Herrn Geh. Rath Auwers herauszugebenden „Die Venusdurchgänge 1874 und 1882.“ enthalten sein. Theilweise sind auch schon Mittheilungen darüber in der Elkin'schen Vermessung der Plejadensterne und ebenso in der denselben Gegenstand betreffenden Publikation von Battermann gemacht worden. Ich kann mich daher hier darauf beschränken, in kurzer Weise die in Frage kommenden Angaben, wie sie ein Schreiben des Herrn Geh. Rath Auwers an Herrn Professor Schur von April 8. 1891 enthält, anzuführen. Dieselben weichen theilweise von den an obengenannten Orten etwas ab, da diesen Daten eine mehr Material umfassende Diskussion zu Grunde liegt. Die betreffenden Zahlen sind die folgenden, wenn μ die jährliche Veränderung der Distanz bedeutet:

1883.0	η -17 Plejad.	2143.409	μ $-0''.0010$
	η -27 „	1391.187	-0.0041

Hydra	<i>a-b</i>	2399.609	-0.0187
	<i>b-c</i>	2118.472	-0.0209
	<i>c-d</i>	2197.770	+0.0027
	<i>d-e</i>	3101.077	-0.0212
	<i>e-f</i>	1905.553	+0.0184
Cygnus	<i>a-b</i>	2365.178	-0.0174
	<i>b-c</i>	1915.443	-0.0390
	<i>c-d</i>	2198.372	+0.0432
	<i>d-e</i>	1867.303	-0.1724
	<i>e-f</i>	2262.123	+0.1094

Mit den angegebenen Eigenbewegungen sind die Längen der Bögen, auf den Jahresanfang 1890 gebracht, die nachstehenden:

η -27 f Plejad.	1391.158
η -17 b „	2143.056
<i>a-b</i> Cygni	2365.056
<i>b-c</i> „	1915.170
<i>c-d</i> „	2198.674
<i>d-e</i> „	1866.096
<i>e-f</i> „	2262.889
<i>a-b</i> Hydrae	2399.478
<i>b-c</i> „	2118.326
<i>c-d</i> „	2197.789
<i>d-e</i> „	3100.929
<i>e-f</i> „	1905.682

Für die Distanz $\alpha^1 \alpha^2$ Capricorni lagen nun Angaben von anderer Seite, die direct für den vorliegenden Zweck zu benutzen gewesen wären, nicht vor; ich habe deshalb selbst die Distanz auf Grund der mir zugänglichen Daten der Cataloge bestimmt. — Es ist das folgende Material, welches mir das meiste Vertrauen zu verdienen schien und welches durchaus homogene Angaben enthält, benutzt:

1. Auwers 83 südl. Sterne.

	AR. 1875.0	Eigenbew.	Zahl d. Beob.	δ 1875.0	Eigenbew.	Zahl d. Beob.
Ep. 1865.0	$\alpha^1 20^h 10^m 43^s.101$	-0 ^s .0008	(19)	-12° 53' 34".93	+0".026	(15)
	$\alpha^2 20 11 7.090$	+0.0022	(27)	-12 55 50 .97	+0 .017	(32)

Die Distanz (Δ) zwischen beiden Componenten wird somit für 1865.0:

$$376''.286.$$

2. Romberg, Pulkowa Merid. Kreis.

	Eigenbew.	Zahl d. Beob.		Eigenbew.	Zahl d. Beob.
1875.0 $\alpha^1 20^h 10^m 43^s.14$	-0 ^s .0008	(17)	1875.0 -12° 53' 35".3	+0.026	(17)
$\alpha^2 20 11 7.11$	+0.0022	(14)	-12 55 51 .2	+0.017	(13)

Hieraus ergibt sich für 1875.0 $\Delta = 375''.886.$

3. München, Catalog v. 1880 (Epoche 1849.7)

1880.0	α^1 20 ^h 10 ^m 59 ^s .61 (5)	1880.0	-12° 52' 39".1 (5)
	α^2 20 11 23.61 (5)		-12 54 56.3 (5)

damit Distanz der beiden Sterne für:

1849.7 376".801.

4. Stone Cape Catalogue

	Eigenbew.		Eigenbew.
1880.0	α^1 20 ^h 10 ^m 59 ^s .71 (2)	-0.002	1880.0 -12° 52' 39".91 (2) 0.00
	α^2 20 11 23.69 (17)	+0.001	-12 54 56.52 (3) 0.00

Diese Daten geben als Entfernung für:

Epoche 1875.5 376".178.

Für die Ableitung der Distanz zunächst für das Jahr 1875.0 habe ich nur die Oerter aus dem Fundamental-Catalog von 83 südl. Sternen und die neuen Pulkowaer Beobachtungen benutzt, da die Münchener Beobachtungen stark abweichen und ausserdem weit zurückliegen, was wohl für eine Ableitung der Eigenbewegung günstig wäre, aber hier ohne Belang ist, da ich die letztere auf anderem Wege für die Distanz direct gültig ableiten werde und die Stone'schen Positionen auf nur wenigen Beobachtungen in sehr ungleicher Vertheilung der einzelnen Coordinaten beruhen.

Ich setze also im Zusammenhang hier noch einmal

München	1849.7	376".801
Stone	1875.5	376.178
Auwers	1875.0	376.286
Romberg	1875.0	375.886

Zum Zwecke der Ableitung der Eigenbewegung habe ich noch die von Schur in den Astronomischen Nachrichten Nr. 2180 pag. 311 gegebene Zusammenstellung der Distanzen von $\alpha^1 \alpha^2$ Capricorni anzuführen. Es finden sich an diesem Orte auf Grund einer längeren Reihe von Positionen die folgenden Angaben über die Distanz von $\alpha^1 \alpha^2$ Capricorni, für die in Intervallen von 10 zu 10 Jahren fortschreitenden Epochen

1850	375.16
1860	375.57
1870	375.97
1880	376.38
1890	376.79
1900	377.20

Aus dieser Reihe ergibt sich die Eigenbewegung in Distanz zu +0".041. Aus den Daten des Fundamental-Catalogs von Auwers von 83 südlichen Sternen findet sich für die

Eigenbewegung von α^1 + 0".0206	} bezogen auf die Verbindungslinie beider Componenten.
für die von α^2 - 0.0246	

also Differenz für die Eigenbewegung in Distanz + 0".0452.

Zieht man die Menge des für beide Werthe benutzten Materials und dessen Sicherheit in Betracht, so glaube ich berechtigt zu sein, für die endgültige Eigenbewegung $+0''.044$ anzunehmen. — Werden nun mit dieser Eigenbewegung die obigen Daten für $\sphericalangle \alpha' \alpha''$ Capricorni nach Auwers, Romberg und aus der Schur'schen Reihe auf 1875.0 gebracht, so hat man

Schur	376".175
Auwers	376.276
Romberg	<u>375.886</u>
Mittel	376.112
Eigenbewegung $15 \cdot +0''.044$	<u>+ 0.660</u>
Also \sphericalangle 1890.0	376".772

Diese Zahl ist diejenige, welche ich der Ableitung des Scalenwerthes zu Grunde gelegt habe, und ich glaube, dass sie wohl ziemlich sicher sein dürfte, wenn sich ihr mittlerer Fehler auch nur sehr schwierig zahlenmässig angeben lässt; nach den in den Quellen angegebenen Fehlern dürfte er aber wohl kaum $\pm 0''.15$ überschreiten.

Zu den oben gegebenen Daten für die Distanzen der Plejaden-, Cygnus- und Hydra-Bögen kommt also noch der für $\alpha' \alpha''$ Capricorni folgende Werth von 376".772 hinzu.

Die zur Verfügung stehenden Entfernungen umfassen somit Bögen zwischen nahe 377" und 3100". Es überschreitet daher der grösste Bogen bei weitem diejenigen, welche ich in der Plejadentriangulation aus den oben angeführten Gründen noch mit gemessen habe; ein Umstand, der für die Ableitung eines genauen und für den vorliegenden Fall durchaus ausreichenden Scalenwerthes und dessen Aenderung mit der Grösse der gemessenen Distanz von grosser Bedeutung ist.

In der folgenden Tabelle habe ich nun die aus anderweitigen Angaben stammenden Bogengrössen mit den für das Göttinger kleine Heliometer sich ergebenden Daten zusammengestellt. Bevor ich zur weiteren Erläuterung dieser Tabelle schreite, mag noch bemerkt werden, dass auch die in den letzten Jahren von Herrn Professor Schur und mir angestellten Messungen am grossen Heliometer die Werthe für den Cygnus- und Hydrakreis, sowie für die Plejadendistanzen $\eta-17b$ und $\eta-27f$ in ihrer Gesamtheit durchaus bestätigen, sodass die hier angesetzten Grössen für diese Bögen auch hierdurch eine schöne Bestätigung erhalten haben. Es werden dort nämlich nicht nur die einfachen Bögen, sondern auch deren Combinationen, soweit möglich (bis zu nahe 2° Distanz) gemessen, wodurch sich bei der Ausgleichung die kleinen Bögen dann mit grosser Sicherheit ergeben; zumal in den Einzelfällen sich bis jetzt die Existenz eines von der Grösse des gemessenen Bogens abhängigen Gliedes mit ziemlicher Sicherheit als nicht vorhanden ergeben hat. Es können also auch aus diesem Grunde die obigen Bogenwerthe ohne Bedenken hier zu Grunde gelegt werden. — Man hat somit:

	Gemesene Distanz.	log. der Distanz.	log. der Distanz in Sec.	Distanz aus d. Heliom.- Messung 1890.0.	Distanz aus Meridian- Beob. 1890.0.	M.-H.
$\alpha^1 \alpha^2$ Capric.	21.0320	1.3228806	2.5760206	376.722	376.77	+0.048
η -27 Plej.	77.6697	1.8902531	3.1433931	1391.211	1391.158	-0.053
η -17 Plej.	119.6757	2.0780060	3.3311460	2143.611	2143.402	-0.209
a - b Cygni	132.0430	2.1207154	3.3738554	2365.132	2365.056	-0.076
b - c "	106.9394	2.0291378	3.2822778	1915.481	1915.170	-0.311
c - d "	122.7528	2.0890314	3.3421714	2198.727	2198.674	-0.053
d - e "	104.1870	2.0178135	3.2709535	1866.180	1866.096	-0.084
e - f "	126.3426	2.1015498	3.3546898	2263.027	2262.889	-0.138
a - b Hydra	133.9686	2.1270031	3.3801431	2399.623	2399.478	-0.145
b - c "	118.2828	2.0729216	3.3260616	2118.661	2118.326	-0.335
c - d "	122.7106	2.0888821	3.3420221	2197.972	2197.789	-0.183
d - e "	173.1440	2.2384074	3.4915474	3101.326	3100.929	-0.397
e - f "	106.3947	2.0269200	3.2800600	1905.724	1905.682	-0.042

Die erste Columne enthält die Bezeichnung des Bogens, die zweite die Grösse desselben in Theilen der Heliometerscala, die dritte deren Logarithmus, die vierte den Logarithmus der Distanz in Secunden, wenn man für den Werth eines Scalentheiles des Heliometers als vorläufige Näherung $17''.911831 = \text{Num. log. } 1.2531400$ annimmt. Die fünfte Columne giebt die so reducirten Heliometerdistanzen in Secunden und die sechste die oben gegebenen Zahlen für dieselben Bögen. In der siebenten Columne ist der Unterschied der beiden letzten Zahlen im Sinne Meridian-Beob.-Heliometer gegeben, also diejenigen Daten, welche nun der weiteren Ausgleichung zu Grunde gelegt werden sollen. Aus denselben werden erstens eine Verbesserung des angenommenen Scalenerthes und dann die Faktoren für die etwa von der Grösse des gemessenen Bogens im allgemeinsten Sinne abhängenden Glieder abzuleiten sein. — Schreiben wir zu diesem Zwecke die Differenzen der siebenten Columne nach der Reihe der Grösse der zugehörigen Bögen, so erhalten wir diese Bögen in Scalentheilen in der Form $\frac{r}{100}$ vorangestellt:

$\frac{r}{100}$	M.-H.
0.210	+0.048
0.777	-0.053
1.042	-0.084
1.064	-0.042
1.069	-0.311
1.183	-0.335
1.197	-0.209
1.227	-0.183
1.228	-0.053
1.264	-0.138
1.320	-0.076
1.340	-0.145
1.731	-0.397

Diese Differenzen M.-H. sind also im Folgenden einer Ausgleichung zu unterwerfen, um nicht nur eine Verbesserung des angenommenen Scalenerthes,

sondern auch dessen Abhängigkeit von der Grösse der gemessenen Stern-
distanzen zu finden.

Ich habe zu diesem Zwecke zuerst die Gleichung in allgemeiner Form mit
drei Gliedern angesetzt, sodass die erste Unbekannte eine Verbesserung des
Scalenwerthes, die zweite einen dem Quadrat und die dritte einen dem Cubus
der gemessenen Distanz proportionalen Faktor des Scalenwerthes bedeutet.

Eine Betrachtung über die Sicherheit der so berechneten Unbekannten wird
dann zeigen, ob nicht eine dem speciellen Falle besser angepasste Form der
Bedingungsgleichungen angewandt werden kann.

Die Ausgleichung in der eben erwähnten allgemeinen Form führt auf die
folgenden Normalgleichungen:

$$\begin{aligned} +17.989x + 22.990y + 30.481z &= -2.577 \\ +22.990x + 30.481y + 41.658z &= -3.443 \\ +30.481x + 41.658y + 58.883z &= -4.749 \end{aligned}$$

wo x , y und z die oben definirten Unbekannten sind.

Aus diesen Gleichungen findet sich, wenn

$$\Delta = rs_0 + \frac{r}{100}x + \left(\frac{r}{100}\right)^2y + \left(\frac{r}{100}\right)^3z$$

der allgemeine Ausdruck für die Distanz ist:

$$\Delta = 17.91183r - 0.00003r + 0.0000079r^2 - 0.00000023r^3$$

wo r die gemessene Anzahl der Revolutionen der Mikrometerschraube des Ab-
lesemikroskops (Scalenteile) und s_0 einen genäherten Werth für eine Revolution
bedeutet. Die wahrscheinlichen Fehler der Coefficienten von $\left(\frac{r}{100}\right)$, $\left(\frac{r}{100}\right)^2$
und $\left(\frac{r}{100}\right)^3$ ergeben sich zu resp.

$$\pm 0.00168; \pm 0.0000248; \pm 0.000000098 \text{ und } [m_s] = 0.1160.$$

Wie man sieht, sind alle diese Fehler grösser als die ihnen zugehörigen
Werthe der Unbekannten selbst. Die Bestimmung der Letzteren ist also eine
sehr unsichere. Ich habe deshalb die Ausgleichung noch einmal mit Weglassung
des quadratischen Gliedes durchgeführt, wozu ja auch schon die im Früheren
angedeuteten Erörterungen einen Hinweis liefern. In der That ist bei diesem
Verfahren, welches auf die Normalgleichungen

$$\begin{aligned} +17.989x + 30.481z &= -2.577 \\ +30.481x + 58.883z &= -4.749 \end{aligned}$$

führt, die Darstellung der Werthe von M.-H. nicht nur eine ebenso gute,
[m_s] = 0.1168, sondern die wahrscheinlichen Fehler der Werthe für x und z
sind ganz erheblich herabgegangen, sodass die letztere Form des Ausdrucks für
die Distanz ohne Zweifel die richtigere ist.

Man hat nämlich dann:

$$\begin{aligned} \Delta &= r s_0 + \frac{r}{100} x + \left(\frac{r}{100}\right)^2 z \\ &= 17.91183 r - 0.00054 r - 0.000000053 r^3 \\ &= 17.91129 r - 0.000000053 r^3 \end{aligned}$$

mit den wahrscheinlichen Fehlern für die beiden Coeff. resp.:

$$\pm 0.00047 \text{ und } \pm 0.000000027.$$

In nachstehender Tabelle habe ich die hier und in den früheren Capiteln auf anderem Wege abgeleitete Correction der gemessenen Distanzen, soweit sie von der Grösse der Bögen in irgend einer Form abhängig sind, zusammengestellt. Man sieht, dass die Unterschiede der auf verschiedenem Wege gefundenen Correction nicht von grossem Belange sind, es also für das Endresultat ziemlich gleichgültig ist, welchen Weg man zur Verbesserung der Distanzen einschlägt, und dass fernerhin durch diese Uebereinstimmung die Realität der Correctionen erwiesen ist. Diese Uebereinstimmung zeigt ferner, dass ein systematischer Fehler in der Plejadentriangulation, wie die folgenden Seiten sie geben, nicht mehr zu erwarten sein wird. Auch die Vergleichung meiner mit Hülfe der letzten Form für die Distanz Δ berechneten Plejadendistanzen mit den entsprechenden Elkin'schen Werthen führen zu demselben Resultate, wie die weiter unten gegebene Zusammenstellung zeigt.

Vergleichung der auf verschiedenen Wegen erhaltenen Reduction der Distanzen wegen fortschreitender Aenderung des Scalenwerthes.

(1) Bezeichnung der Distanz.	(2) Grösse der Distanz in Rev. in Sec.	(4) Red. auf Grund der Ocul.-Einst.		(5) Red. auf Grund der Quad. u. Cub. Form.		(1) Bezeichnung der Distanz.	(2) Grösse der Distanz in Rev. in Sec.	(4) Red. auf Grund der Ocul.-Einst.		(5) Red. auf Grund der Quad. u. Cub. Form.		(3) Grösse der Distanz in Rev. in Sec.	(4) Red. auf Grund der Ocul.-Einst.		(5) Red. auf Grund der Quad. u. Cub. Form.		(6) Bezeichnung der Distanz.
		+	-	''	'''			''	'''	''	'''		''	'''	''	'''	
<i>l-k</i>	8.37	+0.006	-0.001	-0.004		<i>b-c</i>	67.19	+0.009	-0.045	-0.052		1203	+0.009	-0.045	-0.052		<i>s-40</i>
<i>f-h</i>	16.79	+0.006	-0.001	-0.004	8	34-40	72.81	+0.009	-0.045	-0.052	59	1304	+0.009	-0.045	-0.052	49	28-s
<i>c-l</i>	33.75	+0.006	-0.001	-0.004	11	<i>f-34</i>	73.35	+0.009	-0.045	-0.052	60	1314	+0.009	-0.045	-0.052	51	<i>η-c</i>
<i>e-c</i>	34.65	+0.006	-0.001	-0.004	20	<i>b-d</i>	74.37	+0.009	-0.045	-0.052	62	1332	+0.009	-0.045	-0.052	76	<i>d-g</i>
<i>b-g</i>	35.55	+0.006	-0.001	-0.004	21	<i>m-l</i>	74.54	+0.009	-0.045	-0.052	62	1335	+0.009	-0.045	-0.052	112	<i>m-12</i>
<i>e-k</i>	36.48	+0.021	-0.013	-0.021		<i>e-m</i>	74.79	+0.021	-0.013	-0.021		1340	+0.021	-0.013	-0.021		<i>η-l</i>
<i>c-k</i>	37.73	+0.021	-0.013	-0.021	13	<i>η-f</i>	77.67	+0.021	-0.013	-0.021	67	1391	+0.021	-0.013	-0.021	177	<i>e-d</i>
<i>g-e</i>	40.26	+0.021	-0.013	-0.021	15	<i>η-h</i>	78.33	+0.021	-0.013	-0.021	68	1403	+0.021	-0.013	-0.021	196	<i>d-12</i>
<i>e-l</i>	40.30	+0.021	-0.013	-0.021	15	<i>f-40</i>	80.69	+0.021	-0.013	-0.021	71	1445	+0.021	-0.013	-0.021	201	<i>η-b</i>
<i>f-s</i>	40.61	+0.021	-0.013	-0.021	16	<i>η-s</i>	83.49	+0.021	-0.013	-0.021	75	1496	+0.021	-0.013	-0.021	216	<i>d-s</i>
<i>h-12</i>	43.08	+0.022	-0.018	-0.027		<i>h-40</i>	85.06	+0.022	-0.018	-0.027		1524	+0.022	-0.018	-0.027		<i>h-12</i>
<i>s-34</i>	46.32	+0.022	-0.018	-0.027	20	28-34	86.28	+0.022	-0.018	-0.027	79	1545	+0.022	-0.018	-0.027	258	<i>η-e</i>
<i>g-c</i>	49.44	+0.022	-0.018	-0.027	24	<i>η-12</i>	86.43	+0.022	-0.018	-0.027	79	1548	+0.022	-0.018	-0.027	270	<i>η-g</i>
<i>s-h</i>	57.22	+0.022	-0.018	-0.027	32	<i>c-d</i>	87.37	+0.022	-0.018	-0.027	81	1565	+0.022	-0.018	-0.027	281	<i>η-34</i>
<i>η-d</i>	61.80	+0.022	-0.018	-0.027	38	34-h	88.91	+0.022	-0.018	-0.027	85	1593	+0.022	-0.018	-0.027	299	<i>d-f</i>
												140.96					<i>d-28</i>
												143.04					<i>η-28</i>

Es Anmerkung: In den unter (4) gegebenen Zahlen ist noch ein der Grösse der Distanz proportionales Glied enthalten, welches aber anzubringen war, um die in (4), (5) und (6) gegebenen Werthe als Correctionen der mit demselben genäherten Scalenwerth gerechneten Distanzen direct vergleichbar zu machen. —

§ 10.

Bevor ich zu der Reduction der von mir gemessenen Entfernung zwischen den Sternen der Plejadengruppe schreite, will ich hier noch einmal sämtliche Daten, welche zu dieser Reduction erforderlich und benutzt sind, in der als endgültig gewählten Form zusammenstellen.

1. Die Theilungsfehler, welche in Anwendung kamen, sind die früher in Strassburg und späterhin von den Theilnehmern an der Venusexpedition bestimmten.
2. Die Temperatur des Instrumentes ist mit Hülfe eines genau verglichenen Quecksilberthermometers, welches am Rohre selbst befestigt ist, bestimmt.
3. Die Refraction und Aberration sind nach den Bessel'schen Formeln berechnet und angebracht; als Elemente für die erstere wurden ein Krille'sches Heberbarometer und ein Thermometer vor der Nordfront des östlichen Meridiansaales in Verbindung mit dem Thermometer am Instrument selbst benutzt.
4. Die Abhängigkeit der Ocularstellung von der Temperatur wurde nach dem folgenden Ausdruck in Rechnung gebracht:

$$N_t = 8.6493 - 0.0092 t^0,$$

wo N_t die Normalstellung für die Temperatur t^0 in Celsiusgraden bedeutet.

5. Die Reduction der Distanz auf Normalstellung giebt die Formel:

Reduction der Distanz von 100 Scalentheilen für eine Ocularverschiebung von 0.1 Millim. gleich 0.008672×0.975 im Sinne von Ocularstellung minus Normalstellung.

6. Der Gang der Mikrometerschraube ist gemäss den in angemessenen Intervallen angestellten besonderen Bestimmungen desselben für die einzelnen Ablesungen in Rechnung gebracht.
7. Die periodischen Fehler der Schraube des Mikroskopes wurden nach der Formel:

$$\begin{aligned} \text{Corrig. Ablesung} = \text{Wirkliche Ablesg.} &- 0.01640 \cos u - 0.00691 \sin u \\ &+ 0.00312 \cos 2u + 0.00470 \sin 2u \end{aligned}$$

für die erste Periode der Messungen bis zum Mai 1891 in Rechnung gebracht, während die Messungen der späteren Periode ohne eine solche Verbesserung direct benutzt werden konnten.

8. Die Reduction der Distanzen auf 0^0 geschah durch den Ausdruck:

$$d_0 = d_t - \frac{d_t}{100} \cdot 0.00065 t.$$

9. Eine Correction wegen des bei den Messungen der Distanzen auftretenden Ausschlages habe ich nicht angebracht, da ich nach sorgfältigem Beachten des eigentlichen Vorganges der Messung zu der Ueberzeugung

gelangt bin, dass dieser Ausschlag nicht die Wirkung hervorbringt, welche Battermann demselben zuschreibt. Vielmehr glaube ich, wenigstens bei mir, wahrgenommen zu haben, dass doch nur das Durcheinandergehen der Sterne das ausschlaggebende Moment bei der Auffassung der Coincidenz ist. Ausserdem ist dieser Ausschlag stets so klein als möglich gehalten. Auch würde ein doch noch vorhandener Einfluss, da derselbe wesentlich von der Grösse der gemessenen Distanz abhängt, durch die Art und Weise der Bestimmung des Scalenwerthes von selbst mit eliminirt werden.

10. Für den Werth eines Scalentheiles ist auf Grund der auf Seite 34 abgeleiteten Reductionsformel und unter alleiniger Beibehaltung des cubischen Gliedes in Benutzung genommen worden:

$$\begin{aligned} \Delta &= r s_0 + r \frac{x}{100} + r^3 \frac{z}{(100)^3} \\ &= 17.91183 r - 0.00054 r - 0.000000053 r^3 \\ &= 17.91129 r - 0.000000053 r^3 \end{aligned}$$

wo Δ die reducirte Distanz, r die Anzahl der Scalentheile, s_0 der angenommene abgerundete Scalenwerth, x die Verbesserung desselben und z das mit der dritten Potenz der Anzahl der Scalentheile zu multiplicirende Glied der Verbesserung ist.

§ 11.

Auf Grund der vorstehenden Annahmen sind die in den folgenden Tabellen gegebenen Messungen reducirt und auf ein einheitliches, vergleichbares Maass gebracht, als welches also hier der für die Distanz von einem Scalentheil gültige Werth des letzteren anzunehmen ist, wie er sich in der Normalstellung N_0 des Oculars bei einer Temperatur von 0^0 aus den besonders zu diesem Zwecke angestellten Messungen der Bögen zwischen $\alpha^1 \alpha^3$ Capricorni, zwischen den Plejadensternen η -17b u. η -27f, sowie aus den Cygnus- und Hydrakreisen ergibt.

Zusammenstellung der Plejadendistanzen.

Datum.	Axe	Object.	St. Zt.	Inst.-Temp.	Oc.-St.	N.-St.	O - N.	Wegen Re-fract., Aberr., Theilgst. und Gang corrig. Distanz	Correction wegen		Abstand.	Abw. vom Mittel.	$m =$ mittl. Fehler 1 Beob. $M =$ mittl. Fehler des Mittels.	
									Oc.-St.	Temp.				
1889 Janr. 22.	<i>f</i>	η - <i>f</i>	^h 2 13	^m — 4.2	8.97	8.69	+0.28	R	+185	+ 21	R	77.6609	— 88	$m = \pm 0.134$ $M = \pm 0.038$
März 22.	<i>v</i>		8 50	— 2.0	8.55	8.67	— 12	6704	— 79	+ 10	6635	— 80		
Aug. 16	<i>f</i>		0 1	+10.3	8.50	8.55	— 5	6702	— 33	— 52	6617	— 82		
" 25.	<i>f</i>		23 26	+ 8.5	8.65	8.57	+ 8	6793	+ 53	— 43	6803	+106		
Sept. 18.	<i>f</i>		0 11	+ 2.0	8.65	8.63	+ 2	6671	+ 13	— 10	6674	— 23		
1890 Janr. 31.	<i>f</i>		3 1	— 8.0	8.75	8.72	+ 3	6588	+ 20	+ 40	6648	— 49		
April 4.	<i>v</i>		8 55	+ 8.5	8.52	8.57	— 5	6790	— 33	— 43	6714	+ 17		
Sept. 8.	<i>f</i>		23 21	+ 8.5	8.50	8.57	— 7	6785	— 46	— 43	6696	— 1		
Octbr. 20.	<i>f</i>		0 38	— 1.0	8.65	8.66	— 1	6806	— 7	+ 5	6804	+107		
" 22.	<i>f</i>		0 43	— 1.0	8.65	8.66	— 1	6592	— 7	+ 5	6590	—107		
Decbr. 15.	<i>f</i>		2 42	—12.1	8.90	8.76	+ 14	6586	+ 92	+ 61	6739	+ 42		
1891 Janr. 2.	<i>f</i>		1 56	— 6.5	8.90	8.71	+ 19	6636	+125	+ 33	6794	+ 97		
1889 Octbr. 28.	<i>f</i>		23 22	+ 7.0	8.62	8.59	+ 3	6749	+ 20	— 35	6734	+ 37		
											77.6697			
1889 Janr. 22.	<i>f</i>	η - <i>b</i>	2 46	— 4.5	8.97	8.69	+0.28	119.6388	+284	+ 35	119.6707	— 50	$m = \pm 0.180$ $M = \pm 0.061$	
März 4.	<i>v</i>		8 19	—11.5	8.80	8.75	+ 5	6724	+ 51	+ 90	6865	+108		
Aug. 22.	<i>f</i>		22 23	+12.5	8.50	8.53	— 3	7016	— 30	— 98	6888	+131		
Octbr. 30.	<i>f</i>		22 47	+ 8.5	8.62	8.57	+ 5	6686	+ 51	— 66	6671	— 86		
1890 Febr. 21.	<i>v</i>		7 20	— 3.5	8.65	8.68	— 3	6668	— 31	+ 27	6664	— 93		
März 30.	<i>v</i>		8 59	+ 9.0	8.40	8.57	— 17	7020	—173	— 70	6777	+ 20		
Sept. 8.	<i>f</i>		23 0	+ 8.8	8.50	8.57	— 7	6741	— 71	— 69	6601	—156		
Octbr. 20.	<i>f</i>		0 16	— 0.6	8.65	8.65	0	6840	0	+ 5	6845	+ 88		
" 22.	<i>f</i>		0 24	— 1.0	8.65	8.66	— 1	6658	— 10	+ 8	6656	—101		
Decbr. 15.	<i>f</i>		5 47	—13.5	8.90	8.77	+ 13	6567	+132	+105	6802	+ 45		
1891 Janr. 2.	<i>f</i>		2 24	— 7.0	8.90	8.71	+ 19	6606	+193	+ 55	6854	+ 97		
											119.6757			
1889 Febr. 5.	<i>f</i>	η - <i>d</i>	6 33	— 7.5	8.52	8.72	—0.20	61.7906	—105	+ 30	61.7831	—209	$m = \pm 0.310$ $M = \pm 0.127$	
Aug. 25.	<i>f</i>		22 56	+ 8.5	8.65	8.57	+ 8	8212	+ 42	— 34	8220	+180		
Sept. 18.	<i>f</i>		1 19	+ 1.5	8.65	8.64	+ 1	8040	+ 5	— 6	8039	— 1		
Octbr. 30.	<i>f</i>		23 18	+ 8.5	8.62	8.57	+ 5	8187	+ 26	— 34	8179	+139		
Decbr. 13.	<i>f</i>		1 4	— 4.5	8.80	8.69	+ 11	8063	+ 58	+ 18	8139	+ 99		
1890 Octbr. 22.	<i>f</i>		1 31	— 1.7	8.65	8.66	— 1	7828	— 5	+ 7	7830	—210		
											61.8040			
1889 März 3.	<i>v</i>	<i>g</i> - <i>e</i>	6 54	— 9.5	8.80	8.74	+0.06	40.2601	+ 20	+ 25	40.2646	+ 72	$m = \pm 0.301$ $M = \pm 0.150$	
Decbr. 16.	<i>v</i>		6 7	— 5.7	8.55	8.70	+ 15	2604	+ 51	+ 15	2670	+ 96		
1890 Febr. 10.	<i>v</i>		7 46	— 6.5	8.70	8.71	— 1	2309	— 3	+ 17	2323	—251		
Nov. 8.	<i>f</i>		2 44	+ 4.0	8.64	8.61	+ 3	2657	+ 10	— 10	2657	+ 83		
											40.2574			
1889 Janr. 22.	<i>f</i>	η - <i>h</i>	6 13	— 6.5	8.97	8.71	+0.26	78.3308	+173	+ 33	78.3514	+195	$m = \pm 0.322$ $M = \pm 0.161$	
Sept. 18.	<i>f</i>		0 33	+ 2.0	8.65	8.63	+ 2	3233	+ 13	— 10	3236	— 83		
Octbr. 28.	<i>f</i>		23 54	+ 6.5	8.62	8.59	+ 3	3124	+ 20	— 33	3111	—208		
1890 Octbr. 22.	<i>f</i>		1 11	— 1.3	8.65	8.66	— 1	3414	— 7	+ 7	3414	+ 95		
											78.3319			
1889 Janr. 22.	<i>f</i>	<i>f</i> - <i>h</i>	7 17	— 5.0	8.97	8.70	+0.27	16.7920	+ 39	+ 5	16.7964	+ 24	$m = \pm 0.048$ $M = \pm 0.024$	
Nov. 12.	<i>f</i>		1 5	— 1.5	8.75	8.66	+ 9	7917	+ 13	+ 2	7932	— 8		
1890 Decbr. 28.	<i>f</i>		2 29	— 8.6	8.80	8.73	+ 7	7940	+ 10	+ 9	7959	+ 19		
1891 März 13.	<i>v</i>		9 0	+ 1.7	8.70	8.63	+ 7	7897	+ 10	— 2	7905	— 35		
											16.7940			

TRIANGULATION DER PLEJADENGRUPPE.

Datum.	Axe	Object.	St. Zt.	Inst.-Temp.	Oc.-St.	N.-St.	O.-N.	Wegen Refract., Aberr., Theilgsf. und Gang corrig. Distanz.	Correction wegen		Abstand.	Abw. vom Mittel.	m = mittl. Fehler 1 Beob. M = mittl. Fehler des Mittels.
									Oc.-St.	Temp.			
1889 Febr. 13.	v	η-12	^h 6 ^m 54	^o -10.0	8.70	8.74	-0.04	R 86.4228	- 29	+ 56	R 86.4255	- 25	m = ± 0.381 M = ± 0.190
Octbr. 30.	f		0 34	+ 6.8	8.62	8.59	+ 3	4126	+ 23	- 36	4113	-167	
1890 Febr. 21.	v		8 17	- 3.5	8.65	8.68	- 3	4167	- 22	+ 20	4165	-115	
Decbr. 11.	v		7 14	- 8.5	8.80	8.73	+ 7	4485	+ 52	+ 48	4585	+305	
86.4280													
1889 Febr. 12.	f	η-l	8 48	-16.5	8.70	8.80	-0.10	107.4431	- 91	+116	107.4456	- 79	m = ± 0.198 M = ± 0.099
1890 " 21.	f		6 31	- 2.5	8.80	8.67	+ 13	4287	+118	+ 18	4423	- 112	
Marz 4.	v		7 59	- 5.5	8.67	8.70	- 3	4613	- 28	+ 39	4624	+ 89	
Decbr. 11.	v		6 49	8.0	8.80	8.72	+ 8	4507	+ 73	+ 56	4636	+101	
107.4535													
1889 Febr. 12.	f	η-c	8 7	-15.5	8.70	8.79	-0.09	92.4920	- 71	+ 93	92.4942	+ 3	m = ± 0.180 M = ± 0.090
Octbr. 30.	f		23 47	+ 8.0	8.62	8.58	+ 4	4889	+ 31	- 48	4872	- 67	
Decbr. 31.	f		1 20	- 3.0	8.75	8.68	+ 7	4781	+ 63	+ 18	4862	- 77	
1890 Octbr. 22.	f		2 5	- 1.7	8.65	8.67	- 2	5086	- 16	+ 10	5080	+141	
92.4939													
1889 Febr. 12.	f	η-e	7 37	-14.5	8.70	8.78	-0.08	127.1141	- 87	+120	127.1174	-200	m = ± 0.271 M = ± 0.136
Decbr. 31.	f		0 48	- 2.0	8.75	8.67	+ 8	1251	+ 87	+ 17	1355	- 19	
1890 Febr. 21.	v		6 52	- 3.3	8.65	8.68	- 3	1438	- 33	+ 27	1432	+ 58	
Decbr. 11.	v		5 52	- 7.5	8.80	8.72	+ 8	1385	+ 87	+ 62	1534	+160	
127.1374													
1889 Febr. 12	f	η-g	6 43	-13.5	8.70	8.77	-0.07	128.3266	- 77	+112	128.3301	- 2	m = ± 0.091 M = ± 0.046
1890 " 10.	v		7 22	- 6.5	8.70	8.71	- 1	3133	- 11	+ 54	3176	-127	
Decbr. 11.	v		5 20	- 7.5	8.80	8.72	+ 8	3161	+ 87	+ 62	3310	+ 7	
1891 Marz 12.	v		8 27	0.0	8.70	8.65	+ 5	3371	+ 55	0	3426	+123	
128.3303													
1890 Febr. 13.	v	η-28	8 9	- 4.8	8.70	8.69	+ 1	143.0217	+ 12	+ 45	143.0374	- 30	m = ± 0.100 M = ± 0.050
Marz 4.	v		7 25	- 5.5	8.67	8.70	- 3	0451	- 37	+ 51	0465	+ 61	
Decbr. 15.	v		6 25	-14.0	8.90	8.78	+ 12	0067	+146	+130	0343	- 61	
1891 Marz 23.	f		8 35	- 3.0	8.69	8.68	+ 1	0393	+ 12	+ 28	0433	+ 31	
143.0404													
1889 Febr. 3.	f	η-5	6 12	- 7.7	8.70	8.72	-0.02	83.4709	- 14	+ 42	83.4737	-215	m = ± 0.268 M = ± 0.134
Marz 4.	v		7 48	-10.5	8.80	8.75	+ 5	4873	+ 35	+ 57	4965	+ 13	
1890 " 4.	v		7 3	- 4.5	8.67	8.69	- 2	5068	- 14	+ 24	5078	+126	
Decbr. 11.	v		7 50	- 8.5	8.80	8.73	+ 7	4930	+ 50	+ 46	5026	+ 74	
83.4952													
1889 Febr. 13.	v	b-g	7 23	- 9.5	8.70	8.74	-0.04	35.5429.	- 12	+ 22	35.5439	- 30	m = ± 0.127 M = ± 0.057
Decbr. 16.	v		5 44	- 5.5	8.85	8.70	+ 15	5367	+ 45	+ 13	5425	- 40	
1890 Febr. 10.	v		6 36	- 6.0	8.70	8.70	0	5442	0	+ 14	5456	- 13	
April 13.	v		9 42	+ 2.5	8.61	8.63	- 2	5608	- 6	- 6	5596	+127	
Nov. 8.	f		2 15	+ 4.0	8.64	8.61	+ 3	5431	+ 9	- 9	5431	- 38	
35.5469													
1889 März 3.	v	b-c	8 50	-12.0	8.80	8.76	+0.04	67.1737	+ 23	+ 52	67.1812	- 47	m = ± 0.221 M = ± 0.111
Nov. 1.	f		23 20	+ 5.5	8.70	8.60	+ 10	1821	+ 57	- 24	1854	- 5	
Decbr. 13.	f		23 42	- 3.5	8.80	8.68	+ 12	1949	+ 67	+ 15	2031	+172	
1890 Febr. 2.	v		6 55	- 7.5	8.70	8.72	- 2	1716	- 11	+ 33	1738	-121	
67.1859													

Datum.	Axe	Object.	St. Zt.	Inst.-Temp.	Oc.-St.	N.-St.	O.-N.	Wegen Refract., Aberr., Theilgst. und Gang corrig. Distanz.	Correction wegen		Abstand.	Abw. vom Mittel.	$m =$ mittl. Fehler 1 Beob. $M =$ mittl. Fehler des Mittels.	
									Oc.-St.	Temp.				
1889 Nov. 14.	<i>f</i>	<i>b-d</i>	^h 0 48	^m 0.0	8.90	8.65	+0.25	R 74.3649	+158	0	R 74.3807	+ 69	$m = \pm 0.212$ $M = \pm 0.095$	
1890 Febr. 1.	<i>v</i>		7 57	- 9.8	8.78	8.74	+ 4	3763	+ 25	+ 47	3845	+107		
" 9.	<i>v</i>		7 50	- 4.8	8.70	8.69	+ 1	3716	+ 6	+ 23	3745	+ 7		
Dec. 7.	<i>f</i>		23 24	- 4.2	8.70	8.69	+ 1	3514	+ 7	+ 20	3541	-197		
1891 März 12.	<i>v</i>		7 44	+ 0.3	8.70	8.65	+ 5	3723	+ 31	- 1	3753	+ 15		
												74.3738		
1889 März 3.	<i>v</i>	<i>g-c</i>	7 37	-11.0	8.80	8.75	+0.05	49.4548	+ 21	+ 35	49.4604	+208	$m = \pm 0.251$ $M = \pm 0.125$	
Nov. 1.	<i>f</i>		23 54	+ 5.0	8.70	8.60	+ 10	4322	+ 42	- 16	4348	- 48		
" 26.	<i>f</i>		1 24	+ 0.2	8.82	8.65	+ 17	4261	+ 71	- 1	4331	- 65		
Decbr. 13.	<i>f</i>		23 6	- 3.0	8.80	8.68	+ 12	4242	+ 50	+ 10	4302	- 94		
												49.4396		
1890 Febr. 14.	<i>v</i>	<i>e-m</i>	9 13	- 4.5	8.85	8.69	+0.16	74.7611	+102	+ 22	74.7735	-189	$m = \pm 0.290$ $M = \pm 0.145$	
März 4.	<i>v</i>		8 36	- 6.5	8.67	8.71	- 4	7899	- 25	+ 31	7905	- 19		
Nov. 13.	<i>f</i>		1 48	+ 2.5	8.60	8.63	- 3	8162	- 19	- 12	8131	+207		
1891 März 23.	<i>v</i>		8 35	- 3.0	8.69	8.68	+ 1	7907	+ 6	+ 14	7927	+ 3		
												74.7924		
1889 Decbr. 18.	<i>f</i>	<i>e-l</i>	0 36	+ 0.5	8.85	8.64	+0.21	40.3091	+ 72	- 1	40.3162	+163	$m = \pm 0.226$ $M = \pm 0.113$	
1890 Nov. 13.	<i>f</i>		23 36	+ 4.0	8.60	8.61	- 1	2892	- 3	- 10	2879	-120		
Decbr. 30.	<i>f</i>		1 38	-10.8	8.80	8.75	+ 5	2879	+ 17	+ 28	2924	- 75		
" 31.	<i>v</i>		2 6	-10.5	8.80	8.75	+ 5	2986	+ 17	+ 27	3030	+ 31		
												40.2999		
1889 März 23.	<i>v</i>	<i>e-c</i>	6 20	- 8.5	8.80	8.73	+0.07	34.6433	+ 21	+ 19	34.6473	- 53	$m = \pm 0.204$ $M = \pm 0.102$	
Nov. 1.	<i>f</i>		0 38	+ 5.5	8.70	8.60	+ 10	6398	+ 29	- 12	6415	-111		
1890 Nov. 10.	<i>f</i>		1 53	+ 0.7	8.60	8.64	- 4	6694	- 12	- 2	6680	+154		
1891 März 13.	<i>v</i>		8 7	+ 2.2	8.70	8.63	+ 7	6519	+ 21	- 5	6535	+ 9		
												34.6526		
1889 Nov. 14.	<i>f</i>	<i>e-d</i>	2 26	- 0.7	8.90	8.66	+0.24	116.1897	+237	+ 5	116.2139	+149	$m = \pm 0.203$ $M = \pm 0.104$	
1890 Febr. 1.	<i>v</i>		8 27	-10.0	8.78	8.74	+ 4	1791	+ 40	+ 75	1906	- 84		
" 9.	<i>v</i>		6 59	- 4.0	8.70	8.69	+ 1	1973	+ 20	+ 30	2023	+ 33		
Decbr. 9.	<i>v</i>		6 7	- 8.5	8.80	8.73	+ 7	1757	+ 70	+ 64	1891	- 99		
												116.1990		
1889 Nov. 20.	<i>f</i>	<i>m-l</i>	1 53	- 2.5	8.90	8.67	+0.23	74.5146	+146	+ 12	74.5304	- 57	$m = \pm 0.100$ $M = \pm 0.045$	
1890 Febr. 10.	<i>v</i>		9 40	- 8.0	8.70	8.72	- 2	5413	- 13	+ 38	5438	+ 77		
" 14.	<i>v</i>		9 34	- 4.5	8.85	8.69	+ 16	5276	+102	+ 22	5400	+ 39		
Decbr. 9.	<i>v</i>		7 29	- 7.0	8.80	8.71	+ 9	5239	+ 58	+ 34	5331	- 30		
1891 März 12.	<i>v</i>		8 56	- 0.3	8.70	8.65	+ 5	5300	+ 32	+ 2	5334	- 27		
												74.5361		
1890 Febr. 10.	<i>v</i>	<i>m-12</i>	9 12	- 7.5	8.70	8.72	-0.02	105.2475	- 18	+ 51	105.2508	- 42	$m = \pm 0.142$ $M = \pm 0.071$	
" 12.	<i>v</i>		6 23	- 3.0	8.70	8.68	+ 2	2592	+ 18	+ 20	2630	+ 80		
März 4.	<i>v</i>		9 16	- 6.5	8.70	8.71	- 1	2427	- 10	+ 44	2461	- 89		
Decbr. 7.	<i>f</i>		1 53	- 5.0	8.70	8.69	+ 1	2555	+ 10	+ 34	2599	+ 49		
												105.2550		

TRIANGULATION DER PLEJADENGRUPPE.

Datum.	Axe	Object.	St. Zt.	Inst.-Temp.	Oc.-St.	N.-St.	O.-N.	Wegen Refract., Aberr., Theilgsf. und Gang corrig. Distanz	Correction wegen		Abstand.	Abw. vom Mittel.	m = mittl. Fehler 1 Beob. M = mittl. Fehler des Mittels.	
									Oc.-St.	Temp.				
1889 April 7.	v	c-l	^h 9 34	^o + 6.5	8.62	8.59	+0.03	^R 33 7589	+ 9	- 14	^R 33.7584	+ 89	m = ± 0.245 M = ± 0.109	
Nov. 24.	f		23 40	+ 3.0	8.82	8.62	+ 20	7602	+ 57	- 6	7653	+ 158		
Decbr. 16.	v		7 14	- 5.7	8.85	8.70	+ 15	7237	+ 43	+ 12	7292	- 203		
1890 März 9.	r		8 31	- 1.0	8.65	8.66	- 1	7462	- 3	+ 2	7461	- 34		
Nov. 13.	f		23 5	+ 4.0	8.60	8.61	- 1	7496	- 3	- 8	7285	- 10		
												33.7495		
1889 Nov. 24.	f	c-k	0 40	+ 3.0	8.82	8.62	+0.20	37.7254	+ 57	- 7	37.7304	- 10	m = ± 0.247 M = ± 0.124	
Decbr. 16.	v		6 42	- 6.0	8.85	8.70	+ 15	7081	+ 48	+ 14	7143	- 171		
März 9.	v		8 50	- 0.5	8.65	8.65	0	7328	0	+ 1	7329	+ 15		
Nov. 13.	f		22 37	+ 3.8	8.60	8.61	- 1	7492	- 3	- 9	7480	+ 166		
												37.7314		
1889 Octbr. 30.	f	c-d	1 28	+ 6.0	8.62	8.59	+0.03	87.3582	+ 23	- 34	87.3571	- 133	m = ± 0.320 M = ± 0.160	
Nov. 14.	f		1 26	- 0.5	8.90	8.65	+ 25	3560	+ 185	+ 3	3748	+ 44		
1890 Dec. 9.	v		6 48	- 8.5	8.80	8.73	+ 7	3451	+ 53	+ 48	3552	- 152		
" 17.	v		0 46	- 9.0	8.90	8.73	+ 17	3767	+ 126	+ 50	3943	+ 239		
												87.3704		
1889 Nov. 12.	f	l-12	2 17	- 2.5	8.75	8.67	+0.08	43.0823	+ 29	+ 7	43.0859	+ 48	m = ± 0.204 M = ± 0.091	
Decbr. 18.	f		2 20	- 1.5	8.85	8.66	+ 19	0566	+ 69	+ 4	0639	- 172		
1890 März 15.	v		9 19	+ 9.5	8.50	8.66	- 6	0993	- 22	- 26	0945	+ 131		
" 30.	v		8 31	+ 9.7	8.30	8.56	- 26	0959	- 95	- 26	0838	+ 27		
Decbr. 7.	f		23 55	- 4.7	8.70	8.69	+ 1	0756	+ 4	+ 13	0773	- 38		
												43.0811		
1889 Febr. 13.	f	k-l*)	5 33	- 11.5	8.70	8.75	- 0.05	8.3780	- 4	+ 6	8.3782	+ 88	m = ± 0.116 M = ± 0.058	
Nov. 23.	f		23 46	- 1.0	8.82	8.66	+ 16	3627	+ 11	+ 1	3639	- 55		
Decbr. 18.	f		1 38	- 0.8	8.85	8.65	+ 20	3560	+ 14	0	3652	- 42		
1890 " 30.	v		6 22	- 13.5	8.80	8.77	+ 3	3393	+ 2	+ 7	3702	+ 8		
												8.3694		
1889 Nov. 22.	f	d-12	1 45	- 3.0	8.80	8.68	+0.12	118.8539	+ 121	+ 23	118.8693	- 187	m = ± 0.254 M = ± 0.127	
1890 Febr. 9.	v		6 7	- 3.8	8.70	8.68	+ 2	8876	+ 20	+ 29	8925	+ 45		
" 21.	v		8 56	- 3.8	8.65	8.68	- 3	9035	- 31	+ 29	9038	+ 153		
Decbr. 17.	v		1 25	- 9.5	8.90	8.74	+ 16	8633	+ 162	+ 73	8868	- 12		
												118.8880		
1890 Decbr. 9.	v	d-g	5 41	- 8.3	8.80	8.73	+0.07	97.8559	+ 59	+ 52	97.8670	- 51	m = ± 0.176 M = ± 0.080	
" 17.	v		23 54	- 8.5	8.90	8.73	+ 17	9463	+ 141	+ 54	8658	- 63		
" 30.	v		6 45	- 13.5	8.80	8.77	+ 3	8691	+ 25	+ 85	8801	+ 80		
" 31.	v		0 39	- 9.0	8.80	8.73	+ 7	8733	+ 58	+ 57	8848	+ 127		
1891 März 12.	v		8 8	0.0	8.70	8.65	+ 5	8585	+ 41	0	8626	- 95		
												97.8721		
1890 Febr. 13.	v	d-28	7 49	- 4.5	8.70	8.69	+0.01	140.9493	+ 12	+ 41	140.9546	- 12	m = ± 0.280 M = ± 0.140	
" 21.	v		9 27	- 4.2	8.65	8.69	- 4	9758	- 48	+ 38	9748	+ 190		
Decbr. 15.	v		6 54	- 14.0	8.90	8.78	+ 12	9301	+ 144	+ 127	9572	+ 14		
1891 März 22.	f		9 0	- 1.5	8.69	8.66	+ 3	9317	+ 36	+ 14	9367	- 191		
												140.9558		

*) Für das Sternpaar k-l sind in der Rubrik Abstand auch bereits die Reductionen wegen Nicht-Coincidenz der optischen Axen der Objectivhälften angebracht.

Datum.	Axe	Object.	St. Zt.	Inst.-Temp.	Oc.-St.	N.-St.	O.-N.	Wegen Re- fract., Aberr., Theilgsf. und Gang corrig. Distanz.	Correction wegen		Abstand.	Abw. vom Mittel.	$m =$ mittl. Fehler 1 Beob. $M =$ mittl. Fehler des Mittels.
									Oc.-St.	Temp.			
1889 Nov. 11.	<i>f</i>	<i>d-5</i>	^h 22 ^m 10	+ 1.5	8.65	8.64	+0.01	R 121.7184	+ 9	- 12	R 121.7181	+159	$m = \pm 0.223$
Decbr. 16.	<i>f</i>		23 44	- 2.5	8.85	8.67	+ 18	6750	+186	+ 20	6956	- 66	$M = \pm 0.112$
1890 Febr. 9.	<i>v</i>		8 49	- 5.5	8.70	8.70	0	7015	0	+ 43	7058	+ 36	
Decbr. 17.	<i>f</i>		2 16	-10.5	8.90	8.75	+ 15	6659	+154	+ 82	6895	-127	
121.7022													
1889 Nov. 12.	<i>f</i>	<i>s-28</i>	2 24	- 1.8	8.75	8.66	+0.09	91.8761	+ 71	+ 11	91.8843	-155	$m = \pm 0.293$
Decbr. 31.	<i>f</i>		1 48	- 3.5	8.75	8.68	+ 7	8813	+ 62	+ 21	8896	-102	$M = \pm 0.146$
1890 Febr. 13.	<i>v</i>		8 55	- 5.3	8.70	8.70	0	9178	0	+ 31	9209	+211	
Decbr. 9.	<i>f</i>		2 30	- 5.5	8.80	8.70	+ 10	8936	+ 78	+ 32	9046	+ 48	
91.8998													
1889 Nov. 13.	<i>f</i>	<i>28-34</i>	1 39	- 2.5	8.75	8.67	+0.08	86.2642	+ 59	+ 14	86.2715	-122	$m = \pm 0.223$
Decbr. 31.	<i>f</i>		2 17	- 3.5	8.75	8.68	+ 7	2674	+ 52	+ 20	2746	- 91	$M = \pm 0.112$
1890 Febr. 13.	<i>v</i>		9 25	- 5.3	8.70	8.70	0	2893	0	+ 30	2923	+ 86	
1890 Octbr. 13.	<i>f</i>		23 45	- 9.0	8.80	8.73	+ 7	2863	+ 52	+ 50	2965	+128	
86.2837													
1889 April 7.	<i>v</i>	<i>f-3</i>	9 8	+ 7.0	8.62	8.59	+0.03	40.5875	+ 11	- 18	40.5868	-281	$m = \pm 0.338$
Nov. 12.	<i>f</i>		1 45	- 1.5	8.75	8.66	+ 9	6165	+ 35	+ 4	6204	+ 55	$M = \pm 0.168$
1890 März 22.	<i>v</i>		9 18	+ 4.5	8.70	8.61	+ 9	6235	+ 31	- 12	6254	+105	
Decbr. 28.	<i>f</i>		1 21	- 8.0	8.80	8.72	+ 8	6220	+ 28	+ 21	6269	+120	
40.6149													
1889 März 22.	<i>v</i>	<i>h-s</i>	9 19	- 2.0	8.55	8.67	+0.12	57.2287	- 58	+ 7	57.2236	+ 71	$m = \pm 0.300$
1890 " 22.	<i>v</i>		8 49	+ 4.5	8.70	8.61	+ 9	2227	+ 44	- 17	2200	+ 35	$M = \pm 0.150$
Decbr. 28.	<i>f</i>		1 48	- 8.3	8.80	8.73	+ 7	1858	+ 34	+ 31	1923	-242	
1891 März 13.	<i>v</i>		8 36	+ 1.9	8.70	8.63	+ 7	2275	+ 34	- 7	2302	+137	
57.2165													
1889 Nov. 13.	<i>f</i>	<i>s-34</i>	2 9	- 2.5	8.75	8.67	+0.08	46.3049	+ 32	+ 8	46.3089	-107	$m = \pm 0.164$
Decbr. 16.	<i>f</i>		1 12	- 3.5	8.85	8.68	+ 17	3178	+ 67	+ 11	3256	+ 60	$M = \pm 0.082$
1890 " 9.	<i>f</i>		1 56	- 5.2	8.80	8.70	+ 10	3097	+ 39	+ 16	3152	- 44	
" 30.	<i>f</i>		2 28	-11.0	8.80	8.75	+ 5	3234	+ 19	+ 33	3286	+ 90	
46.3196													
1889 Decbr. 16.	<i>f</i>	<i>s-40</i>	0 14	- 2.5	8.85	8.67	+0.18	91.0160	+139	+ 15	91.0314	- 74	$m = \pm 0.232$
1890 März 29.	<i>v</i>		8 43	+15.0	8.40	8.51	- 11	0665	- 86	- 89	0490	+102	$M = \pm 0.116$
Decbr. 15.	<i>f</i>		23 23	-11.0	8.80	8.75	+ 5	0141	+ 38	+ 65	0244	-144	
1891 Janr. 1.	<i>f</i>		1 53	-10.8	8.80	8.75	+ 5	0404	+ 38	+ 64	0506	+118	
91.0388													
1890 Decbr. 15.	<i>f</i>	<i>f-40</i>	1 40	-12.2	8.80	8.76	+0.04	80.6685	+ 28	+ 63	80.6776	-121	$m = \pm 0.250$
" 17.	<i>v</i>		5 7	-12.8	8.90	8.77	+ 13	6847	+ 89	+ 67	7003	+106	$M = \pm 0.125$
" 30.	<i>v</i>		7 14	-14.0	8.80	8.75	+ 2	6683	+ 21	+ 73	6777	-120	
1891 Janr. 1.	<i>f</i>		1 35	-10.6	8.80	8.75	+ 5	6943	+ 34	+ 55	7032	+135	
80.6897													
1889 Nov. 13.	<i>f</i>	<i>34-40</i>	0 55	- 2.0	8.75	8.67	+0.08	72.7973	+ 50	+ 9	72.8032	- 91	$m = \pm 0.174$
Decbr. 16.	<i>f</i>		1 51	- 4.0	8.85	8.69	+ 16	7929	+ 99	+ 18	8046	- 77	$M = \pm 0.087$
1890 Febr. 12.	<i>v</i>		8 50	- 4.4	8.70	8.69	+ 1	8180	+ 6	+ 20	8206	+ 83	
Decbr. 13.	<i>f</i>		0 29	- 9.5	8.80	8.74	+ 6	8126	+ 37	+ 44	8207	+ 84	
72.8123													

TRIANGULATION DER PLEJADENGRUPPE.

Datum.	Axe	Object.	St. Zt.	Inst.-Temp.	Oc.-St.	N.-St.	O.-N.	Wegen Refract., Aberr., Theilgsf. und Gang corrig. Distanz	Correction wegen		Abstand.	Abw. vom Mittel.	$m =$ mittl. Fehler 1 Beob. $M =$ mittl. Fehler des Mittels.
									Oc.-St.	Temp.			
1889 März 6.	(v)	<i>h</i> -34	^h 7 46	^m —10.3	8.55	8.74	—0.19	R 88.8991	—143	+ 59	R 88.8907	—175	$m = \pm 0.291$
1890 Decbr. 17.	v		6 46	—14.5	8.90	8.78	+ 12	9023	+ 90	+ 83	9199	+117	$M = \pm 0.146$
" 31.	v		1 7	— 9.5	8.80	8.74	+ 6	9141	+ 45	+ 54	9240	+158	
1891 Janr. 1.	v		6 28	—13.6	8.80	8.77	+ 3	8880	+ 23	+ 78	8981	—101	
											88.9082		
1889 Nov. 13.	f	<i>h</i> -40	22 50	— 1.0	8.75	8.66	+ 9	85.0377	+ 65	+ 6	85.0448	—111	$m = \pm 0.225$
1890 Febr. 12.	v		7 27	— 4.0	8.70	8.69	+ 1	0702	+ 7	+ 22	0731	+172	$M = \pm 0.112$
März 15.	v		8 48	+10.0	8.50	8.56	— 6	0674	— 43	— 55	0576	+ 17	
Decbr. 15.	f		23 55	—11.2	8.80	8.75	+ 5	0384	+ 36	+ 62	0482	— 72	
											85.0559		
1889 Nov. 22.	f	<i>h</i> -12	2 34	— 3.0	8.80	8.68	+0.12	126.7007	+129	+ 25	126.7161	— 80	$m = \pm 0.118$
1890 Febr. 12.	v		6 54	— 3.2	8.70	8.68	+ 2	7124	+ 21	+ 26	7171	— 70	$M = \pm 0.059$
Decbr. 7	f		2 26	— 4.7	8.70	8.69	+ 1	7062	+ 12	+ 39	7113	—128	
1891 März 23.	f		9 1	— 3.2	8.69	8.68	+ 1	7232	+ 12	+ 26	7270	+ 29	
											126.7179		
1889 Nov. 22.	f	<i>d</i> -f	1 15	— 3.0	8.80	8.68	+0.12	131.8724	+134	+ 26	131.8884	— 67	$m = \pm 0.172$
1890 Decbr. 9.	f		1 27	— 5.1	8.80	8.70	+ 10	8760	+111	+ 43	8914	— 37	$M = \pm 0.086$
" 15.	f		2 7	—12.4	8.90	8.76	+ 14	8654	+155	+105	8914	— 37	
" 17.	f		2 46	—11.5	8.90	8.75	+ 15	8828	+167	+ 98	9093	+142	
											131.8951		
1889 März 4.	v	<i>η</i> -34	7 13	— 9.8	8.80	8.74	+0.06	129.7609	+ 66	+ 81	129.7756	—192	$m = \pm 0.251$
1890 Decbr. 29.	f		0 41	—10.5	8.80	8.75	+ 5	7861	+ 54	+ 87	8002	+ 54	$M = \pm 0.125$
" 30.	f		2 5	—10.7	8.80	8.75	+ 5	7944	+ 54	+ 89	8087	+141	
1891 Janr. 2.	f		1 32	— 6.5	8.90	8.71	+ 19	7683	+209	+ 54	7946	— 2	
											129.7948		
1890 Decbr. 17.	v	<i>f</i> -34	5 34	—12.0	8.90	8.76	+0.14	73.3563	+ 87	+ 56	73.3706	+183	$m = \pm 0.220$
" 17.	v		6 5	—14.0	8.90	8.78	+ 12	3343	+ 75	+ 66	3484	— 39	$M = \pm 0.110$
" 29.	f		1 58	—11.5	8.80	8.75	+ 5	3346	+ 31	+ 54	3431	— 92	
1891 Janr. 1.	f		2 29	—11.8	8.80	8.76	+ 4	3392	+ 25	+ 55	3472	— 51	
											73.3523		
1889 Decbr. 18.	f	<i>e</i> -k	1 12	— 0.5	8.85	8.65	+0.20	36.4684	+ 62	+ 1	36.4747	— 21	$m = \pm 0.127$
1890 Nov. 13.	f		0 12	+ 3.8	8.60	8.61	— 1	4691	— 3	— 9	4679	— 89	$M = \pm 0.064$
1891 März 13.	v		7 40	+ 2.5	8.70	8.63	+ 7	4818	+ 22	— 6	4802	+ 34	
" 22.	f		7 49	— 1.5	8.69	8.68	+ 1	4836	+ 3	+ 4	4843	+ 75	
											36.4768		

Die einzelnen Columnen der vorstehenden Messungsergebnisse enthalten der Reihe nach: Das Datum der Messung, Lage des Instrumentes, die Sterne, welche die gemessene Distanz begrenzen, Sternzeit der Messung, Temperatur des Instrumentes zur Zeit der Messung, die Ocularstellung, die der angegebenen Temperatur entsprechende Normalstellung des Oculars, die Differenz dieser beiden Daten im Sinne Ocular-Stellung — Normalstellung. Weiterhin die Anzahl der Scalentheile für die gemessene Distanz, nachdem schon die Correctionen wegen Theilungsfehler, Run, event. periodische Fehler der Mikrometerschraube, Refraction und Aberration angebracht sind. Die beiden folgenden Reihen geben die Reduction dieser Distanz wegen Abweichung der jeweiligen Ocularstellung von der Normalstellung und diejenige wegen der Temperatur des Instrumentes, also die Reduction der Distanz auf 0° C. —

Die nach Summirung der drei letzten Columnen erhaltene wirkliche Distanz ausgedrückt in Scalentheilen, von der oben angegebenen Bedeutung, giebt die nächste Spalte. Unter derselben findet sich nach jedem einzelnen Sternpaar das Mittel der Distanz, welches dann weiterhin in der Rechnung zur Verwendung gelangte. Ausserdem ist noch die Abweichung jeder einzelnen Messung gegen das bezügliche Mittel in Einheiten der 4. Decimale hinzugefügt.

Die wahrscheinlichen Fehler einer aus 4 Einzelmessungen bestehenden Distanz schwanken zwischen $\pm 0^R.0014$ und $\pm 0^R.0106$, was einem Winkelwerthe von $0''.024$ resp. $0''.190$ entspricht, im Mittel hat man aus allen Distanzen $\pm 0^R.0060 = 0''107$.

Im Grossen und Ganzen sind die grösseren Fehler auch durch grössere Distanzen und namentlich durch die Verbindung der schwächeren Sterne bedingt.

§ 12.

Der nun vorzunehmenden Ausgleichung zwischen diesen gemessenen Distanzen sind die von Elkin gefundenen Positionen der Plejadensterne zu Grunde gelegt. Aus den dort gegebenen Rectascensionen und Declinationen wurden rückwärts die Distanzen der hier in Betracht kommenden Sterne berechnet und diese Werthe mit den von mir gefundenen Distanzen verglichen.

TRIANGULATION DER PLEJADENGRUPPE.

Verwandlung der in Scalentheilen (Revol.) ausgedrückten Distanzen in Bogenmass, nebst Correctionen wegen der fortschreitenden Aenderung des Scalenerwerthes, sowie Vergleichung mit den Elkin'schen und Battermann'schen Distanzen.

Bezeichnung der Distanzen.	Distanz in Scalentheilen.	Log. der Distanz in Secunden.	Distanz in Secunden.	Red. wegen Aenderung des Scalenw.	A. Red. Distanz in Secunden	E. Distanz bei Elkin.	Distanz bei Battermann.	A - E. (n)	Corr. wegen Eigenbewegung.	Wegen Eigenbew. korr. A - E.	
<i>c-k</i> Plej.	8.3694	2.1758343	149.911	-0.004	149.91	149.88		+0.03	+0.01	+0.04	+0.02
<i>f-h</i>	16.7940	2.4782941	300.811	8	300.80	300.89	300.64	- 9	- 4	- 5	
<i>c-l</i>	33.7495	2.7814074	604.525	19	604.51	604.48		+ 3	- 1	+ 2	
<i>e-c</i>	34.6526	2.7928758	620.692	20	620.67	620.58	620.56	+ 9	0	+ 9	
<i>b-g</i>	35.5469	2.8039418	636.710	21	636.69	636.73	636.73	- 4	+ 2	- 2	
<i>e-k</i>	36.4768	2.8151567	653.366	-0.021	653.34	653.44		-0.10	+0.04	-0.06	+0.13
<i>c-k</i>	37.7314	2.8298429	675.838	22	675.83	675.74		+ 9	+ 1	+ 10	
<i>g-e</i>	40.2574	2.8579857	721.084	24	721.06	720.80	720.86	+ 26	0	+ 26	
<i>e-l</i>	40.2999	2.8484439	721.845	24	721.82	721.94		- 12	+ 2	- 10	
<i>f-s</i>	40.6149	2.8618254	727.487	24	727.46	727.48		- 2	- 3	- 5	
<i>l-12</i>	43.0811	2.8874268	771.661	-0.027	771.63	771.56		+0.07	+0.06	+0.13	
<i>s-34</i>	46.3196	2.9189048	829.669	30	829.64	829.79		- 15	+ 10	- 5	
<i>g-c</i>	49.4396	2.9472150	885.554	33	885.52	885.00	884.97	+ 52	0	+ 52	
<i>s-h</i>	57.2165	3.0106613	1021.852	40	1021.81	1024.84		- 3	- 7	- 10	
<i>η-d</i>	61.8040	3.0441566	1107.023	46	1106.98	1106.77	1107.12	+ 21	- 1	+ 20	
<i>b-c</i>	67.1859	3.0804181	1203.422	-0.052	1203.37	1203.03	1203.33	+0.34	+0.06	+0.40	+0.02
<i>34-40</i>	72.8123	3.1153448	1304.202	59	1304.14	1303.90		+ 24	- 0	+ 24	
<i>l-34</i>	73.3523	3.1185538	1313.874	60	1313.81	1313.99		- 18	0	- 18	
<i>b-d</i>	74.3738	3.1245599	1332.171	62	1332.11	1332.20	1332.11	- 9	+ 2	- 7	
<i>m-l</i>	74.5361	3.1255067	1335.078	62	1335.02	1334.90		- 12	- 8	- 15	
<i>m-e</i>	74.7924	3.1269974	1339.669	-0.063	1339.60	1339.79		-0.19	+0.03	-0.16	-0.02
<i>η-f</i>	77.6697	3.1433916	1391.206	67	1391.14	1391.17	1391.17	- 3	0	- 3	
<i>η-h</i>	78.3319	3.1470786	1403.068	68	1403.00	1402.82	1403.08	+ 18	+ 1	+ 19	
<i>f-40</i>	80.6897	3.1599581	1445.300	71	1445.23	1445.25		- 2	- 1	- 3	
<i>η-s</i>	83.4952	3.1748015	1495.552	75	1495.48	1495.47		+ 1	- 14	- 13	
<i>h-40</i>	85.0559	3.1828445	1523.507	-0.078	1523.43	1523.34		+0.09	-0.02	+0.07	
<i>28-34</i>	86.2837	3.1890688	1545.499	79	1545.42	1545.32		+ 10	- 1	+ 9	
<i>η-12</i>	86.4280	3.1897945	1548.084	79	1548.01	1548.20		- 19	- 3	- 22	
<i>c-d</i>	87.3704	3.1945043	1564.964	81	1564.88	1564.49	1564.52	+ 39	+ 4	+ 43	
<i>34-h</i>	88.9082	3.2020818	1592.509	85	1592.42	1592.70		- 28	- 3	- 31	
<i>s-40</i>	91.0388	3.2123665	1630.672	-0.088	1630.58	1630.39		+0.19	+0.06	+0.25	+0.04
<i>28-5</i>	91.8998	3.2164545	1646.093	89	1646.00	1645.94		+ 6	+ 7	+ 13	
<i>η-c</i>	92.4939	3.2192531	1656.735	92	1656.64	1656.87	1656.85	- 23	- 1	- 24	
<i>d-g</i>	97.8721	3.2437989	1753.069	102	1752.97	1752.94	1752.69	+ 3	0	+ 3	
<i>m-12</i>	105.2550	3.2753828	1885.310	118	1885.19	1885.20		- 1	- 3	- 4	
<i>η-l</i>	107.4535	3.2843605	1924.689	-0.124	1924.57	1924.40		+0.17	+0.01	+0.18	
<i>e-d</i>	116.1990	3.3183424	2081.337	146	2081.19	2081.25	2081.58	- 6	+ 2	- 4	
<i>d-12</i>	118.8880	3.3282780	2129.502	153	2129.35	2129.27		+ 8	0	+ 8	
<i>η-b</i>	119.6757	3.3311460	2143.611	156	2143.46	2143.36	2143.39	+ 9	+ 2	+ 11	
<i>d-s</i>	121.7022	3.3334385	2179.910	161	2179.75	2179.23		+ 52	- 16	+ 36	
<i>h-12</i>	126.7179	3.3559780	2269.750	-0.175	2269.57	2269.33		+0.24	-0.04	+0.20	-0.04
<i>η-e</i>	127.1374	3.3574133	2277.264	178	2277.08	2277.41	2277.42	- 33	+ 1	- 32	
<i>η-g</i>	128.3303	3.3614692	2298.631	180	2298.45	2298.80	2298.50	- 35	- 2	- 37	
<i>η-34</i>	129.7948	3.3663973	2324.863	184	2324.68	2324.72		- 4	- 4	- 8	
<i>d-f</i>	131.8951	3.3733689	2362.483	192	2362.29	2362.24	2362.27	+ 5	- 1	+ 4	
<i>d-28</i>	140.9558	3.4022230	2524.777	-0.222	2524.55	2524.52		+0.03	-0.02	+0.01	
<i>η-28</i>	143.0404	3.4085987	2562.115	231	2561.88	2562.04		- 16	+ 1	- 15	

In vorstehender Tabelle habe ich die zunächst in Scalentheilen gegebenen Entfernungen nach den oben dargelegten Auseinandersetzungen in Bogenmaass ausgedrückt. Ich habe dort, um nochmals einen Ueberblick über die angewandte Reductionsmethode zu geben, die an den genähert gerechneten Bogen noch anzubringende Correction angegeben, und zwar die cubische Reduction allein.

Eine Vergleichung mit den Elkin'schen und Battermann'schen Werthen ist beigefügt. Für die Ersteren ist die aus den Bessel'schen und Elkin'schen Positionen folgende Eigenbewegung in Betracht gezogen werden, sodass diese Werthe wirklich streng miteinander vergleichbar sind.

Es geht aus den Differenzen der Elkin'schen gegen meine Messungen, sofern man aus entsprechenden Gruppen Mittel nimmt, um die zufälligen Differenzen zu eliminiren, ziemlich sicher hervor, dass ein fortschreitender systematischer Fehler in beiden Messungsreihen wohl kaum noch zu befürchten sein dürfte.

§ 13.

Die Unterschiede zwischen den Elkin'schen Distanzen und den meinigen sind als Grundlage für Aufsuchung der Verbesserungen der Elkin'schen Coordinaten in die Ausgleichung eingesetzt worden. Es sind die in Columne n stehenden Werthe, ausgedrückt in Secunden. — Die angefügte Tabelle (vgl. Anhang) giebt die den einzelnen Distanzen zukommenden Coefficienten in Bezug auf ihre Einwirkung auf die bedingten Rectascensions- und Declinationsänderungen. Dieselben sind so geordnet, dass sich in der ersten horizontalen Columne die Bezeichnung der gesuchten Coordinatenverbesserung befindet, während in der ersten vertikalen Reihe die Distanz angegeben ist, aus der dieselbe mit dem in der Tabelle befindlichen Coefficienten:

$$\cos p \text{ resp. } \sin p \cos \delta,$$

resultirt.

Auf diesem Wege entstanden 47 Bedingungsgleichungen, aus welchen, wenn man den Ort für η Plejadum als Ausgangspunkt annimmt, also die relativen Coordinatenverbesserungen als Unbekannte einführt, insgesamt 30 Unbekannte zu bestimmen sind.

Da auf diese Weise über die Gesamtorientirung des Systems in Position eigentlich nichts bestimmt wird, und da es ausserdem wünschenswerth war, die Zahl der zu eliminirenden Unbekannten möglichst zu verringern, weil die Unsicherheit der Bestimmung derselben mit der Anzahl schnell zunimmt, so habe ich für zwei Sterne, nämlich für 17b und 27f, für welche eine grosse Reihe von Meridianbestimmungen vorliegen, den relativ sehr genau bestimmten Declinationsunterschied dadurch vorläufig als Bekannte mit eingeführt, dass ich die sämmtlichen verbleibenden 28 zu bestimmenden Stücke als Functionen der Declinationsverbesserungen dieser Sterne ausgedrückt habe. — Die Rechnung wird dadurch nicht complicirter als sie ohnehin bei der grossen Anzahl der Unbekannten schon ist, aber es bleibt dann späteren Festsetzungen ganz frei über-

lassen, welche Declinationen man für diese beiden Sterne annehmen will. — Die Ausgleichung selbst ist nur einmal durchgeführt, dieselbe ist aber von Satz zu Satz durch Mitnahme aller Summenglieder sorgfältig controllirt, sodass ein Fehler nicht mehr vorhanden sein kann. Ausserdem giebt auch die Uebereinstimmung der letzten Fehlersummen aus Elimination und Substitution die beste Gewähr für die Richtigkeit der Rechnung, man hat aus Elimination

$$[nn_{\alpha}] = 0.485$$

und aus Substitution:

$$[nn_{\beta}] = 0.4848.$$

Um die Sicherheit der erlangten Resultate festzustellen, habe ich eine vollständige Berechnung der Gewichte der einzelnen Unbekannten durchgeführt. Ich setzte den in folgender Tabelle unter Δ_n gegebenen Resultaten der Ausgleichung die erlangten Coefficienten $\sqrt{\frac{1}{p}}$ hinzu, welche das reciproke Maass der Sicherheit angeben.

Die aus der Ausgleichung folgenden Werthe der Coordinaten-Verbesserungen und deren Werthe für die verschiedenen Annahmen der Declination der Sterne 17b und 27f Plejadum.

	(Δ_H)			$\sqrt{\frac{1}{p}}$	r	$r \cos \delta$	(Δ_M)	($\frac{\Delta_H + M}{2}$)
$\Delta_{\alpha} g$	= +0.126	+0.013 $\Delta_{\delta} b$	+0.000 $\Delta_{\delta} f$	0.802	± 0.086	+0.079	+0.125	+0.126
$\Delta_{\alpha} b$	= +0.011	+ 2	0	0.824	0.088	0.081	+0.011	+0.011
$\Delta_{\alpha} m$	= -0.162	0	0	1.774	0.189	0.173	-0.162	-0.162
$\Delta_{\alpha} e$	= +0.382	+ 1	0	0.945	0.101	0.092	+0.382	+0.382
$\Delta_{\alpha} c$	= +0.495	- 82	0	0.821	0.088	0.081	+0.501	+0.498
$\Delta_{\alpha} k$	= +0.126	- 12	0	1.291	0.138	0.126	+0.127	+0.126
$\Delta_{\alpha} l$	= +0.105	- 14	0	0.955	0.102	0.093	+0.106	+0.106
$\Delta_{\alpha} d$	= -0.153	+ 29	+ 65	0.675	0.072	0.066	-0.146	-0.150
$\Delta_{\alpha} 12$	= -0.026	- 9	+ 8	1.264	0.135	0.124	-0.024	-0.025
$\Delta_{\alpha} 28$	= +0.116	+ 12	+ 26	1.526	0.163	0.149	+0.119	+0.118
$\Delta_{\alpha} s$	= +0.241	+ 11	+ 160	0.971	0.104	0.095	+0.263	+0.252
$\Delta_{\alpha} f$	= +0.036	+ 11	+ 168	0.743	0.080	0.073	+0.061	+0.048
$\Delta_{\alpha} h$	= +0.167	- 2	+ 48	0.868	0.093	0.085	+0.183	+0.174
$\Delta_{\alpha} 34$	= +0.137	+ 8	- 184	1.104	0.118	0.108	+0.108	+0.122
$\Delta_{\alpha} 40$	= +0.326	+0.012	-0.105	0.871	0.093	0.085	+0.309	+0.318
$\Delta_{\delta} g$	= -0.061	-0.180 $\Delta_{\delta} b$	-0.015 $\Delta_{\delta} f$	0.829	0.089		-0.051	-0.056
$\Delta_{\delta} m$	= -0.041	+ 4	- 1	1.372	0.147		-0.041	-0.041
$\Delta_{\delta} e$	= +0.081	- 101	- 23	0.962	0.103		+0.086	+0.084
$\Delta_{\delta} c$	= +0.198	- 74	- 3	0.732	0.078		+0.204	+0.201
$\Delta_{\delta} k$	= +0.314	- 88	0	1.037	0.111		+0.320	+0.317
$\Delta_{\delta} l$	= +0.225	- 144	0	0.873	0.093		+0.236	+0.230
$\Delta_{\delta} d$	= -0.195	- 98	+ 54	0.702	0.075		-0.179	-0.187
$\Delta_{\delta} 12$	= -0.095	- 79	+ 56	0.806	0.086		-0.081	-0.088
$\Delta_{\delta} 28$	= +0.077	- 29	- 37	0.752	0.080		+0.074	+0.076
$\Delta_{\delta} s$	= +0.037	- 5	+ 473	0.664	0.071		+0.107	+0.072
$\Delta_{\delta} h$	= -0.052	+ 8	+ 769	0.685	0.073		+0.053	0.000
$\Delta_{\delta} 34$	= +0.212	+ 20	+ 893	0.914	0.098		+0.342	+0.277
$\Delta_{\delta} 40$	= +0.376	+0.354	-1.498	1.873	0.200		+0.128	+0.252

§ 14.

Aus der Ausgleichung findet sich der wahrscheinliche Fehler einer Coordinatenverbesserung vom Gewichte 1 zu $\pm 0''.108$. Wird dieser Werth mit den unter $\frac{1}{\sqrt{p}}$ gegebenen Gewichtscoefficienten multiplicirt, so erhält man die den

einzelnen $\Delta\alpha$ und $\Delta\delta$ entsprechenden wahrscheinlichen Fehler. Werden die auf die $\Delta\alpha$ sich beziehenden Daten dieser Rubrik noch mit $\cos\delta$ multiplicirt, so hat man den wahrscheinlichen Fehler durchgängig auf den grössten Kreis bezogen.

Vergleicht man den aus der Ausgleichung folgenden mittleren Fehler einer Coordinatenverbesserung mit dem mittleren Fehler einer Distanzmessung, so findet sich der erstere zu $\pm 0''.160$ und der letztere zu $\pm 0''.107$, wenn man denselben gültig für eine aus vier Einzelmessungen bestehende Distanz ableitet. Bedenkt man ferner, dass die einzelne Coordinatenverbesserung immer zum mindesten aus drei, in den bei weitem meisten Fällen aber aus vier und mehr zusammenstossenden Distanzen abgeleitet ist, und dass die Fehler dieser Distanzen immer nur gemäss dem jeweiligen Coefficienten auf die Coordinatenverbesserung eingehen, so hat man die letztere im Durchschnitt zu 0.7 angesetzt: $\pm 0.107 \cdot \sqrt{4} \cdot 0.7 = \pm 0''.150$. Diese Uebereinstimmung kann, wenn auch der zweite Werth ($\pm 0''.150$) auf etwas willkürlichen Annahmen beruht, als eine recht zufriedenstellende betrachtet werden. Es zeigt dieselbe, dass die erhaltenen Coordinatenverbesserungen thatsächlich der Genauigkeit der Distanzmessungen entsprechen. Die verhältnissmässige Grösse der Fehler glaube ich der Mitnahme der schwachen Sterne vornehmlich zuschreiben zu müssen, wenn auch bei einer Betrachtung der übrig bleibenden Fehler eine solche Abhängigkeit sich nicht mit Evidenz ausspricht. —

Eine diese übrig bleibenden Fehler (v) zeigende Zusammenstellung habe ich in nachstehender Tabelle gegeben. Es finden sich dort unter n die der Ausgleichung zu Grunde gelegten Abweichungen meiner Messungen von den aus den Elkin'schen Coordinaten berechneten Distanzen, unter (v_1) die übrig bleibenden Fehler, wenn man für 17 b und 27 f die Elkin'schen Declinationen beibehält unter ($v_1 v_1$) die Quadrate dieser Fehler. Die Summe dieser Quadrate 0.4848 stimmt mit der aus der Elimination folgenden $[m_{28}] = 0.485$ fast ganz genau, was natürlich hier ein Zufall, da durchgängig gar nicht mit 4 Stellen gerechnet worden ist. Mit dieser Summe der Fehlerquadrate sind die obigen Angaben über den mittleren und wahrscheinlichen Fehler einer Messung gefunden worden.

TRIANGULATION DER PLEJADENGRUPPE.

Darstellung der Distanzen auf Grund der verschiedenen Annahmen über die Declinationen von 17b und 27f Plej.

Distanz.	Elkin'sche Declination $\Delta_{\delta} b$ und $\Delta_{\delta} f = 0.$			Meridianbeobachtung $\Delta_{\delta} b = -0.07$ $\Delta_{\delta} f = +0.15$		Mittel aus Elkin und Meridianbeob. $\Delta_{\delta} b = -0.025$ $\Delta_{\delta} f = -0.075$	
	n	v_1	$(v_1 v_1)$	v_2	$(v_2 v_2)$	v_3	$(v_3 v_3)$
<i>g-b</i>	-0.04	+0.03	0.0009	-0.06	0.0036	-0.02	0.0004
<i>g-e</i>	+ 26	+ 3	9	+ 3	9	+ 3	9
<i>g-c</i>	+ 52	+ 12	144	+ 11	121	+ 12	144
<i>g-d</i>	+ 3	+ 12	144	+ 12	144	+ 12	144
<i>g-η</i>	- 35	- 22	484	- 23	529	- 23	529
<i>b-c</i>	+0.34	-0.10	100	-0.17	289	-0.13	169
<i>b-d</i>	- 9	- 4	16	0	0	- 2	4
<i>b-η</i>	+ 9	+ 10	100	+ 10	100	+ 10	100
<i>m-e</i>	- 19	- 9	81	- 8	64	- 8	64
<i>m-l</i>	+ 12	+ 20	400	+ 22	484	+ 21	441
<i>m-12</i>	-0.01	-0.14	196	-0.13	169	-0.14	196
<i>e-c</i>	+ 9	+ 7	49	+ 7	49	+ 7	49
<i>e-k</i>	- 10	- 2	4	- 1	1	- 2	4
<i>e-l</i>	- 12	+ 8	64	+ 8	64	+ 8	64
<i>e-d</i>	- 6	- 9	81	- 8	64	- 8	64
<i>e-η</i>	-0.33	-0.09	81	-0.09	81	-0.09	81
<i>c-k</i>	+ 9	+ 2	4	0	0	+ 1	1
<i>c-l</i>	+ 3	- 11	121	- 11	121	- 11	121
<i>c-d</i>	+ 39	+ 17	289	+ 18	324	+ 18	324
<i>c-η</i>	- 23	+ 3	9	+ 4	16	+ 4	16
<i>k-l</i>	+0.03	-0.01	1	0.00	0	-0.01	1
<i>l-12</i>	+ 7	+ 18	324	+ 18	324	+ 18	324
<i>l-η</i>	+ 17	+ 5	25	+ 4	16	+ 5	25
<i>d-12</i>	+ 8	- 5	25	- 4	16	- 4	16
<i>d-η</i>	+ 21	- 1	1	0	0	- 1	1
<i>d-28</i>	+0.03	+0.07	49	+0.03	9	+0.05	25
<i>d-s</i>	+ 52	+ 19	361	+ 19	361	+ 19	361
<i>d-f</i>	+ 5	- 15	225	- 19	361	- 17	289
<i>12-η</i>	- 19	- 10	100	- 12	144	- 11	121
<i>12-h</i>	+ 24	+ 12	144	+ 17	289	+ 14	196
<i>η-28</i>	-0.16	-0.12	144	-0.12	144	-0.12	144
<i>η-s</i>	+ 1	- 15	225	- 12	144	- 13	169
<i>η-f</i>	- 3	- 6	36	- 7	49	- 7	49
<i>η-h</i>	+ 18	+ 2	4	- 1	1	+ 1	1
<i>η-34</i>	- 4	- 1	1	+ 8	64	+ 3	9
<i>28-s</i>	+0.06	+0.07	49	-0.01	1	+0.03	9
<i>28-34</i>	+ 10	- 1	1	- 7	49	- 4	16
<i>s-f</i>	- 2	+ 6	36	- 1	1	+ 2	4
<i>s-h</i>	- 3	- 7	49	- 4	16	- 5	25
<i>s-34</i>	- 15	+ 3	9	+ 9	81	+ 6	36
<i>s-40</i>	+0.19	+0.05	25	+0.14	196	+0.10	100
<i>f-h</i>	- 9	- 5	25	0	0	- 2	4
<i>f-34</i>	- 18	- 2	4	- 1	1	- 1	1
<i>f-40</i>	- 2	- 20	400	- 23	529	- 21	441
<i>h-34</i>	- 28	- 2	4	+ 1	1	0	0
<i>h-40</i>	+0.09	+0.14	196	+0.02	4	+0.08	64
<i>34-40</i>	+ 24	0	0.0000	+ 8	0.0064	+ 4	0.0016
			Σ 0.4848		Σ 0.5530		Σ 0.4975

Die mittleren resp. wahrscheinlichen Fehler (m resp. r) für die einzelnen Annahmen, deren Bedeutung in Nachstehendem erläutert wird, finden sich aus dieser Tabelle wie folgt:

Erste Annahme:

$$m_1 = \pm \sqrt{\frac{0.4848}{47-28}} = \pm \sqrt{\frac{0.4848}{19}} = \pm 0''.160$$

$$r_1 = \pm 0.675 \times 0''.160 = \pm 0''.108.$$

Zweite Annahme:

$$m_2 = \pm \sqrt{\frac{0.5530}{19}} = \pm 0''.171$$

$$r_2 = \pm 0.675 \times 0''.171 = \pm 0''.115.$$

Dritte Annahme:

$$m_3 = \pm \sqrt{\frac{0.4975}{19}} = \pm 0''.162$$

$$r_3 = \pm 0.675 \times 0''.162 = \pm 0''.109.$$

Wählt man statt der Elkin'schen Declinationen, diejenigen wie sie aus den Meridianbeobachtungen folgen, so hat man für $\Delta_\delta b - 0''.07$ und für $\Delta_\delta f + 0''.15$ einzuführen, da dieses die Abweichungen der Elkin'schen Declinationen dieser Sterne von den auf gleiches Aequinox gebrachten Meridianbeobachtungen sind.

Führt man diese Unterschiede in die oben gegebenen Ausdrücke für die einzelnen Coordinaten-Correctionen ein, so bekommt man für dieselben die unter Δ_x angegebenen Werthe. Die Abweichungen der Zahlen unter Δ_x und Δ_x sind mit Ausnahme des $\Delta_\delta 40$ nicht von Belang, die letzte Verbesserung ist aber aus dem Gesamtsystem so unsicher zu bestimmen, dass selbstverständlich eine veränderte Annahme von $\Delta_\delta f$, von welchem Element dieselbe äusserst stark beeinflusst wird, solche Unterschiede hervorbringen muss. Bildet man auch mit diesem System von Verbesserungen die übrig bleibenden Fehler, so ergibt sich die unter v_2 gegebene Zahlenfolge mit den Fehlerquadraten unter $[v_2 v_2]$, deren Summe sich auf 0.5530 beläuft. Wie man sieht, sind unter dieser Annahme die übrig bleibenden Fehler erheblich grösser, was wohl auch nicht zu verwundern ist, da mit der Einführung der Meridianbeobachtungen ein der eigentlichen Ausgleichung fremdes Element in die Rechnung gebracht worden ist. — Die Ableitung des wahrscheinlichen Fehlers für eine Coordinatenverbesserung steigt damit auf $\pm 0''.115$.

§ 15.

Es fragt sich nun, welche Annahme für $\Delta_\delta b$ und $\Delta_\delta f$, d. h. welche Declinationen man hier verwenden will.

Elkin hat für 1885.0: Declination von $17b + 23^\circ 45' 2''.82$, Declination von $27f + 33^\circ 42' 2''.57$. Die Meridianbeobachtungen ergeben: 1885.0 Declination

von $17b + 23^\circ 45' 2''.74$, Declination von $27f + 23^\circ 42' 2''.71$, wenn man den Ort von η Plejadum mit dem Elkin'schen*) übereinstimmend annimmt und die Declinations-Differenzen zwischen η -17b und $27f$ - η Plejd. nach den Angaben von Battermann wie folgt ansetzt:

$$\begin{array}{l} \text{Für Equinox 1875.0 } \eta - 17b \\ \Delta_{\delta} \text{ Epoche 1875.0 } -0' 6''.14 \quad \text{Epoche 1885.0 } -0' 6''.17 \\ \text{Equinox 1875.0 } 27f - \eta \\ \Delta_{\delta} \text{ Epoche 1875.0 } -2' 50''.81 \quad \text{Epoche 1885.0 } -2' 50''.79. \end{array}$$

Battermann nimmt auf Grund seiner Vermessung der 7 hellsten Sterne

$$\text{Equinox 1885.0 Decl. } 17b + 23^\circ 45' 2''.78 \quad \text{Decl. } 27f + 23^\circ 42' 2''.64,$$

welche Orte nach dem dort gesagten eben nur die Mittel zwischen den Elkin'schen Werthen und den Meridianbeobachtungen sind.

Zieht man in Betracht, dass sowohl die Meridianbeobachtungen für sich eine grosse Sicherheit in den Declinationen besitzen, dass aber auch die Elkin'sche Declinationen von $17b$ und $27f$ auf zwei verschiedenen ganz von einander unabhängigen Wegen gefunden wurden, von welchen der zweite in letzter Linie doch auch wieder auf den Meridianbeobachtungen von 4 bestimmten Sternen beruht, so kann man wohl mit Battermann das Mittel aus den beiden Bestimmungen als ziemlich zutreffend annehmen. Auch möchte ich nicht durch Einführung der ganzen, den Meridianbeobachtungen entsprechenden Werthe von $\Delta_{\delta}b$ und $\Delta_{\delta}f$ die doch immerhin viel bessere Uebereinstimmung meiner Correctionen stören, mich andererseits aber auch, so viel als irgend thunlich, von den Elkin'schen Vermessungen unabhängig halten. —

§ 16.

Wird also dieser Betrachtung gemäss für 1890.0, der mittleren Epoche meiner Triangulation, $\Delta_{\delta}b = -0''.055$ und $\Delta_{\delta}f = -0''.075$ gesetzt, so würden die unter $\Delta_{\frac{H+N}{2}}$ angegebenen Werthe als Coordinaten-Correctionen anzuwenden sein.

Wird mit diesen Daten die Darstellung wiederholt, so findet man die übrig bleibenden Fehler, welche unter v_s aufgeführt sind. Die Summe der $(v_s v_s)$ ist dann 0.4975 und damit der wahrscheinliche Fehler einer Coordinaten-Verbesserung $= \pm 0''.109$, wozu allerdings noch die Unsicherheit in den $\Delta_{\delta}b$ und $\Delta_{\delta}f$ hinzukommt, deren Betrag sich für die Meridianbeobachtungen $\pm 0''.093$ ergibt. In den hier als endgültig betrachteten Verbesserungen gehen die Meridianbeobachtungen aber nur zur Hälfte ein, also wird ihre Unsicherheit auch nur dementsprechend vergrössert, d. h. es findet sich für den wahrscheinlichen Fehler

*) Dieser Ort von η Plejadum ist auf Grund der Auwers'schen und Newcomb'schen Untersuchungen abgeleitet und wird sowohl hier, wie auch bei Elkin und Battermann für 1885.0 wie folgt angenommen:

$$\eta \text{ Plejadum AR. } 55^\circ 9' 43''.96 \text{ Decl. } + 23^\circ 44' 54''.71.$$

$$\pm \sqrt{(0.109)^2 + \left(\frac{0.093}{2}\right)^2} = \pm \sqrt{0.014043} = \pm 0''.118.$$

Es ist zur Entscheidung darüber, ob die angewandte Form des Scalenwerthes die Beobachtungen auch in genügender Weise unabhängig von etwaigen fortschreitenden systematischen Fehlern darstelle, noch wünschenswerth, die übrig bleibenden Fehler in der Reihenfolge zu ordnen, wie sie die Grösse der gemessenen Distanzen angiebt. Ich habe das in der nachstehenden Zusammenstellung gethan, und zwar mit den den Elkin'schen Declinationen von 17 b und 27 b entsprechenden Werthen. Die nachstehende Uebersicht giebt zunächst die Bezeichnung der Distanz, sodann die Grösse derselben in Scalentheilen des Heliometers, weiterhin die übrig bleibenden Fehler. Da die einzelnen Zahlen noch sehr von Zufälligkeiten abhängen, so habe ich dieselben in Gruppen, die je ein Intervall von 20—40 Scalentheilen umfassen, vereinigt und sowohl für diese Gruppen das Mittel der Abweichungen als auch den mittleren Fehler gebildet. Aus dem Verlauf der ersteren Daten geht mit Sicherheit hervor, dass ein systematisch mit der Grösse der Distanz fortschreitender Unterschied der beiden Triangulationen nicht mehr vorhanden ist. — Dieses Resultat zeigt also, dass die Art und Weise, wie ich das Correctionsglied meines Scalenwerthes abgeleitet habe, eine den wahren Verhältnissen der Heliometermessungen entsprechende ist; denn in den aus den Elkin'schen Positionen abgeleiteten Distanzen dürfte von einer Unrichtigkeit, welche der Grösse der Entfernung zwischen dem jeweiligen Sternpaare entspräche, wohl kaum die Rede sein. Erstens ist das Heliometer des Yale College ein solches mit cylindrischer Führung der Objectivschlitten und schon deshalb ist eine, einer Potenz der Distanz proportionale Verbesserung unwahrscheinlich. Zweitens ist aber auch namentlich die zweite Elkin'sche Vermessung derart angestellt, dass in den resultirenden Distanzen zwischen den hier in Betracht kommenden Sternen ein solcher systematischer Fehler nicht mehr erkennbar sein würde. —

Die übrig bleibenden Fehler v_i geordnet nach der Grösse der Distanzen.

Distanz.	Grösse der Distanz.	v_i	$\frac{\Sigma v_i^*}{n}$	$v_i v_i$	$\frac{\Sigma(v_i v_i)}{n-1}$	m	$m : \sqrt{s}$
<i>e-k</i>	8.4	-0.01		0.0001	} $\frac{213}{6}$	} ± 0.060	} $\frac{0.060}{\sqrt{29.0}} = \pm 0.011$
<i>f-h</i>	16.8	- 5		25			
<i>c-l</i>	33.7	- 11		121			
<i>e-c</i>	34.7	+ 7	-0.01	49			
<i>b-g</i>	35.5	+ 3		9			
<i>e-k</i>	36.3	-0.02		4			
<i>c-k</i>	37.7	+ 2		4			
<i>g-e</i>	40.3	+ 3		9	} $\frac{736}{8}$	} ± 0.096	} $\frac{0.096}{\sqrt{49.6}} = \pm 0.014$
<i>e-l</i>	40.3	+ 8		64			
<i>f-s</i>	40.6	+ 6		36			
<i>l-12</i>	43.1	+0.18	+0.04	324			
<i>s-34</i>	46.3	+ 3		9			
<i>g-c</i>	49.4	+ 12		144			
<i>s-h</i>	57.2	- 7		49			
<i>η-d</i>	61.8	- 1		1			
<i>b-c</i>	67.2	-0.10		100			
<i>34-40</i>	72.8	0		0	} $\frac{1756}{13}$	} ± 0.116	} $\frac{0.116}{\sqrt{80.8}} = \pm 0.013$
<i>f-34</i>	73.4	- 2		4			
<i>b-d</i>	74.4	- 4		16			
<i>m-l</i>	74.5	+ 20		400			
<i>e-m</i>	74.8	-0.09	-0.01	81			
<i>η-f</i>	77.7	- 6		36			
<i>η-h</i>	78.3	+ 2		4			
<i>f-40</i>	80.7	- 20		400			
<i>η-s</i>	83.5	- 15		225			
<i>h-40</i>	85.1	+0.14		196			
<i>28-34</i>	86.3	- 1		1			
<i>η-12</i>	86.4	- 10		100			
<i>c-d</i>	87.4	+ 17		289			
<i>34-h</i>	88.9	- 2		4			
<i>s-40</i>	91.0	+0.05	+0.02	25	} $\frac{654}{8}$	} ± 0.090	} $\frac{0.090}{\sqrt{104.5}} = \pm 0.009$
<i>28-s</i>	91.9	+ 7		49			
<i>η-c</i>	92.5	+ 3		9			
<i>d-g</i>	97.9	+ 12		144			
<i>m-12</i>	105.3	- 14		196			
<i>η-l</i>	107.5	+0.05		25			
<i>e-d</i>	116.2	- 9		81			
<i>d-12</i>	118.9	- 5		25			
<i>η-b</i>	119.7	+ 10		100			
<i>d-s</i>	121.7	+ 9		81			
<i>h-12</i>	126.7	+0.12	-0.03	144	} $\frac{1489}{7}$	} ± 0.146	} $\frac{0.146}{\sqrt{131.2}} = \pm 0.013$
<i>η-l</i>	127.1	- 9		81			
<i>η-g</i>	128.3	- 22		484			
<i>η-34</i>	129.8	- 1		1			
<i>d-f</i>	131.9	- 15		225			
<i>d-28</i>	141.0	+0.07		49			
<i>η-28</i>	143.0	- 12		0.0144			

*) n bedeutet hier die Anzahl der zusammengefassten Distanzen.

Hieraus ergibt sich der mittlere Fehler einer Distanz von

$$100^R \text{ zu } \pm 0''.120$$

oder für

$$1000'' \text{ zu } \pm 0''.090.$$

Die Bestimmung des mittleren Fehlers jeder Gruppe habe ich deshalb durchgeführt, um zu zeigen, dass auch bei meinen Messungen, wie das anderweitig schon mehrfach sich gefunden hat, dieser mittlere Fehler nahezu mit der Quadratwurzel aus der Grösse der Distanzen wächst. — Die unter m gegebenen Zahlen sind die mittleren Fehler für jede Gruppe; werden diese Werthe mit der Quadratwurzel aus dem Mittel der Distanzen dividirt, sodass man gewissermassen den mittleren Fehler für die Distanz von 1^R erhält, so ergeben sich diese letzteren der Reihe nach zu:

$$\left. \begin{array}{l} 0''.011 \\ 0.014 \\ 0.013 \\ 0.009 \\ 0.013 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{aus einer} \\ \text{mittleren} \\ \text{Distanz} \\ \text{von:} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 29.0 \\ 49.6 \\ 80.3 \\ 104.5 \\ 131.2 \end{array} \right. \begin{array}{l} R \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

Also eine Uebereinstimmung wie sie besser nicht gefordert werden kann.

Auf Grund dieser Betrachtung findet man nun den mittleren Fehler einer Distanz von $1000''$ zu $\pm 0''.090$, wie oben angegeben.

Da der so gefundene Werth der mittleren Fehler einer Distanz erheblich kleiner ist als der aus der inneren Uebereinstimmung der Distanzmessungen selbst gefundene, so darf man wohl annehmen, dass das Gesamtergebniss der Triangulation eine grössere Sicherheit hat, als man von vorneherein zufolge der mittleren Fehler einer gemessenen Distanz anzunehmen berechtigt war. — Ich glaube daher, dass irgend eine der Coordinatenverbesserungen und somit eine der Coordinaten selbst, soweit es sich um ihre relative Grösse in Beziehung auf den Ort von η Plejadum handelt, gewiss bis auf mindestens $0''.2$ als sicher angesehen werden kann.

§ 17.

Fügt man die im Vorstehenden abgeleiteten Coordinatenverbesserungen, welche durch das Fehlersystem v_s gekennzeichnet sind, den Elkin'schen Rectascensionen und Declinationen hinzu, so hat man ohne Berücksichtigung der Eigenbewegungen für 1890.0:

1.	Elkin.				Ambronn.				Battermann.				
	2.		3.		4.	5.	6.		7.	8.	9.	10. 11.	
	Epoche 1885.0.		Epoche 1885.0.				Epoche 1890.0.					Ep. 1887.0.	
	AR.	Decl.	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	AR.	Decl.	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	AR.	Decl.	AR.	Decl.	
<i>g</i>	54° 33' 57.23	+23° 56' 34.34	+0.13	-0.06	54° 33' 57.36	+23° 56' 34.28	+0.14	0.00	57.37	34.34	8.60	0.94	
<i>b</i>	35 8.71	23 46 0.98	+0.01	(-0.04)	35 8.72	23 46 0.94	-0.11	(-0.04)					
<i>m</i>	38 58.19	24 29 36.27	-0.16	-0.04	38 58.03	24 29 36.23							
<i>e</i>	39 53.70	24 7 17.43	+0.38	+0.08	39 54.08	24 7 17.51	+0.05	+0.20	53.75	17.68			
<i>c</i>	49 12.47	24 1 24.10	+0.50	+0.20	49 12.97	24 1 24.30	+0.05	+0.18	12.52	24.23			
<i>k</i>	50 18.31	24 12 37.16	+0.13	+0.32	50 80.44	24 12 37.48							
<i>l</i>	52 25.54	24 11 2.32	+0.11	+0.23	52 25.65	24 11 2.55							
<i>d</i>	56 57.00	23 36 18.44	-0.15	-0.19	56 56.85	23 36 18.25	-0.15	-0.08	56.85	18.36			
12	55 6 30.87	24 10 42.05	-0.03	-0.09	55 6 30.84	24 10 41.96							
η	14 10.64	23 45 51.94	-	-	14 10.64	23 45 51.94							
28	27 30.68	23 4 57.28	+0.12	+0.08	27 30.80	23 4 57.36							
<i>s</i>	36 10.88	23 31 12.35	+0.25	+0.07	36 11.13	23 31 12.42							
<i>f</i>	39 18.65	23 42 59.19	+0.05	(+0.07)	39 18.70	23 42 59.26	+0.02	(+0.07)	18.67	59.26			
<i>h</i>	39 37.27	23 47 59.60	+0.17	0.00	39 37.44	23 47 59.60							
31	47 57.41	23 22 34.28	+0.12	+0.28	47 57.53	23 22 34.56							
40	56 4 58.19	23 37 41.95	+0.32	+0.25	56 4 58.51	23 37 42.20	+0.19	-0.23	58.38	41.72			

Der Vergleichung halber gebe ich in den Spalten 8—11 auch noch die Correctionen, welche die Messungen von Dr. Battermann unter derselben Annahme über die Declination von 17 b und 27 f Plejadum liefern würden, sowie die daraus resultirenden Rectascensionen und Declinationen.

Man sieht, dass in den meisten Fällen die Battermann'schen Verbesserungen und die meinigen sehr nahe übereinstimmen oder doch wenigstens eine Aenderung in demselben Sinne andeuten. Eine Ausnahme hiervon macht nur die Declination von 40 Plejadum, doch ist bei diesem Stern für meine Vermessung ein sehr geringes Gewicht herausgekommen, und dann ist die Declination desselben so stark von derjenigen von *f* Plejadum beeinflusst, dass ein solcher Unterschied gerade nicht verwundern darf. Was die starke Abweichung für den Stern *c* Plejadum betrifft, so kann ich mir dafür keine andere Erklärung geben, als die, dass ich annehmen muss, diesen Stern durchgängig etwas anders aufgefasst zu haben, als die beiden anderen Beobachter, denn in einigen Distanzen, welche dieser Stern mit begrenzt, finden sich ebenfalls Abweichungen von beträchtlicher Grösse gegen die Elkin'sche Distanz; aber nach der Ausgleichung verschwinden dieselben zum grossen Theil, sodass in das Gesamtsystem diese abweichenden Distanzen hineinzupassen scheinen.

Eine Vereinigung der hier zusammengestellten dreierlei Positionen möchte ich nicht vornehmen, sondern dieselbe nebeneinander bestehen lassen, bis einmal die oben als Desiderat aufgeführte Neuvermessung sämtlicher Sterne in einheitlicher Form vorliegt.

§ 18.

Ich werde nun zum Schluss noch die Vergleichung meiner Coordinaten mit den von Elkin neu berechneten Bessel'schen vornehmen, um erstens auch meinerseits eine Beleuchtung der Eigenbewegungen des Systems zu liefern und dann zweitens eine strenge Vergleichung mit Elkin herstellen zu können, bei der auch die relativen Eigenbewegungen gegen η Plejadum von der Epoche 1885.0 (Elkin) bis zu 1890.0 (Göttingen) Berücksichtigung finden können. (Vergl. Tabelle auf Seite 45.)

	Königsberger Positionen für 1890.0 (Epoche 1840.0).		Göttinger Positionen für 1890.0 (Epoche 1890.0).		G. — K.		Relative Gesamt- Eigenbewegung nach Grösse und Richtung für 50 Jahre.	
	AR.	Decl.	AR.	Decl.	AR.	Decl.		
<i>g</i>	54° 33' 57.30	+23° 56' 49.19	57.36	34.28	+0.06	+0.09	0.13	29.0
<i>b</i>	35 8.52	23 46 0.52	8.72	0.94	+0.20	+0.42	0.46	23.2
<i>m</i>	38 58.69	24 29 36.41	58.03	36.23	-0.66	-0.18	0.63	253.3
<i>e</i>	39 53.59	24 7 17.39	54.08	17.51	+0.49	+0.12	0.47	75.1
<i>c</i>	49 12.45	24 1 24.23	12.97	24.30	+0.52	+0.07	0.49	81.1
<i>k</i>	50 18.43	24 12 37.35	18.44	37.48	+0.01	+0.13	0.14	4.4
<i>l</i>	52 25.56	24 11 2.39	25.65	2.55	+0.09	+0.16	0.18	26.6
<i>d</i>	56 57.20	23 36 18.31	56.85	18.25	-0.35	-0.06	0.33	259.5
12	55 6 31.44	24 10 41.97	30.84	41.96	-0.60	-0.01	0.55	268.9
η	14 16.64	23 45 51.94	10.64	51.94	—	—		
28	27 30.68	23 4 57.14	30.80	57.36	+0.12	+0.22	0.25	26.6
<i>s</i>	36 9.83	23 31 13.18	11.13	12.42	+1 30	-0.76	1.42	122.5
<i>f</i>	39 18.74	23 42 59.42	18.70	59.26	-0.04	-0.16	0.17	194.1
<i>h</i>	39 37.40	23 47 59.57	37.44	59.60	+0.04	+0.03	0.05	53.1
34	47 56.93	23 22 34.33	57.53	34.56	+0.60	+0.23	0.60	67.3
40	56 4 58.07	23 37 41.70	58.51	42.20	+0.44	+0.50	0.64	38.7

Diese relativen Eigenbewegungen gegen η sind im Allgemeinen ähnlich denen, wie sie auch von Elkin gefunden worden sind; namentlich erscheinen die Abweichungen untereinander nicht erheblich, wenn man bedenkt, dass sich der durchschnittliche wahrscheinliche Fehler einer vollen Eigenbewegung auf etwa $\pm 0''.2$ bis $\pm 0''.3$ veranschlagen lässt.

Es hat den Anschein, als ob meine Resultate mehr noch als die Elkin'schen dafür sprächen, dass die Sterne der Plejadengruppen nicht ein einziges zusammengehöriges System seien, sondern dass vielmehr immer eine Anzahl dieser Sterne unter sich eine gewisse Zusammengehörigkeit erkennen lassen. Von dieser Anschauung ausgehend würden z. B die Sterne:

<i>g</i>	mit	29.0	und	0.13
<i>b</i>	„	23.2	„	0.46
<i>k</i>	„	4.4	„	0.14
<i>l</i>	„	26.6	„	0.18
(28	„	26.6	„	0.25)

zusammengehören, wenn auch 28 etwas entfernt von den übrigen steht; ferner geben:

$$\begin{array}{l} e \text{ mit } 75.1 \text{ und } 0.47 \\ c \text{ ,, } 81.8 \text{ ,, } 0.49 \end{array}$$

nahe identische Bewegungen.

Eine gewisse Uebereinstimmung zeigen auch die Sterne:

$$\begin{array}{l} m \text{ mit } 253.3 \text{ und } 0.63 \\ d \text{ ,, } 259.5 \text{ ,, } 0.33 \\ 12 \text{ ,, } 268.9 \text{ ,, } 0.55 \end{array}$$

während *f* und namentlich der stark bewegte Stern *s* vereinzelt dastehen.

Doch über diese Punkte kann bei einer so geringen Anzahl herausgegriffener Sterne bezüglich der ganzen Gruppe kein definitiver Entscheid getroffen werden.

Die vorstehenden Zeilen enthalten immer nur Betrachtungen über Bewegungen in der Gruppe als solcher, d. h. in Beziehung auf den hellsten Stern (η) derselben. Es fragt sich aber noch, wie gestaltet sich die Veränderung der Orte am Himmel selbst. Zur Beantwortung dieser Frage hat Elkin die Eigenbewegung von η nach den Newcomb'schen Untersuchungen angeführt und es findet sich dieselbe dort zu

$$\begin{array}{l} +0''.92 \text{ in AR. und } -2''.47 \text{ in Decl. für 45 Jahre,} \\ \text{das würde sein} \\ +1''.02 \text{ in AR. und } -2''.74 \text{ in Decl. für 50 Jahre;} \end{array}$$

oder im Gesamtbetrage $2''.90$ in der Richtung 160° .

Nach dem Fundamentalkatalog von Auwers hat man für die jährliche Eigenbewegung von η Plejadum (Tauri)

$$\text{in AR. } -0''.0004 = -0''.0060 \text{ und in Decl. } -0''.040,$$

was für 50 Jahre die folgenden Werthe ergiebt:

$$\text{Gesamteigenbewegung zu } 2''.02 \text{ in der Richtung } 187^\circ.9.$$

Vereinigt man diese beiden Ergebnisse einfach zum Mittel, so findet sich für η

$$2''.46 \text{ und } 174^\circ.$$

Es hat danach der Hauptstern der Gruppe, η Plejadum, und mit ihm also die ganze Gruppe doch eine weit grössere Eigenbewegung, als die übrigen der hier betrachteten Sterne gegen diesen selbst. Die allgemeine Zusammengehörigkeit der fraglichen Sterne bekommt damit wieder eine starke Stütze. Der Stern *s* allerdings, dessen Bewegung der von η nach Richtung und Grösse am nächsten kommt, scheint eine Sonderstellung einzunehmen, während die gezeigte gruppen-

weise Uebereinstimmung verschiedener Sterne bei Verfolgung der Gesamtbewegungserscheinungen der Plejaden keine wesentliche Rolle spielen wird, wenn auch Partialgruppen dadurch angedeutet zu werden scheinen. Aber ich muss auch hier zum Schluss noch darauf aufmerksam machen, dass eine so geringe Anzahl von Sternen aus der sternreichen Gruppe der Plejaden nicht gestattet, endgültige Betrachtungen über den physischen Zusammenhang der Gruppe anzustellen. Dieses war auch keineswegs der Zweck der vorliegenden Arbeit, sondern dieselbe sollte namentlich dazu dienen, zu zeigen, dass man auch mit diesen kleinen Heliometern, bei zweckmässiger Bestimmung der Constanten und Anordnung der Reduction der Messungen, bezüglich der Distanzen Resultate erhält, welche den Vergleich mit den vermittelst weit grösserer Instrumente ausgeführten durchaus auszuhalten im Stande sind. —