

Werk

Label: Introduction

Jahr: 1929

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?251726223_0013|log8

Kontakt/Contact

[Digizeitschriften e.V.](#)
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

✉ info@digizeitschriften.de

Les premières origines du système sexagésimal remontent aux temps où les Sumériens commencèrent à acquérir la notion d'une unité supérieure à la dizaine.

Thureau-Dangin.

Einleitung.

Wollte man das Wort „Sexagesimalsystem“ in genau demselben Sinne verstehen wie heute das Wort „Dezimalsystem“, so würde dies besagen: Jede beliebige (wir wollen immer denken, positive) Zahl a wird nach Potenzen von 60 entwickelt gedacht: $a = \sum c_v 60^v$ und in der Form

$$a = \dots c_2 c_1 c_0, c_{-1} c_{-2} \dots$$

geschrieben. Im allgemeinen werden hierzu unendlich viele Koeffizienten mit negativem Index und vor allem auch Koeffizienten „Null“ notwendig sein (ganz abgesehen von denen mit zu großem positiven Index).

Es ist nicht zu verwundern, daß selbst in der fortgeschrittensten Epoche der babylonischen Astronomie ein solches „Sexagesimalsystem“ im strengen Sinne nicht existiert. Daß selbstverständlich nur endliche Entwicklungen auftreten, würde nicht viel besagen, denn jede praktische Mathematik muß sich notwendig mit solchen begnügen. Vor allem aber ist die babylonische Schreibung der Zahlen eine derartige, daß von einer Schreibweise mit „Position“, d. h. von einer Zahlbezeichnung allein durch die Entwicklungskoeffizienten keine Rede sein kann: dazu fehlt in erster Linie die Festlegung eines absoluten Stellenwertes durch ein „Sexagesimalkomma“, da ein Zeichen für Nullkoeffizienten nur im Innern von Zahlausdrücken vorkommt. Und selbst die Entwicklung nach Sechziger-Potenzen ist nicht konsequent durchgeführt; die tatsächliche Schreibweise ist nämlich die folgende: In der Entwicklung $a = \sum c_v 60^v$ werden die auf den Bereich $0 \leq c_v \leq 59$ eingeschränkten Koeffizienten ihrerseits dezimal entwickelt, d. h. $c_v = a_v + b_v \cdot 10$ gesetzt ($0 \leq a_v \leq 9$; $0 \leq b_v \leq 5$) und die sich so ergebende Entwicklung $a = \sum (a_v 60^v + b_v \cdot 10 \cdot 60^v)$ dadurch in der Schrift abgekürzt, daß man

$$a = (b_n \cdot 10) a_n (b_{n-1} \cdot 10) a_{n-1} \dots (b_m \cdot 10) a_m$$

setzt, wo die Randkoeffizienten a_m oder b_m und a_n oder b_n ungleich „Null“ sind. Dabei werden sämtliche Koeffizienten a_v durch entsprechend oft gesetztes Zeichen 1 (Y) ausgedrückt, alle $b_v \cdot 10$ durch

wiederholte Zeichen 10 (\llcorner); als „Null“ dient \triangleleft . Es wird also z. B. $46821 = 13 \cdot 60^2 + 21$ durch $\llcorner\llcorner\llcorner\triangleleft\llcorner\llcorner$ ausgedrückt¹⁾; diese Zeichen allein sind aber nur bis auf ein Multiplum einer beliebigen positiven oder negativen Potenz von 60 festgelegt.

Man sieht: es fehlen ganz wesentliche Dinge zu einem vollständigen „Sexagesimalsystem“. Wenn dieses Wort trotzdem im Folgenden gebraucht wird, so will es nur in seinem historisch zunehmenden Sinne verstanden sein. In der Tat ist nicht einmal das soeben geschilderte System in geschichtlicher Zeit immer üblich gewesen, sondern bildet nur eine am weitesten getriebene, sozusagen „wissenschaftliche“ Schematisierung²⁾. Vor allem ist uns aber in der Literatur der *Sumerer*, jenes Volkes das vor den Semiten die politische wie kulturelle Führung im Zweistromlande besaß³⁾, eine Entwicklungsphase zugänglich, die zwar bereits in den ältesten Texten jene eigentümliche Entwicklung der Zahlen nach Potenzen von 60 (mit dezimalem Einschlag) aufweist, aber für die einzelnen Potenzen von 60 und ihre dezimalen Multipla besondere Zeichen besitzt (und ebenso für die Brüche), so daß in dieser Zeit von selbst eine absolute Festlegung der Zahlen vorhanden ist, die jede Nullbezeichnung überflüssig macht.

Die Aufgabe die ich mir im Folgenden stelle ist nun, gerade diese älteste uns bisher zugängliche Entwicklungsphase zu untersuchen und damit eine historisch möglichst tragfähige Basis zur Behandlung der beiden folgenden Fragen zu gewinnen: 1) Woher kommt dies einzigartige Abweichen von dem bei den niedrigen Zahlen offensichtlich vorhandenen dezimalen Schema in ein sexagesimales System? 2) Wie kann man sich die Entstehung des oben geschilderten Pseudo-Positionssystems erklären?

Die Verknüpfung dieser beiden Probleme ist durchaus wesentlich. Das Aufgeben der Ziffernschreibung mit Individualzahlzeichen zu Gunsten einer Schreibung mit nur zwei Zeichenarten ist ein ebenso einschneidender Akt, wie der Übergang von Bilder- oder Silbenschrift zur Buchstabenschrift, so daß man nicht erwarten kann, eine wirkliche Einsicht in das babylonische Zahlensystem zu erreichen, wenn man sein Augenmerk nur der einen Eigentümlichkeit, der Basis 60, zuwendet. — Und beide Erscheinungen

1) Vgl. Thureau-Dangin NMS S. 124. — Die Zehner gehen den Einern in der Schrift voran.

2) Die volkstümliche Rechenweise der semitischen Babylonier und Assyrer war wohl rein dezimal (mit besonderen Zeichen für 100 und 1000). Vgl. Meißner BA II S. 387. — Diese spätere Entwicklung bleibt hier grundsätzlich beiseite.

3) Eine kurze allgemeingeschichtliche Übersicht findet sich im Anhang.

können nur als Endglieder einer langen Entwicklungsreihe verständlich werden.

In dieser rein historischen Tendenz ist die Frage nach der Entstehung des Sexagesimalsystems meines Wissens bisher noch nicht gestellt worden. Trotzdem existiert natürlich eine umfangreiche, auch der Polemik nicht ermangelnde Literatur über dieses Gebiet, auf die einzugehen hier aber nicht der Ort ist. Nur einen Gesichtspunkt muß ich erwähnen, weil er so gut wie die ganze einschlägige Literatur, selbst die rein philologisch orientierte, beeinflusst hat und der, soviel ich weiß, das letzte Mal von Sethe gelegentlich seiner Arbeiten über die Zeitrechnung der Ägypter vertreten worden ist: Die Herleitung der Rolle der 60 aus der Einteilung des 360-tägigen Rumpffjahres¹⁾: „Das Sexagesimalsystem findet in der Natur keinerlei vernünftige und einfache Erklärung, ... es sei denn eben von der Zahl 360 aus, deren natürliche Grundlage die Zahl der Tage des Rund- oder Rumpffjahres bildete“²⁾.

Dieser Ansicht stehen meines Erachtens ganz prinzipielle Schwierigkeiten entgegen: Zunächst würde man aus dem 360-tägigen Rumpffjahr unmittelbar nur ein 360er System ableiten wollen, das ja in ganz analoger Weise wie zu Anfang geschildert zu einer Art Positionssystem hätte ausgebildet werden können durch bloße Hinzunahme eines weiteren Zeichens für 100. De facto ist man aber, um das 60er System zu erklären, gezwungen das Sechstel für alles verantwortlich zu machen, einen Bruch der überhaupt nirgends in der Natur ausgezeichnet ist³⁾. Damit ist aber die Schwierigkeit bloß verschoben, ganz abgesehen davon, daß weder die Einzelheiten des Überganges von 10er zu 60er System erkennbar werden, noch daß damit das Problem der Positionsschreibung überhaupt berührt wird.

Der zweite Einwand ergibt sich aber aus dem gegenseitigen Verhältnis zwischen Zahlensystem und Astronomie überhaupt. Die Dinge scheinen mir hier nämlich gerade umgekehrt zu liegen: Es ist der tief in der menschlichen Konstitution verankerte Wunsch, allen überhaupt numerisch faßbaren Erscheinungen möglichst ein-

1) Sethe, ZR III insbes. S. 99 ff. — Über den Begriff des Rumpffjahres vgl. l. c. I S. 302 ff.

2) Sethe, ZR III S. 100.

3) Der sechsteilige Stern als Keilschriftzeichen des Winkelgrades (Sethe ZR III S. 101) wird wohl auf das dreikeilige Zeichen Deimel LAK 5 zurückgehen, das im Sumerischen die Bedeutung von „etwas Geteiltem“ hat. Außerdem sind erst 60 Winkelgrade $\frac{1}{6}$ des Vollkreises.

fache rationale Zahlenwerte zuzuschreiben¹⁾, der dem Rumpfwort seine große Bedeutung zuweist. Als man zunächst eine rohe Schätzung der Jahreslänge hatte war die erste Annahme die rationale: in Ägypten eine volle Anzahl von Dekaden²⁾ (hier ist das Zahlensystem dezimal konstruiert!), in Babylonien aber eine volle Anzahl von 60 ern. Dazu kommt noch, daß (in beiden Systemen) die Annahme eines 360tägigen Jahres eine schöne Übereinstimmung mit den vollen Monaten (wieder ideal gerechnet zu 30 Tagen³⁾) zustande brachte. Bei der Einteilung des Kreises und bei der Tageseinteilung⁴⁾ ist dann diese der Jahresteilung nachgeahmte Gliederung nie mehr verloren gegangen. Kurz, ich glaube, daß jeder zählenden und rechnenden Himmelsbeobachtung längst die volle Ausbildung des Zahlensystems vorausgeht, und daß dieses seinerseits entscheidend auf die astronomischen Definitionen zurückwirkt. Dazu paßt, daß, bisher wenigstens, nur äußerst wenige überhaupt auf Astronomisches bezügliche sumerische Texte bekannt sind (nicht einmal solche die ein Hervortreten von Sterngottheiten oder dgl. zeigen), dagegen zahllose Wirtschaftstexte mit voll entwickelter Ziffernschreibung⁵⁾.

Wenn ich also die Ableitung des Sexagesimalsystems aus astronomischen Überlegungen heraus nicht für durchführbar halte⁶⁾, so scheint mir nur noch ein Weg gangbar, um die zweifellose Künstlichkeit des ganzen Gebäudes zu erklären: Man hat dasjenige Gebiet, auf dem von frühesten Zeiten an der Zahl- und Bruchbegriff notwendig war, *die Maße und Gewichte*, zu untersuchen. Hier allein scheint mir die Möglichkeit einer bereits in ältester Zeit vorgenommenen bewußten, rein praktischen Normierung alles Zählens

1) Man denke an die Bedeutung, die Gauß der Vermutung beigelegt hat, daß die mittleren Bewegungen von Jupiter und Pallas „in dem rationalen Verhältnis 7:18“ stehen sollten! (Brief von Gauß an Bessel v. 5. Mai 1812, Gauß Werke, Bd. 7, S. 421).

2) Die Zähigkeit des ägyptischen Festhaltens am 365 tägigen Jahr (vgl. Sethe ZR I S. 309f.) könnte man vielleicht darauf zurückführen, daß eine halbe Dekade als eine in das ganze dyadische Rechensystem der Ägypter am besten passende Korrektur erscheint, die man selbst gegen besseres Wissen den Tatsachen aufzwingen wollte. Die weitere Korrektur von $\frac{1}{40}$ Dekade würde aber gänzlich aus diesem Schema fallen.

3) So bereits bei den Sumerern nach Deimel SG S. 214. Vgl. auch Thureau-Dangin in ZA 15 S. 412.

4) Vgl. Kap. I § 2, 2 S. 16 Anm. 1.

5) Vgl. auch die entsprechenden Bemerkungen bei Ed. Meyer GA S. 457 u. 589.

6) Thureau-Dangin, NMS S. 127 sagt: „A coup sûr, l'usage de compter par soixantaines n'a pas été le résultat de quelque considération 'savante', d'ordre astronomique ou géométrique“.

und Messens vorzuliegen. Die vorliegende Arbeit setzt sich die Verfolgung dieses Gedankenganges zum Ziele.

Ich möchte mit einigen persönlichen Bemerkungen schließen. Den Anstoß zu dieser ganzen Untersuchung hat mir eine Betrachtung der Grundlagen der ägyptischen Mathematik gegeben, derentwegen ich nach Vergleichsmaterial im sumerischen Kulturkreis suchte. Es waren vor allem die grundlegenden Arbeiten von Thureau-Dangin in der Revue d'Assyriologie Bd. 18 (1921) „*Numération et métrologie sumériennes*“¹⁾ sowie die Sammlung von Zahl- und Bruchbezeichnungen in den „*Recherches sur l'origine de l'écriture cunéiforme*“ (1888/89) desselben Autors und in Deimels „*Liste der archaischen Keilschriftzeichen von Fara*“ (1922), die mir die ungeheure Bedeutung der Metrologie für die Anfänge der Mathematik vor Augen führten, und mich insbesondere zur Zusammenfassung der einfachsten, im täglichen Leben immer wieder vorkommenden Bruchteile wie $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$ in eine den einfachsten Zahlbegriffen gleichwertige Gruppe, die Gruppe der „*natürlichen Brüche*“, veranlaßten. Von hier aus schien sich dann jener Zugang zum Verständnis des „*Sexagesimalsystems*“ zu eröffnen, den ich soeben angedeutet habe.

Die Möglichkeit dieses allgemeine Programm mit sachkundiger Unterstützung durchzuführen hat mir auf Antrag von Prof. Courant die Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen gegeben, indem sie mir die Mittel zu einem mehrwöchentlichen Aufenthalt am Pontificium Institutum Biblicum in Rom bewilligte. Hier hat mir dann Prof. P. A. Deimel S. J. in der zuvorkommendsten Weise seine reichen Kenntnisse sumerischer Sprache und Kultur zur Verfügung gestellt, hat mich auf alle nötige Literatur hingewiesen und mir seine zum Teil noch unveröffentlichten eigenen Notizen zur Verfügung gestellt und allen meinen Fragen unermüdlich Stand gehalten. So wäre diese ganze Arbeit ohne Prof. Deimels Unterstützung überhaupt nicht möglich gewesen, basiert sie doch viel mehr als es explizite zum Ausdruck kommt auf seinen jahrzehntelangen Studien. Es sei ihm für alle seine Hilfsbereitschaft aufrichtigster Dank!

1) Thureau-Dangins Untersuchungen, deren ganze Richtung aufs engste mit der hier vorliegenden übereinstimmt, resignieren bezüglich jeder „*Erklärung*“ des Sexagesimalsystems: „*serait vain de vouloir expliquer*“ (NMS S. 127). Gerade die Brücke zu schlagen zwischen den beiden Teilen „*Numération*“ und „*Métrologie*“ scheint mir aber das Mittel zu sein, um doch zu einem historischen Aufbau zu gelangen.