Kapitel I.

Die natürlichen Zahlen.

Es liegt in der Tendenz dieser Arbeit, Einsicht in möglichst frühe Entwicklungsphasen zu suchen. Wir wollen demgemäß zunächst alle die einleitend erwähnten Dinge, wie sexagesimale Entwicklung und Positionsschreibung beiseite lassen und allein von dem Tatsachenmaterial ausgehen, das in den ältesten uns zugänglichen Texten enthalten ist und dann versuchen, es nach einheitlichen Gesichtspunkten zu ordnen. Dies ganze Material ist wohl am vollständigsten in Deimels „sumerischer Grammatik" gesammelt[1]), an die ich mich daher hier in erster Linie anschließe. Da es mir aber im allgemeinen nicht auf philologische und epigraphische Einzelheiten ankommt, verweise ich sowohl bezüglich dieser wie bezüglich der Belegstellen[2]) auf das genannte Werk und stelle nur das Notwendigste nochmals in Form von Tabellen hier zusammen. Alle solchen Tabellen bezeichne ich durch römische Ziffern, während alle daraus in irgend einer Hinsicht abgeleiteten Zusammenstellungen arabische Nummerierung tragen.

§ 1. Die ganzen Zahlen.

1. Übersicht.

Zu nebenstehender Tabelle I (nach Deimel SG §§ 42, 43 zusammengestellt) ist zu bemerken: Das übliche Schreibmaterial ist Ton, in den die Zeichen mit einem Griffel eingedrückt werden. In ältester Zeit existiert für die Schreibung der Zahlen ein besonderer Griffel, dessen in natürlicher Schräglage in der rechten Hand erzielter Eindruck das Zeichen für 1 ist: D. Vertikales Aufdrücken gibt das kreisrunde Loch o für 10. Für die Schreibung der Wortzeichen diente ein angeschärfter Stift, der später als alleiniges Schreibgerät übrig geblieben ist[3]). Dadurch erhält jedes runde Zahlzeichen sein „keilschriftliches" Äquivalent: D entspricht

---

1) Insbesondere Abschnitt IV.

2) Wenn ich sie an wichtigeren Stellen doch besonders zitiere, mich aber nur nach den Angaben bei Deimel SG richte, so deute ich dies durch das Zeichen ∼ an.

3) Vgl. hierzu Deimel SG § 3 bzw. Deimel LAK S. 9. Sehr klare Wiedergaben der Zeichenformen vgl. z. B. Deimel WTF Tafel 4. Über Aussehen und Handhabung des Griffels vgl. Langdon EK S. 95 ff und Pl. 29—31.

Tab. I.

Wert	Zeichen	Wort
1	 oder 	*aš* [1]
2	Entsprechend oftmalige Wiederholung von 1	*min*
3		*e-eš* [2]
4		*lim-mu*
5		*ia*
6		*a-aš*
7		*i-min*
8		*us-su*
9		*i-lim-mu*
10	 oder 	*u*, *ḫà*

Wert	Zeichen	Wort
20	*ni-eš*	Entsprechend oftmalige Wiederholung von 10
30	*u-šu*	
40	*ni-mi-in*	
50	*ni-mu-u*	
60	*gi-eš*	 oder 
600	*geš-u*	 oder  oder 
3 600	*šar*	 oder 
36 000	*šar-u*	 oder 
216 000	*šar-geš* (oder auch *šar-gal*)	 (auch )
12 960 000	*šar-gal*	

1) Über andere Ausdrücke vgl. auch Poebel SG § 291.

2) Die Silbentrennung dient zur Kenntlichmachung der Schreibweise des Wortes durch einzelne ideographische Zeichen.

der einfache Keil, für 10 entwickelt sich aus dem Volleindruck [1]) usw. in genauer Parallele zur Ausbildung der späteren „Keilschrift“ aus der alten Bilderschrift.

In der angegebenen Tabelle fehlen drei Zahlzeichen, deren Wert bisher noch nicht festgestellt ist[2]): , und . Über einen Vorschlag zu ihrer Lesung verweise ich auf Kap. II § 3 (S. 36f.).

Die Schreibung beliebiger Zahlwerte geschieht durch Voranstellung der höheren Zahlwerte (bei im übrigen additiver Verknüpfung). Für die auch an anderen Stellen hervortretende größere Reife mathematischen Denkens bei den Sumerern gegenüber anderen Völkern gleicher Kulturstufe ist kennzeichnend die Verwendung eines besonderen Minus-Zeichens (); z. B. für 1020 = 1200 − 180[3]).

2. Die Zahlzeichen.

Die Schreibung der Zahlen 1 bis 9 entspricht der allgemein verbreiteten Aneinanderreihung einfachster Marken. Die Reihe dieser primitivsten Zeichen erhält einen Abschluß durch die erste höhere Einheit 10.

Es ist nun eine charakteristische Eigentümlichkeit des babylonischen Kulturkreises, daß 60, nicht wie sonst 100, die nächste Cäsur bezeichnet. Wie typisch gerade diese Cäsur ist, wird im Folgenden immer mehr hervortreten. Das Zahlzeichen für 60 ist dasselbe wie für 1, nur in guten Texten etwas vergrößert[4]). Es bedeutet also dann soviel als die „große Einheit“. Eine solche Mehrdeutigkeit von Zahlzeichen (die nur durch strenge Durchführung des Prinzips, den größeren Wert vorangehen zu lassen, nicht zu Irrtümern führt) ist etwas äußerst Merkwürdiges, das aus dem Rahmen einer Bilderschrift mit ihren Individualzahlzeichen (man vergleiche etwa Ägypten mit |, ∩, , für 1, 10, 100, 1000)

---

1) Deimel SG S. 11 und S. 184.

2) Deimel SG S. 183 A 2), 191, 5), 196. — Es gibt ferner in den Fara-Texten Zeichen für 120, nämlich ; vgl. Deimel SG S. 184 3) e) sowie Deimel WTF S. 86 und S. 17* und LAK 822; ferner DP 36 rev. Ein ganz ähnliches Zeichen findet sich auch in den von Scheil herausgegebenen protoelamischen Texten aus Susa, das dort den Wert 100 zu haben scheint (MAP 17 (1923) insb. Pl. 7 Tabl. Nr. 45). Vgl. auch die Bemerkungen von Thureau-Dangin in RA 24 (1927) S. 29.

3) Deimel SG S. 184 6); LAK 867.

4) In den Fara-Texten kommt auch ein horizontal gestellter Eindruck oder vor; vgl. Deimel SG S. 183, 184.

völlig herausfällt; wir werden auf diese, bereits auf die Schreibung mit „Stellenwert" hinweisende Erscheinung noch zurückzukommen haben (vgl. Kap. III § 1, 2).

600 ist als Zeichen für „10 der neuen Einheiten" unmittelbar verständlich und kann eigentlich nicht als besonderes Zahlzeichen, sondern als nur Ligatur gelten. Im Akkadischen ist dann allerdings diese Zahl eine besondere Einheit geworden (*ner*).

Ein selbständiges Zeichen ist wieder 3600, nämlich ein großer Kreis, keilschriftlich  umschrieben, also wohl unterschieden von o, d. h. dem Volleindruck des Griffelendes. Diese Einheit 60^2 (zu lesen *šar*) ist aber nicht immer als solche benutzt, sondern wird auch als 6maliges 600 geschrieben [1]).

36000 ist nach Analogie zu 600 als 10 . 3600 gekennzeichnet. Ebenso ist 216000, d. h. 60^3, als 60 . 3600 bezeichnet, also auf 60^2, *šar*, bezogen. Neben dieser Schreibweise ist auch einige Male die Bezeichnung *šar-gal*, d. h. „großes *šar*" belegt [2]).

In rein schematischer Fortsetzung dieser Liste würde man, falls 60^3 als selbständige neue Einheit zu betrachten wäre, ein neues Zeichen für $10 . 60^3$ erwarten. Ein solches ist aber bisher noch nicht belegt [3]). Dagegen wird 60^4, d. h. $60^2 . 60^2$, besonders benannt, nämlich *šar-gal*, großes *šar*.

3. Die Zahlworte.

Die Diskussion der Zahlworte bekräftigt sofort einen Eindruck, den man schon aus dem Vorangehenden gewinnen kann: daß unter den großen Zahlen alles auf *šar* zu beziehen ist. Es wird ausgedrückt

36000 durch *šar-u* d. h. 10 . 3600
60^3 durch *šar-geš* d. h. 60 . 3600 (oder *šar-gal*)
60^4 durch *šar-gal*.

Das Wort *gal* „groß" schwankt hier [4]) im Werte zwischen Versechzigfachen und quadrieren; üblich geworden ist die Bedeutung *šar-gal* = 60^4, d. h. es siegte das Prinzip, die höhere Einheit durch

1) Deimel SG S. 187 p ∾ ITT 1, 1338.

2) Deimel SG S. 180 ∾ HLC II Commentar S. 13 und Deimel SG S. 185 Beisp. a) ∾ HLC I Pl. 16; ferner Thureau-Dangin UQM S. 106 Anm. 1. — Ein besonderes Zahlzeichen für *šar-gal* existiert nicht.

3) Für diese Bedeutungslosigkeit von 60^3 vgl. auch die von Poebel SG § 299 erwähnte Tatsache, daß Eusebius von 120 Saren spricht, also keine besondere Einheit für 60^3 zu kennen scheint.

4) Zeit der letzten Dyn. von Ur (vgl. Deimel SG S. 184 3) i).

quadrieren der vorigen zu bilden, was zufällig das erste Mal bei *šar* mit der Versechzigfachung zusammengefallen war. Daß *šar* in der Tat eine besondere Rolle spielte, nämlich einmal den Abschluß der Zahlenreihe gebildet hatte, beweist nun noch die Wortbedeutung „Weltall" für *šar* [1]); es ist dies jener Abschluß durch ein Wort der Bedeutung „unzählbar viele", der wohl in den meisten Sprachen üblich ist.

Diese Erscheinung der Bezeichnung des Endes der Zahlenreihe durch ein Wort allgemein-pluralischer Bedeutung läßt sich aber im Sumerischen noch weiter zurückverfolgen. Nach Deimel SG S. 103 1) ist nämlich das Zahlwort *ḫà* für 10 mit dem Pluralsuffix *ḫá* äquivalent. Die dezimale Cäsur ist also eine ganz einschneidende, wie auch schon alles Bisherige zur Genüge zeigen konnte. Neben der Pluralbedeutung von 10 scheint, nach Deimel, auch 3 eine solche besessen zu haben [2]), was mit analogen Erscheinungen, z. B. dem „Trial", in anderen Sprachen in guter Übereinstimmung wäre. Schließlich läßt sich auch 2 nicht nur als Dual-, sondern auch als Pluralsuffix in der Bedeutung „Vielheit, Menge" nachweisen [3]). Dies sind natürlich Dinge, die einer ganz rudimentären Phase der Zahlbildung angehören und in historischer Zeit längst überwunden sind.

Unter den niedrigen Zahlworten erscheinen die von 1 bis 5 als selbständige Individuen [4]). Daß die Zahlbezeichnungen von 5 an eine quinäre Stufe aufdecken, hat schon Thureau-Dangin nachgewiesen [5]): Es erweist sich 6 als durch $5+1$ ausgedrückt, 7 als $5+2$, 9 als $5+4$. Die analoge Zerlegung von 8 ist noch nicht gesichert [6]).

Eine vigesimale Stufe könnte man daraus abzuleiten suchen, daß 40 als Dualbildung von 20 zu erklären ist [7]). Die Bezeichnung *ni-eš* für 20 läßt sich nun nach Deimel vielleicht mit dem Worte *ní* „eigene Person, Selbstheit" [8]) in Beziehung setzen,

---

1) Brünnow 8221, 8234.

2) Brünnow 9984 („plural-suffix in verbs").

3) Belege in Deimel SL 1, 34 (in der demnächst erscheinenden zweiten Lieferung).

4) Über 1 vgl. Poebel SG § 291, über 2 auch Deimel SG S. 224, über 4 Poebel SG § 293.

5) Thureau-Dangin NMS S. 125 ff.

6) Vgl. Thureau-Dangin UQM S. 106, Anm. 1, Poebel SG S. 108, Deimel SG S. 180 3).

7) Thureau-Dangin NMS S. 125, Poebel SG § 296.

8) Delitzsch SGl. S. 199.

was der üblichen vigesimalen Bezeichnung[1]) für 20 „ein Mensch“ (d. h. Finger + Zehen) entspräche[2]).

Bei 30 (*ušu*) könnte man eine Beziehung zu 3 und 10 vermuten, wenn man es nicht mit einer ganz selbständigen Zahlbezeichnung zu tun haben will. 50 ist aus 40 und 10 zusammengesetzt (Poebel SG § 296).

Da 600 = *geš-u* deutlich seine Abhängigkeit von *geš* = 60 und *u* = 10 dartut, bleibt nur noch dieses Wort für 60 zu betrachten. Es wäre möglich, daß *geš* eine Wortbedeutung zukäme, die etwas wie „große Einheit“ in Analogie zum Zahlzeichen zum Ausdruck brächte[3]). — Das akkadische Wort *šuššu* für 60 (griechisch σωσσος) mit sumerisch *šu-uš* = $^1/_6$ in Zusammenhang zu bringen, also 60 nach Hommel-Feller[4]) „mit der astronomischen Hauptzahl 360“ in Beziehung zu setzen, hat nicht nur das prinzipielle Bedenken gegen die sonst nirgends zum Ausdruck kommende fundamentale Bedeutung der 360 im sumerischen Zahlensystem gegen sich[5]), sondern vor allem auch den Umstand, daß in sumerischen Texten ein Wort *šu-ši* für 60 vorkommt[6]), das man (nach Deimel) wohl als Urbild jenes akkadischen Wortes wird ansehen können[7]). Welche Wortbedeutung diesem Ausdruck zugrunde liegt, bleibt noch unklar; jedenfalls erweisen sich sowohl *geš* wie *šuši* als von anderen Zahlbezeichnungen wesentlich unabhängige Namen für die Einheit 60[8]).

Wir haben nun sämtliche Zahlworte von Tabelle I besprochen; wie die Sprache den additiven Aufbau beliebiger Zahlen aus den hier behandelten Elementen bewerkstelligt und wie sich Zahlwort und Gezähltes zueinander verhalten, fällt nicht mehr in den Rahmen der vorliegenden Untersuchung[9]).

---

1) Vgl. z. B. Pott QVZ.

2) Es wäre dann *ni* ursprünglich *niš* = *ni-iš* unter Ausfall des Endkonsonanten (vgl. Deimel SG S. 49).

3) Vgl. Deimel SG 180 3).

4) ZDMG 46 (1892) S. 570.

5) Thureau-Dangin sagt NMS S. 124; „... il est parfaitement inexact de classer ... les nombres 6 et 360 ... parmi les unités du système sexagésimal“.

6) In den Königlisten Deimel SG S. 246 ff. (z. B. S. 246 Z. 31 ∾ W-B 444.

7) So bereits Delitzsch in SNS S. 65.

8) Über ein Wort KU vgl. Kap. II § 1 (S. 23 Anm. 2). — Die Schreibung sumerischer Worte mit großen Buchstaben soll andeuten, daß der Lautwert des betreffenden Ideogrammes noch nicht eindeutig festgestellt ist. Vgl. hierüber Deimel SG S. 3.

9) Mit Rücksicht auf die große prinzipielle Bedeutung, die Sethes Theorie der Zahlworte sowohl für die Anfänge mathematischen Denkens, wie auch für

4. Zusammenfassendes.

Mit den im Vorangehenden berührten Spuren primitivster Zahlbildungen [1]), mit den quinären und vigesimalen Rudimenten, befinden wir uns auf „präliterarischem" Gebiet, das uns nur noch durch die Sprache zugänglich ist. Allein die Bedeutung der dezimalen Cäsur ist auch noch schriftmäßig erkennbar und ist immer bewahrt geblieben.

So weit weist das Sumerische keine prinzipiellen Besonderheiten auf. Erst die Rolle der Zahl 60 im weiteren Aufbau des Zahlensystems findet keine Parallele bei anderen Völkern, sofern sie nicht dem Einfluß des babylonischen Kulturkreises unterliegen. Versetzt man sich in die Epoche, in der *šar* das Ende der Zahlenreihe bildete, so wird die charakteristische Bedeutung der 60 noch deutlicher: das 60fache der 60 ist das „unzählig" [2]). Unterhalb dieser Stufe herrscht das bei 60 abgebrochene dezimale Schema

---

die Sprachwissenschaft zukommt (Sethe ZZ, im Auszug GGA 1916 S. 476) seien jedoch die folgenden Dinge erwähnt:

1. Entgegen der ägyptischen Gewohnheit den Kardinalzahlworten das Gezählte im Plural folgen zu lassen (Sethe ZZ S. 45 ff.) wird im Sumerischen (nach Deimel SG S. 181) das Gezählte nie mit Pluralsuffix versehen und geht außerdem gewöhnlich dem Zahlwort voran — ausgenommen in Wirtschaftstexten und bei Maßangaben (vgl. auch Poebel SG § 304). Dagegen sind die Kardinalzahlen (wie im Ägyptischen) öfters Träger der Possessivsuffixe. Es wäre wünschenswert zu untersuchen, wie weit auch hier eine Unterscheidung zwischen den Zahlen unter und denen über 10 vorkommt, wie sie in Ägypten immer wieder zu Tage tritt.

2. Die sumerischen Ordinalzahlen (Deimel SG § 49 S. 218 ff.). Vor allem ist zu erwähnen das Suffix *-kam*. Es wird zu seiner Erklärung vorgeschlagen: Eine Zerlegung in Genetivsuffix *-k* (entsprechend dem Gentilizialsuffix *i* des Semitischen — vgl. Torczyner AT S. 13 und Poebel SG § 168) und emphatische Partikel *-ám* (Deimel SG S. 219 2) und S. 181 7) oder Poebel SG § 319: *-(a)m* = „er ist", „welcher ist", also z. B. „der Tag (welcher) der Zwei (ist)" für "der 2. Tag"). Oder aber (nach Deimel SG S. 220 n)) der Zeichenform nach: „vollendet". Für beide Deutungsmöglichkeiten bietet das Ägyptische Parallelen, insbesondere für die letztere (Ausdruck mit *mḥ* „füllend" Sethe ZZ S. 109 ff.; für die elliptische Variante der Konstruktion mit *ntj* „welcher" vgl. l. c. S. 116 f. bzw. S. 121 ff.).

3. Bruchzahlen (vgl. im Folgenden insbes. § 2) der Form *igi*-n-*gál*, d. h. „ein n-tel" folgen dem Genetiv des zu Teilenden (Poebel SG § 331, § 335), während bei Maßen und Gewichten die Bruchzahlen voranstehen (Poebel SG § 337), was wohl mit der Kardinalzahlkonstruktion zusammenhängt.

1) Dempwolff spricht in analogem Zusammenhang treffend von „Anschauungszahlen" (Vortrag Or. Tag Hamburg 1927 ZDMG 6 (1927) LXXXVIII).

2) Etwa so wie im Koptischen „tausend von Tausenden" (vgl. Sethe ZZ S. 14); man vgl. auch das griechische *μύριοι* = 100 . 100 als Analogie zu *šar* = 60 . 60.

zur Abzählung der neuen Einheit: dem 1, 10, 60, entspricht völlig das 1.60, 10.60, 60.60. Dies wiederholt sich später beim Überschreiten der Stufe der *šar* im Abzählen auch dieser Einheit: 1 *šar*, 10 *šar*, 60 *šar* sind die neuen Cäsuren und man schwankt nur, ob man 60 *šar* oder ein *šar* von *šar*en als größte Zahlbezeichnung aufzufassen hat. Das Durchdringen des letzteren Prinzips hängt wohl mit einer allgemeinen Vorliebe für derartige Bildungen zusammen, die z. B. auch in der Zahlenmystik ihren Ausdruck findet.

Was wir also bisher vor allem konstatieren können ist: Man hat es in den sumerischen Zahlbezeichnungen keineswegs von Anfang an mit einer im mathematischen Sinne konsequenten „Entwicklung" der Zahlen nach Potenzen einer Grundzahl 60 zu tun, *sondern zunächst nur mit der* e i n e n *charakteristischen Folge 1, 10, 60.* Nur die Einschaltung eines Abschnittes 60.60 und seine nachherige Überwindung nach eben diesem Schema erweckt den äußeren Anschein einer systematisch sexagesimalen Darstellung der Zahlen, wo in Wahrheit ein ausschließlich historisch zu verstehender Prozeß vorliegt.

§ 2. Die Brüche.

Daß in diesem Kapitel über die „natürlichen" Zahlen auch die Brüche einen Platz finden müssen, habe ich schon in der Einleitung kurz begründet. Wie enge aber diese Begriffsbildungen auch mit dem Thema des nächsten Kapitels, den Maßsystemen, verknüpft sind, wird sich bald erweisen: Die Trennungslinie zwischen beiden kann überhaupt nicht scharf gezogen werden.

Im Folgenden bleibt e i n e Art von Bruchbezeichnungen völlig beiseite, nämlich diejenige, die, wie unser „n-tel", jede Individualbezeichnung ignoriert und für beliebige Zahlen n verwendbar ist; ich meine die Bezeichnung *igi*-n-*gál*, welche nach Deimel SG S. 185 10) etwa als „Teil-n-sein" zu übersetzen ist[1]). Es ist klar, daß eine derartige Bezeichnungsweise keinerlei Einblick in die Frühgeschichte des Bruchbegriffes liefert[2]).

Schließlich noch eine Bemerkung: Es hat sich in der modernen Literatur der Brauch eingebürgert, Zahlenangaben des babylonischen Kulturkreises möglichst auf 60 oder $^1/_6$ zu beziehen; so findet man z. B. $^1/_2$ als $^3/_6$ angegeben usw. Einem solchen a priori ge-

---

1) Manchmal wird auch *gál* weggelassen.

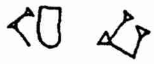
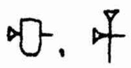
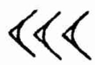
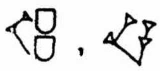
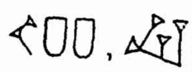
2) Außerdem ist nach Poebel SG § 330 diese Ausdrucksweise bis jetzt nur in späteren Texten (letzte Dyn. von Ur) belegt.

gebenen Schema zu folgen liegt für uns zunächst keinerlei Grund vor, sodaß Bruchbezeichnungen immer in ihrer einfachsten Form aufgeführt werden.

1. Übersicht.

Nach Deimel SG § 43 (insbes. S. 183 und 185) hat man folgende Liste:

Tab. II.

Wert	Zeichen	Wort
$^1/_{3600}$		*gìn-tur*
$^1/_{60}$		*gìn*
$^1/_{6}$	 auch 	*gìn-u, šu-uš*
$^1/_{3}$	 oder 	*šu-ša-na*
$^1/_{2}$	 oder 	*ba*
$^2/_{3}$	 und 	*ša-na-bi*
$^5/_{6}$		*kin-gu-sil-la*

Die bereits in § 1, 1 erwähnte Parallelität zwischen abgerundeten und Keilschrift-Zeichen kommt auch hier klar zum Ausdruck. Bei $^5/_6$ ist bis jetzt nur die letztere Schreibweise belegt; über einen Vorschlag zur Ergänzung der anderen Form vgl. den nächsten Abschnitt (S. 17 f.).

Das Zeichen „*gìn*" wird uns noch als Gewichtsmaß Kap. II § 2 begegnen. Daß es aber auch unabhängig davon die abstrakte Bruchbedeutung $^1/_{60}$ haben kann, steht außer jedem Zweifel. Ferner erscheint in der Bedeutung $^1/_{3600}$ noch das Wort *gìn-tur*, d. h. „kleines *gìn*", das sich demgemäß mit *gìn* zugleich erklären muß [1].

1) Belegstelle ist Deimel SG S. 185 ~ CT 12, 1—3.

Das Zeichen 𒌋 bei $^1/_6$, $^1/_3$, $^1/_2$ ist der gewöhnliche „Winkelhaken“ für 10 (vgl. § 1, 1).

2. Diskussion der Bruchbezeichnungen.

Wie schon eingangs erwähnt, müssen alle das Sexagesimalsystem aus dem 360tägigen Jahr ableitenden Theorieen das Sechstel zu entscheidendem Einfluß bringen. Im Anschluß an Oppert und Schrader hat demgemäß vor allem Zimmern diesen Standpunkt vertreten und 60 als „$^1/_6$“ erweisen wollen (trotz der bereits von Delitzsch angegriffenen Oppert-Schraderschen Etymologie [1]). Hierzu hat er auch das Zahlzeichen 𒁹 für 60 (in einer mehr dreieckigen Form) als den Kreissextanten angesehen. Er war hierdurch gezwungen dem Vollkreis *šar* (◯ = 3600) ohne jeden Beleg „eine ursprüngliche Zahlbedeutung 360“ zuzuweisen, die erst „von da aus“ — aber ohne Angabe eines Grundes — „secundär“ zu ihrem tatsächlichen Wert 3600 gekommen sei. Abgesehen von der Gewaltsamkeit einer solchen Erklärung wird aber diese ganze Theorie durch die Tatsache hinfällig, daß $^1/_6$ nur mit dem Zahlzeichen 𒌋 „10“ geschrieben wird — analog $^1/_3$ auch als „20“ usw. — was sich nur dadurch erklären läßt, daß man $^1/_6$ als 10 Sechzigstel versteht. Und in der Tat ist neben der Bezeichnungsweise „10“ noch eine vollere Form „*gìn-u*, d. h. „10 *gìn*“, belegt; ein *gìn* (gleich dem semitischen „Schekel“) ist aber $^1/_{60}$ der „Mine“ (sumerisch *ma-na*), also eine der gebräuchlichsten Währungseinheiten. Entsprechend ist 1 *gìn-tur* = $^1/_{60}$ Schekel = $^1/_{3600}$ Mine.

Wir haben es also hier mit einer ganz natürlichen Übertragung einer konkreten Maßbezeichnung in das Gebiet der „reinen Zahlen“ zu tun — ein charakteristisches Beispiel für die Entstehung abstrakter Begriffsbildungen aus ganz konkreten, wie sie in letzter Linie wohl allen „natürlichen“ Zahlbegriffen zu Grunde liegen werden. Eine derartige übertragene Bruchbezeichnung ist nichts Singuläres: Die ganze Bruchbezeichnung der Römer ist nach einem solchen System gebildet (1 *uncia* = $^1/_{12}$ *as* [2]). Überhaupt ist ein solches Vermischen abstrakter und konkreter Bezeichnungen nicht selten — in umgekehrter Richtung z. B. bei uns „Viertel“ als Stadtteil u. dgl. m. [3]). Auch innerhalb der sumerischen Maßsysteme werden uns solche Übertragungen immer wieder begegnen; so wird

---

1) Delitzsch SNS S. 66. Zimmern PZR S. 49 Anm. 2.

2) Hankel hat diesen Sachverhalt sehr anschaulich geschildert (GM S. 57 ff.). Vgl. auch Sethe ZZ S. 64.

3) Vgl. auch Hankel GM S. 14.

z. B. 1 *še*, ursprünglich ein Getreidemaß, sowohl für $^{1}/_{180}$ des Hohlmaßes wie des Flächenmaßes wie der Längeneinheit verwendet [1]).

Mit der Zurückführung des Bruches $^{1}/_{6}$ auf ein Multiplum einer kleineren M a ß einheit (nämlich *gìn* = $^{1}/_{60}$) stimmt aufs Beste überein, daß man bei Annahme von $^{1}/_{6}$ als ursprünglichen „natürlichen" Bruch eine Lücke in den Bruchbezeichnungen konstatieren müßte, da weder $^{1}/_{5}$ noch sogar $^{1}/_{4}$ besondere Zeichen haben [2]). So aber wird der Bruch $^{1}/_{6}$ unserer jetzigen Diskussion überhaupt entzogen, um erst in Kap. II bei den Maßsystemen behandelt zu werden. Gleichzeitig schließen sich auch die beiden Zeichen „20" und „30" für $^{1}/_{3}$ und $^{1}/_{2}$ jetzt aus und ebenso das $^{1}/_{60}$ und das *gìn-tur* [3]).

So bleibt, wenn ich die Besprechung des Bruches $^{5}/_{6}$ noch einen Augenblick verschiebe [4]), als ältester natürlicher Bruchbereich die Gruppe $^{1}/_{3}$, $^{1}/_{2}$, $^{2}/_{3}$ übrig, die auch äußerlich eine offenkundige Einheitlichkeit zeigt. Auch hier ist noch eine Beziehung zu Hohlmaßen aus den Bildzeichen zu ersehen, eine Tatsache, die erneut zeigt, wie entscheidend gerade diese Maße von Anfang an die Ausbildung der Zahlbegriffe beeinflußt haben. Was nun die Zeichen selbst anlangt, so bedeutet  für $^{1}/_{2}$ offenbar (nach Deimel SG

1) Thureau-Dangin in RA 23 (1926) S. 33. — Hier sei noch eine späte Parallele aus der Zeitmessung genannt. Sethe erwähnt in seiner einleitend zitierten Arbeit (Sethe ZR III S. 105, wo sich auch die ausführlichen Belege finden) die babylonische Tageseinteilung in 12 Doppelstunden, deren je zwei zu einer „*mana* d. i. ‚Mine'" zusammengefaßt werden. Diese Bezeichnung aus dem Gewicht des in dieser Zeit aus einer Wasseruhr ausgeflossenen Wassers zu rechtfertigen würde voraussetzen, daß diese Uhren sämtlich genau gleich konstruiert waren, um ein f e s t e s Gewicht als Zeitmaß gebrauchen zu können. Betrachten wir aber „Mine" einfach als Zahlbezeichnung für 60, im Sinne der Zusammenfassung von 60 Teilen (wie die obigen *gìn* oder Schekel), etwa so wie wir „Dekade" schlechthin sagen, so hätten wir nur eine Tageseinteilung in $6 \cdot 60 = 360$ „Minuten" anzunehmen. In der Tat ist dies aber gerade die babylonische Art der Zählung: Die *mana* hat 60 *imdu*, der Tag 360 *χρόνοι* (Sethe ZR III S. 101 f.).

2) Ebensowenig der „Komplementbruch" $^{3}/_{4}$ (oder gar $^{4}/_{5}$). Als besondere Bezeichnung für $^{1}/_{4}$ kenne ich nur einerseits ein Zeichen für $12^{1}/_{2}$ SAR (vgl. Kap. II § 3 insb. S. 35) das evtl. eine solche Bedeutung haben könnte, und das Deimel SG S. 191 7 b zitierte Maß *dug-tur* das $^{1}/_{4}$ *dug* darstellt. VAT 4746 ~ Deimel SG S. 178 Übg. 41 wird $^{3}/_{4}$ als $^{2}/_{3}$ + 5 *gìn* umschrieben.

3) Vgl. hierzu auch S e t h e ZZ S. 67. Auch Thureau-Dangin läßt $^{1}/_{6}$ nicht als selbständige Einheit gelten und will es mit Rücksicht auf die Unbestimmtheit der babylonischen Zahlzeichen mod 60 und ihren dezimalen Einschlag (vgl. die Einleitung) aus $10 \cdot {}^{1}/_{60}$ ableiten (NMS S. 124). *Diese* bewußt positionelle Schreibweise bezeichnet aber erst das E n d e der Entwicklung!

4) Vgl. unten S. 17 f.

S. 193 3)) die Hälftung eines Hohlmaßes; das zugehörige Wort *ba* hat nach Delitzsch' Glossar [1]) einfach die Bedeutung „teilen“ [2]).

Die Bedeutung *šu* [3]) „gedrückt“ für  () läßt bei $^1/_3$ vielleicht auf eine Bezeichnungsweise „ein Bruchteil“ oder dgl. schließen [4]). Die Hinzunahme eines weiteren Maßgefäßes bildete dann das Analogon zu dem ägyptischen Ausdruck „die zwei Teile“ für $^2/_3$ [5]). Schließlich noch einige Bemerkungen, die ich Prof. Deimel verdanke, und die von sprachlicher Seite die Selbständigkeit dieser Bruchbezeichnungen dadurch erweisen, daß sie zeigen, wie die Wortbezeichnung genau an die bildmäßige anknüpft [6]). Für das Zeichen  existiert die Lesung *šan-tak* (oder *san-tak*), wobei *tak* „umstürzen“ bedeutet. Da bekanntlich die ursprünglichen Bildzeichen um 90° gegen die späteren Schriftzeichen verdreht sind [7]), so liegt das Gefäß ursprünglich tatsächlich auf der Seite und muß also allein mit dem Worte *šan* bezeichnet sein. Dem entspricht auch die Lesung *šu-šana* für . Daraus entsteht *ša-na-bi* für  = $^2/_3$ durch Verkürzung aus einer volleren Form *šu-šana-šana-bi* was soviel bedeutet wie *šušana* (also ) „und“ (das bedeutet nämlich *bi*) noch ein *šana* (also ).

Es bleibt noch der Bruch $^5/_6$ zu besprechen, der  geschrieben wird und *kingu-sila* heißt. Weder Zahlzeichen noch Wortbedeutung sind bisher geklärt. Indem ich mich aber auf Dinge beziehe, die erst in Kap. II näher zu behandeln sein werden, möchte ich schon hier einen Vorschlag zur Erklärung dieses Zahlzeichens machen. Die Analogie zu den Keilschriftzeichen von $^1/_3$ und $^2/_3$ wird nämlich zunächst dazu führen, auch bei $^5/_6$ ein „rundes“ Zahlzeichen zu

---

1) Delitzsch SGl. S. 60.

2) Es ist bemerkenswert, daß die Bezeichnung *igi-2-gál* für $^1/_2$ nur in Rechentexten vorkommt (vgl. Poebel SG § 335).

3) Delitzsch SGl. S. 265.

4) Analoges im Ägyptischen; vgl. Sethe ZZ S. 82.

5) Sethe ZZ S. 82. — Daß genau wie in Ägypten auch in Babylonien der Bruch $^2/_3$ eine ausgezeichnete Rolle spielt, zeigt die Tatsache, daß in den langen Divisionstabellen, welche die Bruchteile von 60^4 (bzw. einer beliebigen anderen Potenz von 60) ausdrücken, auch $^2/_3$ mit aufgeführt wird, obwohl es sich sonst nur um Brüche des Zählers 1 handelt. (Der Deimel SG S. 226 ∾ BE 20, 21 f. angeführte Text hat in der ersten Zeile den Schreibfehler 1 für $^2/_3$; dagegen richtig $^2/_3$ in dem älteren Paralleltext Deimel SG S. 285 ∾ Morg. Part IV, 37 Comm. S. 45, Pl. 40.)

6) Die Belege werden Ortl. 26, 73, 12 veröffentlicht.

7) Vgl. z. B. Deimel SG § 3.

rekonstruieren[1]), wofür ein Zeichen unmittelbar annehmbar ist. Liest man nun wie sonst als $^1/_3$, so müßte bei additiver Zusammensetzung die Bedeutung $^1/_2$ haben, da $^1/_3 + ^1/_2 = ^5/_6$ ist. Nun gibt es aber in der Tat eine Maßeinheit in welcher das Zeichen die Bedeutung von „$^1/_2$" erhalten würde, nämlich das *gur-sag-gál* das vier enthält[2]); denkt man also wieder an jene Art der Bruchbezeichnung mit Hilfe von Maßeinheiten, der wir schon oben begegnet sind, so erscheint als Ligatur aus $^1/_2$ und $^1/_3$. Die einzige Schwierigkeit dieser Erklärung liegt darin, daß in dem Zeichen für $^1/_3$ das (*ul*) nicht ebenfalls auf *gur-sag-gál* bezogen ist[3]). Dies läßt sich aber wohl dadurch erklären, daß zu der Zeit, als die Bezugnahme auf das *gur-sag-gál* üblich war, das Zeichen längst zu einer reinen Bruchbezeichnung geworden war[4]). Gestützt wird diese Ansicht jedenfalls noch dadurch, daß dieses Zeichen für $^5/_6$ erst in späterer Zeit (seit der Dyn. von Akkad) belegt ist und daß wir auch noch an anderer Stelle in ganz analoger Weise (auf *gur-maḫ* bezogen, aber als *ul* selbständig) abstrakte und konkrete Bruchbezeichnung gleichzeitig in Verwendung stehen sehen werden[5]).

Von diesem Standpunkte aus könnte man auch einen Ansatz zur Erklärung des Wortes *kingu-sila* zu finden hoffen[6]), indem

---

1) *Dies hatte schon* Deimel SG S. 183 3) b getan; er kam zu . — Eine Bezugnahme auf die runde Zeichenform durch eine abkürzende Bezeichnung *ša* vgl. Deimel SG S. 179 5), ferner Thureau-Dangin NMS S. 126, Anm. 2 und 4. Vielleicht hängt damit auch der Zusatz *ša* in der Stelle Deimel SG S. 187 q) ~ ITT 2, 4335 zusammen.

2) Vgl. Kap. II § 2, 2 Tab. IV und 5*. — Das Zeichen (oder, alleinstehend in voller Zeilenhöhe) wird gewöhnlich *ul* gelesen. Nach dem oben über *šanabi* Gesagten, hätte man es wohl besser *šana* zu nennen; um aber den Anschluß an die Literatur zu bewahren verzichte ich im folgenden auf die konsequente Ersetzung von *ul* durch *šana*.

3) Dem Einwand, daß nach dieser Auffassung die Reihenfolge von $^1/_3$ und $^1/_2$ der üblichen Regel widerspreche, daß die größere Zahl vorangehen solle, kann man dadurch begegnen, daß es sich hier eigentlich um Viertel handelt, wie es auch das Schriftbild ausdrückt. Auch wir würden, unabhängig vom numerischen Gesamtwert, beim Ordnen von Geldstücken der Markstücke vor den Pfennigstücken nennen.

4) In der Auffassung von Kap. III § 1 ist der Abstand dieser beiden Entwicklungsphasen mindestens der zwischen Epoche 1 und 2.

5) Vgl. Kap. II § 2, 2 (S. 29 f.).

6) Zimmern hat PZR S. 51 Anm. 1) das semitische Äquivalent „*pārab*" von *kingu-sila* durch „der große Teil" (aus *parsu* „Teil" und *rabū* „groß") wiedergeben wollen, was Sethe (ZZ S. 103) als Komplementbruchbezeichnung gedeutet

man in dem „*sila*" einen Hinweis auf die ebenso benannte Maßeinheit *sila* (wofür man auch *ḳa* liest) erblicken könnte, entsprechend etwa der Tatsache, daß $^5/_6$ *gur-sag-gál* gerade 120 *ḳa* enthält (spielt 2.60 eine Rolle?). Wie dem aber auch sei, das scheint mir gesichert, daß $^5/_6$ weder epigraphisch noch sprachlich als selbständige Bruchbezeichnung gelten kann, mindestens nicht in ältester Zeit, worauf es uns hier allein ankommt.

§ 3. Zusammenfassendes.

Die Ergebnisse dieses Kapitels sind in mehrfacher Hinsicht für die weitere Untersuchung von Wichtigkeit. Zunächst hat sich mit aller Deutlichkeit die Notwendigkeit ergeben, auch die Metrologie mit in den Rahmen unserer Betrachtungen aufzunehmen, da Maß- und Zahlbezeichnungen, insbesondere auf dem Umwege über die Bruchteile, in unmittelbarer Wechselwirkung aufeinander stehen.

Im Bereiche der reinen Zahlen selbst aber zeigt sich, daß eine scharfe Gliederung vorzunehmen ist. Ein alter „*Kern*", wie er bei allen andern Völkern (mit nicht zu primitivem Zahlensystem) ebenfalls vorkommt: dezimal im Bereiche der ganzen Zahlen und zwar im wesentlichen beschränkt auf die Größenordnung 10; und „natürliche Brüche" ebenfalls nur des engsten Bereiches: $^1/_3$, $^1/_2$, $^2/_3$ — das bildet den festen Grundstock. An diesen Kern schließt sich aber beiderseits ein „*Rand*" und zwar der „Stufe" 60: nach unten $^1/_{60}$, nach oben 60 — wobei ich die Größe des Verhältnisses sukzessiver Einheiten lieber als „*Stufe*" bezeichne, als zwischen 60teln und 60ern zu unterscheiden, was immer eine Bevorzugung einer der Einheiten involviert.

Als prinzipiell wichtigstes Ergebnis bleibt dann die durch folgende Tabelle gekennzeichnete Struktur des Zahlensystems:

Tab. 1.

$^1/_{60}$	$^1/_3$	$^1/_2$	$^2/_3$	1	10	60

So klar und natürlich der Kern, so eigentümlich ist die Ränderung der Stufe 60; in ihr liegen offenbar die Wurzeln zu der späteren Ausbildung des „Sexagesimalsystems". In Kapitel II soll versucht werden zu zeigen, daß sich dieselbe Gliederung ausnahmslos durch

hat. Wie mir aber Prof. Deimel mitteilt, wird semitisch „Teil" nicht mehr *parsu* sondern „*pirsu*" gelesen, so daß die obige Erklärung nicht mehr aufrecht erhalten werden kann.