ABHANDLUNGEN
DER GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN ZU GÖTTINGEN
MATHEMATISCH-PHYSIKALISCHE KLASSE, NEUE FOLGE BD. XIII, 1

ZUR ENTSTEHUNG
DES
SEXAGESIMALSYSTEMS

VON

O. NEUGEBAUER
GÖTTINGEN

BERLIN
WEIDMANNSCHE BUCHHANDLUNG
1927

ABHANDLUNGEN
DER GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN ZU GÖTTINGEN
MATHEMATISCH-PHYSIKALISCHE KLASSE, NEUE FOLGE BD. XIII, 1

ZUR ENTSTEHUNG DES SEXAGESIMALSYSTEMS

VON

O. NEUGEBAUER
GÖTTINGEN

BERLIN
WEIDMANNSCHE BUCHHANDLUNG
1927

Vorgelegt von R. Courant
in der Sitzung am 15. Juli 1927.

Druck der Dieterichschen Universitäts-Buchdruckerei (W. Fr. Kaestner) in Göttingen.

Inhalt.

Les premières origines du système sexagésimal remontent aux temps où les Sumériens commencèrent à acquérir la notion d'une unité supérieure à la dizaine.

Thureau-Dangin.

Einleitung.

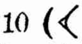
Wollte man das Wort *„Sexagesimalsystem"* in genau demselben Sinne verstehen wie heute das Wort „Dezimalsystem", so würde dies besagen: Jede beliebige (wir wollen immer denken, positive) Zahl a wird nach Potenzen von 60 entwickelt gedacht: $a = \sum c_\nu 60^\nu$ und in der Form

$$a = \cdots c_2\, c_1\, c_0\, ,\; c_{-1}\, c_{-2} \cdots$$

geschrieben. Im allgemeinen werden hierzu unendlich viele Koeffizienten mit negativem Index und vor allem auch Koeffizienten „Null" notwendig sein (ganz abgesehen von denen mit zu großem positiven Index).

Es ist nicht zu verwundern, daß selbst in der fortgeschrittensten Epoche der babylonischen Astronomie ein solches „Sexagesimalsystem" im strengen Sinne nicht existiert. Daß selbstverständlich nur endliche Entwicklungen auftreten, würde nicht viel besagen, denn jede praktische Mathematik muß sich notwendig mit solchen begnügen. Vor allem aber ist die babylonische Schreibung der Zahlen eine derartige, daß von einer Schreibweise mit *„Position"*, d. h. von einer Zahlbezeichnung allein durch die Entwicklungskoeffizienten keine Rede sein kann: dazu fehlt in erster Linie die Festlegung eines absoluten Stellenwertes durch ein „Sexagesimalkomma", da ein Zeichen für Nullkoeffizienten nur im Innern von Zahlausdrücken vorkommt. Und selbst die Entwicklung nach Sechziger-Potenzen ist nicht konsequent durchgeführt; die tatsächliche Schreibweise ist nämlich die folgende: In der Entwicklung $a = \sum c_\nu 60^\nu$ werden die auf den Bereich $0 \leqq c_\nu \leqq 59$ eingeschränkten Koeffizienten ihrerseits dezimal entwickelt, d. h. $c_\nu = a_\nu + b_\nu . 10$ gesetzt ($0 \leqq a_\nu \leqq 9$; $0 \leqq b_\nu \leqq 5$) und die sich so ergebende Entwicklung $a = \sum (a_\nu 60^\nu + b_\nu . 10 . 60^\nu)$ dadurch in der Schrift abgekürzt, daß man

$$a = (b_n . 10)\, a_n\, (b_{n-1} . 10)\, a_{n-1} \ldots (b_m . 10)\, a_m$$

setzt, wo die Randkoeffizienten a_m oder b_m und a_n oder b_n ungleich „Null" sind. Dabei werden sämtliche Koeffizienten a_ν durch entsprechend oft gesetztes Zeichen 1 (𒁹) ausgedrückt, alle $b_\nu . 10$ durch wiederholte Zeichen 10 ; als „Null“ dient . Es wird also z. B. $46821 = 13 \cdot 60^2 + 21$ durch  ausgedrückt[1]); diese Zeichen allein sind aber nur bis auf ein Multiplum einer beliebigen positiven oder negativen Potenz von 60 festgelegt.

Man sieht: es fehlen ganz wesentliche Dinge zu einem vollständigen „Sexagesimalsystem“. Wenn dieses Wort trotzdem im Folgenden gebraucht wird, so will es nur in seinem historisch zu nehmenden Sinne verstanden sein. In der Tat ist nicht einmal das soeben geschilderte System in geschichtlicher Zeit immer üblich gewesen, sondern bildet nur eine am weitesten getriebene, sozusagen „wissenschaftliche“ *Schematisierung*[2]). Vor allem ist uns aber in der Literatur der *Sumerer*, jenes Volkes das vor den Semiten die politische wie kulturelle Führung im Zweistromlande besaß[3]), eine Entwicklungsphase zugänglich, die zwar bereits in den ältesten Texten jene eigentümliche Entwicklung der Zahlen nach Potenzen von 60 (mit dezimalem Einschlag) aufweist, aber für die einzelnen Potenzen von 60 und ihre dezimalen Multipla *besondere Zeichen* besitzt (und ebenso für die Brüche), so daß in dieser Zeit von selbst eine *absolute* Festlegung der Zahlen vorhanden ist, die jede Nullbezeichnung überflüssig macht.

Die Aufgabe die ich mir im Folgenden stelle ist nun, gerade diese älteste uns bisher zugängliche Entwicklungsphase zu untersuchen und damit eine historisch möglichst tragfähige Basis zur Behandlung der beiden folgenden Fragen zu gewinnen: 1) Woher kommt dies einzigartige Abweichen von dem bei den niedrigen Zahlen offensichtlich vorhandenen dezimalen Schema in ein *sexagesimales* System? 2) Wie kann man sich die Entstehung des oben geschilderten Pseudo-*Positionssystems* erklären?

Die Verknüpfung dieser *beiden* Probleme ist durchaus wesentlich. Das Aufgeben der Ziffernschreibung mit Individualzahlzeichen *zu Gunsten einer Schreibung mit nur zwei Zeichenarten* ist ebenso einschneidender Akt, wie der Übergang von Bilder- oder Silbenschrift zur Buchstabenschrift, so daß man nicht erwarten kann, eine wirkliche Einsicht in das babylonische Zahlensystem zu erreichen, wenn man sein Augenmerk nur der *einen* Eigentümlichkeit, der Basis 60, zuwendet. — Und *beide* Erscheinungen

1) Vgl. Thureau-Dangin NMS S. 124. — Die Zehner gehen den Einern in der Schrift *voran*.

2) Die volkstümliche Rechenweise der semitischen Babylonier und Assyrer war wohl rein dezimal (mit besonderen Zeichen für 100 und 1000). Vgl. Meißner BA II S. 387. — Diese spätere Entwicklung bleibt hier grundsätzlich beiseite.

3) Eine kurze allgemeingeschichtliche Übersicht findet sich im Anhang.

können nur als Endglieder einer langen Entwicklungsreihe verständlich werden.

In dieser rein historischen Tendenz ist die Frage nach der Entstehung des Sexagesimalsystems meines Wissens bisher noch nicht gestellt worden. Trotzdem existiert natürlich eine umfangreiche, auch der Polemik nicht ermangelnde Literatur über dieses Gebiet, auf die einzugehen hier aber nicht der Ort ist. Nur einen Gesichtspunkt muß ich erwähnen, weil er so gut wie die ganze einschlägige Literatur, selbst die rein philologisch orientierte, beeinflußt hat und der, soviel ich weiß, das letzte Mal von Sethe gelegentlich seiner Arbeiten über die Zeitrechnung der Ägypter vertreten worden ist: Die Herleitung der Rolle der 60 aus der Einteilung des 360tägigen Rumpfjahres [1]: „Das Sexagesimalsystem findet in der Natur keinerlei vernünftige und einfache Erklärung, ... es sei denn eben von der Zahl 360 aus, deren natürliche Grundlage die Zahl der Tage des Rund- oder Rumpfjahres bildete“ [2]).

Dieser Ansicht stehen meines Erachtens ganz prinzipielle Schwierigkeiten entgegen: Zunächst würde man aus dem 360-tägigen Rumpfjahr unmittelbar nur ein 360er System ableiten wollen, das ja in ganz analoger Weise wie zu Anfang geschildert zu einer Art Positionssystem hätte ausgebildet werden können durch bloße Hinzunahme eines weiteren Zeichens für 100. De facto ist man aber, um das 60er System zu erklären, gezwungen das Sechstel für alles verantwortlich zu machen, einen Bruch der überhaupt nirgends in der Natur ausgezeichnet ist [3]. Damit ist aber die Schwierigkeit bloß verschoben, ganz abgesehen davon, daß weder die Einzelheiten des Überganges von 10er zu 60er System erkennbar werden, noch daß damit das Problem der Positionsschreibung überhaupt berührt wird.

Der zweite Einwand ergibt sich aber aus dem gegenseitigen Verhältnis zwischen Zahlensystem und Astronomie überhaupt. Die Dinge scheinen mir hier nämlich gerade umgekehrt zu liegen: Es ist der tief in der menschlichen Konstitution verankerte Wunsch, allen überhaupt numerisch faßbaren Erscheinungen möglichst ein-

---

1) Sethe, ZR III insbes. S. 99 ff. — Über den Begriff des Rumpfjahres vgl. l. c. I S. 302 ff.

2) Sethe, ZR III S. 100.

3) Der sechsteilige Stern als Keilschriftzeichen des Winkelgrades (Sethe ZR III S. 101) wird wohl auf das dreikeilige Zeichen Deimel LAK 5 zuruckgehen, das im Sumerischen die Bedeutung von „etwas Geteiltem“ hat. Außerdem sind erst 60 Winkelgrade $1/6$ des Vollkreises.

fache rationale Zahlenwerte zuzuschreiben [1]), der dem Rumpfjahr seine große Bedeutung zuweist. Als man zunächst eine rohe Schätzung der Jahreslänge hatte war die erste Annahme die rationale: in Ägypten eine volle Anzahl von Dekaden [2]) (hier ist das Zahlensystem dezimal konstruiert!), in Babylonien aber eine volle Anzahl von 60 ern. Dazu kommt noch, daß (in beiden Systemen) die Annahme eines 360 tägigen Jahres eine schöne Übereinstimmung mit den vollen Monaten (wieder ideal gerechnet zu 30 Tagen [3])) zustande brachte. Bei der Einteilung des Kreises und bei der Tageseinteilung [4]) ist dann diese der Jahresteilung nachgeahmte Gliederung nie mehr verloren gegangen. Kurz, ich glaube, daß jeder zählenden und rechnenden Himmelsbeobachtung längst die volle Ausbildung des Zahlensystems vorausgeht, und daß dieses seinerseits entscheidend auf die astronomischen Definitionen zurückwirkt. Dazu paßt, daß, bisher wenigstens, nur äußerst wenige überhaupt auf Astronomisches bezügliche sumerische Texte bekannt sind (nicht einmal solche die ein Hervortreten von Sterngottheiten oder dgl. zeigen), dagegen zahllose Wirtschaftstexte mit voll entwickelter Ziffernschreibung [5]).

Wenn ich also die Ableitung des Sexagesimalsystems aus astronomischen Überlegungen heraus nicht für durchführbar halte [6]), so scheint mir nur noch ein Weg gangbar, um die zweifellose Künstlichkeit des ganzen Gebäudes zu erklären: Man hat dasjenige Gebiet, auf dem von frühesten Zeiten an der Zahl- und Bruchbegriff notwendig war, *die Maße und Gewichte*, zu untersuchen. Hier allein scheint mir die Möglichkeit einer bereits in ältester Zeit vorgenommenen bewußten, rein praktischen Normierung alles Zählens

---

1) Man denke an die Bedeutung, die Gauß der Vermutung beigelegt hat, daß die mittleren Bewegungen von Jupiter und Pallas „in dem rationalen Verhältnis 7 : 18" stehen sollten! (Brief von Gauß an Bessel v. 5. Mai 1812, Gauß Werke, Bd. 7, S. 421).

2) Die Zähigkeit des ägyptischen Festhaltens am 365 tägigen Jahr (vgl. Sethe ZR I S. 309 f.) könnte man vielleicht darauf zurückführen, daß eine halbe Dekade als eine in das ganze dyadische Rechensystem der Ägypter am besten passende Korrektur erscheint, die man selbst gegen besseres Wissen den Tatsachen aufzwingen wollte. Die weitere Korrektur von $\frac{1}{40}$ Dekade würde aber gänzlich aus diesem Schema fallen.

3) So bereits bei den Sumerern nach Deimel SG S. 214. Vgl. auch Thureau-Dangin in ZA 15 S. 412.

4) Vgl. Kap. I § 2, 2 S. 16 Anm. 1.

5) Vgl. auch die entsprechenden Bemerkungen bei Ed. Meyer GA S. 457 u. 589.

6) Thureau-Dangin, NMS S. 127 sagt: „A coup sûr, l'usage de compter par soixantaines n'a pas été le résultat de quelque considération ‚savante', d'ordre astronomique ou géometrique".

und Messens vorzuliegen. Die vorliegende Arbeit setzt sich die Verfolgung dieses Gedankenganges zum Ziele.

Ich möchte mit einigen persönlichen Bemerkungen schließen. Den Anstoß zu dieser ganzen Untersuchung hat mir eine Betrachtung der Grundlagen der ägyptischen Mathematik gegeben, derentwegen ich nach Vergleichsmaterial im sumerischen Kulturkreis suchte. Es waren vor allem die grundlegenden Arbeiten von Thureau-Dangin in der Revue d'Assyriologie Bd. 18 (1921) *„Numération et métrologie sumériennes“* [1]) sowie die Sammlung von Zahl- und Bruchbezeichnungen in den *„Recherches sur l'origine de l'écriture cunéiforme“* (1888/89) desselben Autors und in Deimels *„Liste der archaischen Keilschriftzeichen von Fara“* (1922), die mir die ungeheure Bedeutung der Metrologie für die Anfänge der Mathematik vor Augen führten, und mich insbesondere zur Zusammenfassung der einfachsten, im täglichen Leben immer wieder vorkommenden Bruchteile wie $^1/_2$, $^1/_3$, $^2/_3$ in eine den einfachsten Zahlbegriffen gleichwertige Gruppe, die Gruppe der *„natürlichen Brüche“*, veranlaßten. Von hier aus schien sich dann jener Zugang zum Verständnis des „Sexagesimalsystems“ zu eröffnen, den ich soeben angedeutet habe.

Die Möglichkeit dieses allgemeine Programm mit sachkundiger Unterstützung durchzuführen hat mir auf Antrag von Prof. Courant die Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen gegeben, indem sie mir die Mittel zu einem mehrwöchentlichen Aufenthalt am Pontificium Institutum Biblicum in Rom bewilligte. Hier hat mir dann Prof. P. A. Deimel S. J. in der zuvorkommendsten Weise seine reichen Kenntnisse sumerischer Sprache und Kultur zur Verfügung gestellt, hat mich auf alle nötige Literatur hingewiesen und mir seine zum Teil noch unveröffentlichten eigenen Notizen zur Verfügung gestellt und allen meinen Fragen unermüdlich Stand gehalten. So wäre diese ganze Arbeit ohne Prof. Deimels Unterstützung überhaupt nicht möglich gewesen, basiert sie doch viel mehr als es explizite zum Ausdruck kommt auf seinen jahrzehntelangen Studien. Es sei ihm für alle seine Hilfsbereitschaft aufrichtigster Dank!

1) Thureau-Dangins Untersuchungen, deren ganze Richtung aufs engste mit der hier vorliegenden übereinstimmt, resignieren bezüglich jeder „Erklärung“ des Sexagesimalsystems: „serait vain de vouloir ‚expliquer‘“ (NMS S. 127). Gerade die Brücke zu schlagen zwischen den beiden Teilen „Numération“ und „Métrologie“ scheint mir aber das Mittel zu sein, um doch zu einem historischen Aufbau zu gelangen.

Kapitel I.

Die natürlichen Zahlen.

Es liegt in der Tendenz dieser Arbeit, Einsicht in möglichst frühe Entwicklungsphasen zu suchen. Wir wollen demgemäß zunächst alle die einleitend erwähnten Dinge, wie sexagesimale Entwicklung und Positionsschreibung beiseite lassen und allein von dem Tatsachenmaterial ausgehen, das in den ältesten uns zugänglichen Texten enthalten ist und dann versuchen, es nach einheitlichen Gesichtspunkten zu ordnen. Dies ganze Material ist wohl am vollständigsten in *Deimels* „sumerischer Grammatik" gesammelt[1]), an die ich mich daher hier in erster Linie anschließe. Da es mir aber im allgemeinen nicht auf philologische und epigraphische Einzelheiten ankommt, verweise ich sowohl bezüglich dieser wie bezüglich der Belegstellen[2]) auf das genannte Werk und stelle nur das Notwendigste nochmals in Form von Tabellen hier zusammen. Alle solchen Tabellen bezeichne ich durch römische Ziffern, während alle daraus in irgend einer Hinsicht *abgeleiteten* Zusammenstellungen arabische Nummerierung tragen.

§ 1. Die ganzen Zahlen.

1. *Übersicht.*

Zu nebenstehender Tabelle I (nach Deimel SG §§ 42, 43 zusammengestellt) ist zu bemerken: Das übliche Schreibmaterial ist Ton, in den die Zeichen mit einem Griffel eingedrückt werden. In ältester Zeit existiert für die Schreibung der Zahlen ein besonderer Griffel, dessen in natürlicher Schräglage in der rechten Hand erzielter Eindruck das Zeichen für 1 ist: D. Vertikales Aufdrücken gibt das kreisrunde Loch o für 10. Für die Schreibung der Wortzeichen diente ein angeschärfter Stift, der später als alleiniges Schreibgerät übrig geblieben ist[3]). Dadurch erhält jedes runde Zahlzeichen sein „keilschriftliches" Äquivalent: D entspricht

1) Insbesondere Abschnitt IV.

2) Wenn ich sie an wichtigeren Stellen doch besonders zitiere, mich aber nur nach den Angaben bei Deimel SG richte, so deute ich dies durch das Zeichen ~ an.

3) Vgl. hierzu Deimel SG § 3 bzw. Deimel LAK S. 9. Sehr klare Wiedergaben der Zeichenformen vgl. z. B. Deimel WTF Tafel 4. Über Aussehen und Handhabung des Griffels vgl. Langdon EK S. 95ff und Pl. 29—31.

Tab. I.

Wert	Zeichen	Wort
1	 oder 	*aš* [1])
2	Entsprechend oftmalige Wiederholung von 1	*min*
3		*e-eš* [2])
4		*lim-mu*
5		*ia*
6		*a-aš*
7		*i-min*
8		*us-su*
9		*i-lim-mu*
10	 oder 	*u*, *ḫà*

Wert	Zeichen	Wort
20	*ni-eš*	Entsprechend oftmalige Wiederholung von 10
30	*u-šu*	
40	*ni-mi-in*	
50	*ni-mu-u*	
60	*gi-eš*	 oder 
600	*geš-u*	 oder  oder 
3 600	*šar*	 oder 
36 000	*šar-u*	 oder 
216 000	*šar-geš* (oder auch *šar-gal*)	 (auch  )
12 960 000	*šar-gal*	 

1) Über andere Ausdrücke vgl. auch Poebel SG § 291.

2) Die Silbentrennung dient zur Kenntlichmachung der Schreibweise des Wortes durch einzelne ideographische Zeichen.

der einfache Keil 𒁹, 𒌋 für 10 entwickelt sich aus dem Volleindruck [1]) usw. in genauer Parallele zur Ausbildung der späteren „Keilschrift" aus der alten Bilderschrift.

In der angegebenen Tabelle fehlen drei Zahlzeichen, deren Wert bisher noch nicht festgestellt ist[2]): , und . Über einen Vorschlag zu ihrer Lesung verweise ich auf Kap. II § 3 (S. 36 f.).

Die Schreibung beliebiger Zahlwerte geschieht durch Voranstellung der höheren Zahlwerte (bei im übrigen additiver Verknüpfung). Für die auch an anderen Stellen hervortretende größere Reife mathematischen Denkens bei den Sumerern gegenüber anderen Völkern gleicher Kulturstufe ist kennzeichnend die Verwendung eines besonderen Minus-Zeichens (); z. B. für 1020 = 1200 − 180[3]).

2. Die Zahlzeichen.

Die Schreibung der Zahlen 1 bis 9 entspricht der allgemein verbreiteten Aneinanderreihung einfachster Marken. Die Reihe dieser primitivsten Zeichen erhält einen Abschluß durch die erste höhere Einheit 10.

Es ist nun eine charakteristische Eigentümlichkeit des babylonischen Kulturkreises, daß 60, nicht wie sonst 100, die nächste Cäsur bezeichnet. Wie typisch gerade diese Cäsur ist, wird im Folgenden immer mehr hervortreten. Das Zahlzeichen für 60 ist dasselbe wie für 1, nur in guten Texten etwas vergrößert[4]). Es bedeutet also dann soviel als die „große Einheit". Eine solche **Mehrdeutigkeit** von Zahlzeichen (die nur durch strenge Durchführung des Prinzips, den größeren Wert vorangehen zu lassen, nicht zu Irrtümern führt) ist etwas äußerst Merkwürdiges, das aus dem Rahmen einer Bilderschrift mit ihren Individualzahlzeichen (man vergleiche etwa Ägypten mit 𓏤, 𓎆, 𓍢, 𓆼 für 1, 10, 100, 1000)

---

1) Deimel SG S. 11 und S. 184.

2) Deimel SG S. 183 A 2), 191, 5), 196. — Es gibt ferner in den Fara-Texten Zeichen für 120, nämlich ; vgl. Deimel SG S. 184 3) e) sowie Deimel WTF S. 86 und S. 17* und LAK 822; ferner DP 36 rev. Ein ganz ähnliches Zeichen findet sich auch in den von Scheil herausgegebenen protoelamischen Texten aus Susa, das dort den Wert 100 zu haben scheint (MAP 17 (1923) insb. Pl. 7 Tabl. Nr. 45). Vgl. auch die Bemerkungen von Thureau-Dangin in RA 24 (1927) S. 29.

3) Deimel SG S. 184 6); LAK 867.

4) In den Fara-Texten kommt auch ein horizontal gestellter Eindruck oder vor; vgl. Deimel SG S. 183, 184.

völlig herausfällt; wir werden auf diese, bereits auf die Schreibung mit „Stellenwert“ hinweisende Erscheinung noch zurückzukommen haben (vgl. Kap. III § 1, 2).

600 ist als Zeichen für „10 der neuen Einheiten“ unmittelbar verständlich und kann eigentlich nicht als besonderes Zahlzeichen, sondern als nur Ligatur gelten. Im Akkadischen ist dann allerdings diese Zahl eine besondere Einheit geworden (*ner*).

Ein selbständiges Zeichen ist wieder 3600, nämlich ein großer Kreis, keilschriftlich  umschrieben, also wohl unterschieden von o, d. h. dem Volleindruck des Griffelendes. Diese Einheit 60^2 (zu lesen *šar*) ist aber nicht immer als solche benutzt, sondern wird auch als 6 maliges 600 geschrieben [1]).

36000 ist nach Analogie zu 600 als 10 . 3600 gekennzeichnet. Ebenso ist 216000, d. h. 60^3, als 60 . 3600 bezeichnet, also auf 60^2, *šar*, bezogen. Neben dieser Schreibweise ist auch einige Male die Bezeichnung *šar-gal*, d. h. „großes *šar*“ belegt [2]).

In rein schematischer Fortsetzung dieser Liste würde man, falls 60^3 als selbständige neue Einheit zu betrachten wäre, ein neues Zeichen für $10 . 60^3$ erwarten. Ein solches ist aber bisher noch nicht belegt [3]). Dagegen wird 60^4, d. h. $60^2 . 60^2$, besonders benannt, nämlich *šar-gal*, großes *šar*.

3. Die Zahlworte.

Die Diskussion der Zahlworte bekräftigt sofort einen Eindruck, den man schon aus dem Vorangehenden gewinnen kann: daß unter den großen Zahlen alles auf *šar* zu beziehen ist. Es wird ausgedrückt

36000 durch *šar-u* d. h. 10 . 3600
60^3 durch *šar-geš* d. h. 60 . 3600 (oder *šar-gal*)
60^4 durch *šar-gal*.

Das Wort *gal* „groß“ schwankt hier [4]) im Werte zwischen Versechzigfachen und quadrieren; üblich geworden ist die Bedeutung *šar-gal* $= 60^4$, d. h. es siegte das Prinzip, die höhere Einheit durch

1) Deimel SG S. 187 p ∾ ITT 1, 1338.

2) Deimel SG S. 180 ∾ HLC II Commentar S. 13 und Deimel SG S. 185 Beisp. a) ∾ HLC I Pl. 16; ferner Thureau-Dangin UQM S. 106 Anm. 1. — Ein besonderes Zahlzeichen für *šar-gal* existiert nicht.

3) Für diese Bedeutungslosigkeit von 60^3 vgl. auch die von Poebel SG § 299 erwähnte Tatsache, daß Eusebius von 120 Saren spricht, also keine besondere Einheit für 60^3 zu kennen scheint.

4) Zeit der letzten Dyn. von Ur (vgl. Deimel SG S. 184 3) i).

quadrieren der vorigen zu bilden, was zufällig das erste Mal bei *šar* mit der Versechzigfachung zusammengefallen war. Daß *šar* in der Tat eine besondere Rolle spielte, nämlich einmal den Abschluß der Zahlenreihe gebildet hatte, beweist nun noch die Wortbedeutung „Weltall“ für *šar*[1]); es ist dies jener Abschluß durch ein Wort der Bedeutung „unzählbar viele“, der wohl in den meisten Sprachen üblich ist.

Diese Erscheinung der Bezeichnung des Endes der Zahlenreihe durch ein Wort allgemein-pluralischer Bedeutung läßt sich aber im Sumerischen noch weiter zurückverfolgen. Nach Deimel SG S. 103 1) ist nämlich das Zahlwort *ḫà* für 10 mit dem Pluralsuffix *ḫá* äquivalent. Die dezimale Cäsur ist also eine ganz einschneidende, wie auch schon alles Bisherige zur Genüge zeigen konnte. Neben der Pluralbedeutung von 10 scheint, nach Deimel, auch 3 eine solche besessen zu haben[2]), was mit analogen Erscheinungen, z. B. dem „Trial“, in anderen Sprachen in guter Übereinstimmung wäre. Schließlich läßt sich auch 2 nicht nur als Dual-, sondern auch als Pluralsuffix in der Bedeutung „Vielheit, Menge“ nachweisen[3]). Dies sind natürlich Dinge, die einer ganz rudimentären Phase der Zahlbildung angehören und in historischer Zeit längst überwunden sind.

Unter den niedrigen Zahlworten erscheinen die von 1 bis 5 als selbständige Individuen[4]). Daß die Zahlbezeichnungen von 5 an eine quinäre Stufe aufdecken, hat schon Thureau-Dangin nachgewiesen[5]): Es erweist sich 6 als durch $5 + 1$ ausgedrückt, 7 als $5 + 2$, 9 als $5 + 4$. Die analoge Zerlegung von 8 ist noch nicht gesichert[6]).

Eine vigesimale Stufe könnte man daraus abzuleiten suchen, daß 40 als Dualbildung von 20 zu erklären ist[7]). Die Bezeichnung *ni-eš* für 20 läßt sich nun nach Deimel vielleicht mit dem Worte *ní* „eigene Person, Selbstheit“[8]) in Beziehung setzen,

---

1) Brünnow 8221, 8234.

2) Brünnow 9984 („plural-suffix in verbs“).

3) Belege in Deimel SL 1, 34 (in der demnächst erscheinenden zweiten Lieferung).

4) Über 1 vgl. Poebel SG § 291, über 2 auch Deimel SG S. 224, über 4 Poebel SG § 293.

5) Thureau-Dangin NMS S. 125 ff.

6) Vgl. Thureau-Dangin UQM S. 106, Anm. 1, Poebel SG S. 108, Deimel SG S. 180 3).

7) Thureau-Dangin NMS S. 125, Poebel SG § 296.

8) Delitzsch SGl. S. 199.

was der üblichen vigesimalen Bezeichnung[1]) für 20 „ein Mensch“ (d. h. Finger + Zehen) entspräche[2]).

Bei 30 (*ušu*) könnte man eine Beziehung zu 3 und 10 vermuten, wenn man es nicht mit einer ganz selbständigen Zahlbezeichnung zu tun haben will. 50 ist aus 40 und 10 zusammengesetzt (Poebel SG § 296).

Da 600 = *geš-u* deutlich seine Abhängigkeit von *geš* = 60 und *u* = 10 dartut, bleibt nur noch dieses Wort für 60 zu betrachten. Es wäre möglich, daß *geš* eine Wortbedeutung zukäme, die etwas wie „große Einheit“ in Analogie zum Zahlzeichen zum Ausdruck brächte[3]). — Das akkadische Wort *šuššu* für 60 (griechisch σωσσος) mit sumerisch *šu-uš* = $^1/_6$ in Zusammenhang zu bringen, also 60 nach Hommel-Feller[4]) „mit der astronomischen Hauptzahl 360“ in Beziehung zu setzen, hat nicht nur das prinzipielle Bedenken gegen die sonst nirgends zum Ausdruck kommende fundamentale Bedeutung der 360 im sumerischen Zahlensystem gegen sich[5]), sondern vor allem auch den Umstand, daß in sumerischen Texten ein Wort *šu-ši* für 60 vorkommt[6]), das man (nach Deimel) wohl als Urbild jenes akkadischen Wortes wird ansehen können[7]). Welche Wortbedeutung diesem Ausdruck zugrunde liegt, bleibt noch unklar; jedenfalls erweisen sich sowohl *geš* wie *šuši* als von anderen Zahlbezeichnungen wesentlich unabhängige Namen für die Einheit 60[8]).

Wir haben nun sämtliche Zahlworte von Tabelle I besprochen; wie die Sprache den additiven Aufbau beliebiger Zahlen aus den hier behandelten Elementen bewerkstelligt und wie sich Zahlwort und Gezähltes zueinander verhalten, fällt nicht mehr in den Rahmen der vorliegenden Untersuchung[9]).

---

1) Vgl. z. B. Pott QVZ.

2) Es wäre dann *ní* ursprünglich *niš* = *ni-iš* unter Ausfall des Endkonsonanten (vgl. Deimel SG S. 49).

3) Vgl. Deimel SG 180 3).

4) ZDMG 46 (1892) S. 570.

5) Thureau-Dangin sagt NMS S. 124; „ ... il est parfaitement inexact de classer ... les nombres 6 et 360 ... parmi les unités du système sexagésimal“.

6) In den Königlisten Deimel SG S. 246 ff. (z. B. S. 246 Z. 31 ∾ W-B 444.

7) So bereits Delitzsch in SNS S. 65.

8) Über ein Wort KU vgl. Kap. II § 1 (S. 23 Anm. 2). — Die Schreibung sumerischer Worte mit großen Buchstaben soll andeuten, daß der Lautwert des betreffenden Ideogrammes noch nicht eindeutig festgestellt ist. Vgl. hierüber Deimel SG S. 3.

9) Mit Rücksicht auf die große prinzipielle Bedeutung, die Sethes Theorie der Zahlworte sowohl für die Anfänge mathematischen Denkens, wie auch für

4. Zusammenfassendes.

Mit den im Vorangehenden berührten Spuren primitivster Zahlbildungen [1]), mit den quinären und vigesimalen Rudimenten, befinden wir uns auf „präliterarischem" Gebiet, das uns nur noch durch die Sprache zugänglich ist. Allein die Bedeutung der dezimalen Cäsur ist auch noch schriftmäßig erkennbar und ist immer bewahrt geblieben.

So weit weist das Sumerische keine prinzipiellen Besonderheiten auf. Erst die Rolle der Zahl 60 im weiteren Aufbau des Zahlensystems findet keine Parallele bei anderen Völkern, sofern sie nicht dem Einfluß des babylonischen Kulturkreises unterliegen. Versetzt man sich in die Epoche, in der *šar* das Ende der Zahlenreihe bildete, so wird die charakteristische Bedeutung der 60 noch deutlicher: das 60fache der 60 ist das „unzählig" [2]). Unterhalb dieser Stufe herrscht das bei 60 abgebrochene dezimale Schema

---

die Sprachwissenschaft zukommt (Sethe ZZ, im Auszug GGA 1916 S. 476) seien jedoch die folgenden Dinge erwähnt:

1. Entgegen der ägyptischen Gewohnheit den Kardinalzahlworten das Gezählte im Plural folgen zu lassen (Sethe ZZ S. 45 ff.) wird im Sumerischen (nach Deimel SG S. 181) das Gezählte nie mit Pluralsuffix versehen und geht außerdem gewöhnlich dem Zahlwort voran — ausgenommen in Wirtschaftstexten und bei Maßangaben (vgl. auch Poebel SG § 304). Dagegen sind die Kardinalzahlen (wie im Ägyptischen) öfters Träger der Possessivsuffixe. Es wäre wünschenswert zu untersuchen, wie weit auch hier eine Unterscheidung zwischen den Zahlen unter und denen über 10 vorkommt, wie sie in Ägypten immer wieder zu Tage tritt.

2. Die sumerischen Ordinalzahlen (Deimel SG § 49 S. 218 ff.). Vor allem ist zu erwähnen das Suffix *-kam*. Es wird zu seiner Erklärung vorgeschlagen: Eine Zerlegung in Genetivsuffix *-k* (entsprechend dem Gentilizialsuffix *i* des Semitischen — vgl. Torczyner AT S. 13 und Poebel SG § 168) und emphatische Partikel *-ám* (Deimel SG S. 219 2) und S. 181 7) oder Poebel SG § 319: *-(a)m* = „er ist", „welcher ist", also z. B. „der Tag (welcher) der Zwei (ist)" für "der 2. Tag"). Oder aber (nach Deimel SG S. 220 n)) der Zeichenform nach: „vollendet". Für beide Deutungsmöglichkeiten bietet das Ägyptische Parallelen, insbesondere für die letztere (Ausdruck mit *mḥ* „füllend" Sethe ZZ S. 109 ff.; für die elliptische Variante der Konstruktion mit *ntj* „welcher" vgl. l. c. S. 116 f. bzw. S. 121 ff.).

3. Bruchzahlen (vgl. im Folgenden insbes. § 2) der Form *igi-n-gál*, d. h. „ein n-tel" folgen dem Genetiv des zu Teilenden (Poebel SG § 331, § 335), während bei Maßen und Gewichten die Bruchzahlen voranstehen (Poebel SG § 337), was wohl mit der Kardinalzahlkonstruktion zusammenhängt.

1) Dempwolff spricht in analogem Zusammenhang treffend von „Anschauungszahlen" (Vortrag Or. Tag Hamburg 1927 ZDMG 6 (1927) LXXXVIII).

2) Etwa so wie im Koptischen „tausend von Tausenden" (vgl. Sethe ZZ S. 14); man vgl. auch das griechische *μύριοι* = 100 . 100 als Analogie zu *šar* = 60 . 60.

zur Abzählung der neuen Einheit: dem 1, 10, 60, entspricht völlig das 1.60, 10.60, 60.60. Dies wiederholt sich später beim Überschreiten der Stufe der *šar* im Abzählen auch dieser Einheit: 1 *šar*, 10 *šar*, 60 *šar* sind die neuen Cäsuren und man schwankt nur, ob man 60 *šar* oder ein *šar* von *šar*en als größte Zahlbezeichnung aufzufassen hat. Das Durchdringen des letzteren Prinzips hängt wohl mit einer allgemeinen Vorliebe für derartige Bildungen zusammen, die z. B. auch in der Zahlenmystik ihren Ausdruck findet.

Was wir also bisher vor allem konstatieren können ist: Man hat es in den sumerischen Zahlbezeichnungen keineswegs von Anfang an mit einer im mathematischen Sinne konsequenten „Entwicklung" der Zahlen nach Potenzen einer Grundzahl 60 zu tun, *sondern zunächst nur mit der* e i n e n *charakteristischen Folge 1, 10, 60.* Nur die Einschaltung eines Abschnittes 60.60 und seine nachherige Überwindung nach eben diesem Schema erweckt den äußeren Anschein einer systematisch sexagesimalen Darstellung der Zahlen, wo in Wahrheit ein ausschließlich historisch zu verstehender Prozeß vorliegt.

§ 2. Die Brüche.

Daß in diesem Kapitel über die „natürlichen" Zahlen auch die Brüche einen Platz finden müssen, habe ich schon in der Einleitung kurz begründet. Wie enge aber diese Begriffsbildungen auch mit dem Thema des nächsten Kapitels, den Maßsystemen, verknüpft sind, wird sich bald erweisen: Die Trennungslinie zwischen beiden kann überhaupt nicht scharf gezogen werden.

Im Folgenden bleibt e i n e Art von Bruchbezeichnungen völlig beiseite, nämlich diejenige, die, wie unser „n-tel", jede Individualbezeichnung ignoriert und für beliebige Zahlen n verwendbar ist; ich meine die Bezeichnung *igi*-n-*gál*, welche nach Deimel SG S. 185 10) etwa als „Teil-n-sein" zu übersetzen ist [1]). Es ist klar, daß eine derartige Bezeichnungsweise keinerlei Einblick in die Frühgeschichte des Bruchbegriffes liefert [2]).

Schließlich noch eine Bemerkung: Es hat sich in der modernen Literatur der Brauch eingebürgert, Zahlenangaben des babylonischen Kulturkreises möglichst auf 60 oder $^1/_6$ zu beziehen; so findet man z. B. $^1/_2$ als $^3/_6$ angegeben usw. Einem solchen a priori ge-

---

1) Manchmal wird auch *gál* weggelassen.

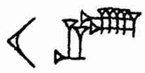
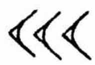
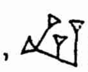
2) Außerdem ist nach Poebel SG § 330 diese Ausdrucksweise bis jetzt nur in späteren Texten (letzte Dyn. von Ur) belegt.

gebenen Schema zu folgen liegt für uns zunächst keinerlei Grund vor, sodaß Bruchbezeichnungen immer in ihrer einfachsten Form aufgeführt werden.

1. Übersicht.

Nach Deimel SG § 43 (insbes. S. 183 und 185) hat man folgende Liste:

Tab. II.

Wert	Zeichen	Wort
$^1/_{3600}$		*gìn-tur*
$^1/_{60}$		*gìn*
$^1/_6$	 auch 	*gìn-u, šu-uš*
$^1/_3$	  oder 	*šu-ša-na*
$^1/_2$	,  oder 	*ba*
$^2/_3$	,  und , 	*ša-na-bi*
$^5/_6$		*kin-gu-sil-la*

Die bereits in § 1, 1 erwähnte Parallelität zwischen abgerundeten und Keilschrift-Zeichen kommt auch hier klar zum Ausdruck. Bei $^5/_6$ ist bis jetzt nur die letztere Schreibweise belegt; über einen Vorschlag zur Ergänzung der anderen Form vgl. den nächsten Abschnitt (S. 17 f.).

Das Zeichen „*gìn*" wird uns noch als Gewichtsmaß Kap. II § 2 begegnen. Daß es aber auch unabhängig davon die abstrakte Bruchbedeutung $^1/_{60}$ haben kann, steht außer jedem Zweifel. Ferner erscheint in der Bedeutung $^1/_{3600}$ noch das Wort *gìn-tur*, d. h. „kleines *gìn*", das sich demgemäß mit *gìn* zugleich erklären muß [1].

1) Belegstelle ist Deimel SG S. 185 ∼ CT 12, 1—3.

Das Zeichen 𒌋 bei $^1/_6$, $^1/_3$, $^1/_2$ ist der gewöhnliche „Winkelhaken" für 10 (vgl. § 1, 1).

2. Diskussion der Bruchbezeichnungen.

Wie schon eingangs erwähnt, müssen alle das Sexagesimalsystem aus dem 360tägigen Jahr ableitenden Theorieen das Sechstel zu entscheidendem Einfluß bringen. Im Anschluß an Oppert und Schrader hat demgemäß vor allem Zimmern diesen Standpunkt vertreten und 60 als „$^1/_6$" erweisen wollen (trotz der bereits von Delitzsch angegriffenen Oppert-Schraderschen Etymologie [1])). Hierzu hat er auch das Zahlzeichen 𒁹 für 60 (in einer mehr dreieckigen Form) als den Kreissextanten angesehen. Er war hierdurch gezwungen dem Vollkreis *šar* (◯ = 3600) ohne jeden Beleg „eine ursprüngliche Zahlbedeutung 360" zuzuweisen, die erst „von da aus" — aber ohne Angabe eines Grundes — „secundär" zu ihrem tatsächlichen Wert 3600 gekommen sei. Abgesehen von der Gewaltsamkeit einer solchen Erklärung wird aber diese ganze Theorie durch die Tatsache hinfällig, daß $^1/_6$ nur mit dem Zahlzeichen 𒌋 „10" geschrieben wird — analog $^1/_3$ auch als „20" usw. — was sich nur dadurch erklären läßt, daß man $^1/_6$ als 10 Sechzigstel versteht. Und in der Tat ist neben der Bezeichnungsweise „10" noch eine vollere Form „*gìn-u*, d. h. „10 *gìn*", belegt; ein *gìn* (gleich dem semitischen „Schekel") ist aber $^1/_{60}$ der „Mine" (sumerisch *ma-na*), also eine der gebräuchlichsten Währungseinheiten. Entsprechend ist 1 *gìn-tur* = $^1/_{60}$ Schekel = $^1/_{3600}$ Mine.

Wir haben es also hier mit einer ganz natürlichen Übertragung einer konkreten Maßbezeichnung in das Gebiet der „reinen Zahlen" zu tun — ein charakteristisches Beispiel für die Entstehung abstrakter Begriffsbildungen aus ganz konkreten, wie sie in letzter Linie wohl allen „natürlichen" Zahlbegriffen zu Grunde liegen werden. Eine derartige übertragene Bruchbezeichnung ist nichts Singuläres: Die ganze Bruchbezeichnung der Römer ist nach einem solchen System gebildet (1 *uncia* = $^1/_{12}$ *as* [2])). Überhaupt ist ein solches Vermischen abstrakter und konkreter Bezeichnungen nicht selten — in umgekehrter Richtung z. B. bei uns „Viertel" als Stadtteil u. dgl. m.[3]). Auch innerhalb der sumerischen Maßsysteme werden uns solche Übertragungen immer wieder begegnen; so wird

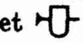
1) Delitzsch SNS S. 66. Zimmern PZR S. 49 Anm. 2.

2) Hankel hat diesen Sachverhalt sehr anschaulich geschildert (GM S. 57 ff.). Vgl. auch Sethe ZZ S. 64.

3) Vgl. auch Hankel GM S. 14.

z. B. 1 *še*, ursprünglich ein Getreidemaß, sowohl für $^1/_{180}$ des Hohlmaßes wie des Flächenmaßes wie der Längeneinheit verwendet [1]).

Mit der Zurückführung des Bruches $^1/_6$ auf ein Multiplum einer kleineren Maßeinheit (nämlich *gìn* = $^1/_{60}$) stimmt aufs Beste überein, daß man bei Annahme von $^1/_6$ als ursprünglichen „natürlichen" Bruch eine Lücke in den Bruchbezeichnungen konstatieren müßte, da weder $^1/_5$ noch sogar $^1/_4$ besondere Zeichen haben [2]). So aber wird der Bruch $^1/_6$ unserer jetzigen Diskussion überhaupt entzogen, um erst in Kap. II bei den Maßsystemen behandelt zu werden. Gleichzeitig schließen sich auch die beiden Zeichen „20" und „30" für $^1/_3$ und $^1/_2$ jetzt aus und ebenso das $^1/_{60}$ und das *gìn-tur* [3]).

So bleibt, wenn ich die Besprechung des Bruches $^5/_6$ noch einen Augenblick verschiebe [4]), als ältester natürlicher Bruchbereich die Gruppe $^1/_3$, $^1/_2$, $^2/_3$ übrig, die auch äußerlich eine offenkundige Einheitlichkeit zeigt. Auch hier ist noch eine Beziehung zu Hohlmaßen aus den Bildzeichen zu ersehen, eine Tatsache, die erneut zeigt, wie entscheidend gerade diese Maße von Anfang an die Ausbildung der Zahlbegriffe beeinflußt haben. Was nun die Zeichen selbst anlangt, so bedeutet  für $^1/_2$ offenbar (nach Deimel SG

1) Thureau-Dangin in RA 23 (1926) S. 33. — Hier sei noch eine späte Parallele aus der Zeitmessung genannt. Sethe erwähnt in seiner einleitend zitierten Arbeit (Sethe ZR III S. 105, wo sich auch die ausführlichen Belege finden) die babylonische Tageseinteilung in 12 Doppelstunden, deren je zwei zu einer „*mana* d. i. ‚Mine'" zusammengefaßt werden. Diese Bezeichnung aus dem Gewicht des in dieser Zeit aus einer Wasseruhr ausgeflossenen Wassers zu rechtfertigen würde voraussetzen, daß diese Uhren sämtlich genau gleich konstruiert waren, um ein festes Gewicht als Zeitmaß gebrauchen zu können. Betrachten wir aber „Mine" einfach als Zahlbezeichnung für 60, im Sinne der Zusammenfassung von 60 Teilen (wie die obigen *gìn* oder Schekel), etwa so wie wir „Dekade" schlechthin sagen, so hätten wir nur eine Tageseinteilung in 6 . 60 = 360 „Minuten" anzunehmen. In der Tat ist dies aber gerade die babylonische Art der Zählung: Die *mana* hat 60 *imdu*, der Tag 360 *χρόνοι* (Sethe ZR III S. 101 f.).

2) Ebensowenig der „Komplementbruch" $^3/_4$ (oder gar $^4/_5$). Als besondere Bezeichnung für $^1/_4$ kenne ich nur einerseits ein Zeichen für $12^1/_2$ SAR (vgl. Kap. II § 3 insb. S. 35) das evtl. eine solche Bedeutung haben könnte, und das Deimel SG S. 191 7b zitierte Maß *dug-tur* das $^1/_4$ *dug* darstellt. VAT 4746 ∼ Deimel SG S. 178 Übg. 41 wird $^3/_4$ als $^2/_3$ + 5 *gìn* umschrieben.

3) Vgl. hierzu auch Sethe ZZ S. 67. Auch Thureau-Dangin läßt $^1/_6$ nicht als selbständige Einheit gelten und will es mit Rücksicht auf die Unbestimmtheit der babylonischen Zahlzeichen mod 60 und ihren dezimalen Einschlag (vgl. die Einleitung) aus 10 . $^1/_{60}$ ableiten (NMS S. 124). Diese bewußt positionelle Schreibweise bezeichnet aber erst das Ende der Entwicklung!

4) Vgl. unten S. 17 f.

S. 193 3)) die Hälftung eines Hohlmaßes; das zugehörige Wort *ba* hat nach Delitzsch' Glossar[1]) einfach die Bedeutung „teilen“[2]).

Die Bedeutung *šu*[3]) „gedrückt“ für ( ) läßt bei $^1/_3$ vielleicht auf eine Bezeichnungsweise „ein Bruchteil“ oder dgl. schließen[4]). Die Hinzunahme eines weiteren Maßgefäßes bildete dann das Analogon zu dem ägyptischen Ausdruck „die zwei Teile“ für $^2/_3$[5]). Schließlich noch einige Bemerkungen, die ich Prof. Deimel verdanke, und die von sprachlicher Seite die Selbständigkeit dieser Bruchbezeichnungen dadurch erweisen, daß sie zeigen, wie die Wortbezeichnung genau an die bildmäßige anknüpft[6]). Für das Zeichen existiert die Lesung *šan-tak* (oder *san-tak*), wobei *tak* „umstürzen“ bedeutet. Da bekanntlich die ursprünglichen Bildzeichen um 90° gegen die späteren Schriftzeichen verdreht sind[7]), so liegt das Gefäß ursprünglich tatsächlich auf der Seite und muß also allein mit dem Worte *šan* bezeichnet sein. Dem entspricht auch die Lesung *šu-šana* für . Daraus entsteht *ša-na-bi* für $=$ $^2/_3$ durch Verkürzung aus einer volleren Form *šu-šana-šana-bi* was soviel bedeutet wie *šušana* (also) „und“ (das bedeutet nämlich *bi*) noch ein *šana* (also).

Es bleibt noch der Bruch $^5/_6$ zu besprechen, der geschrieben wird und *kingu-sila* heißt. Weder Zahlzeichen noch Wortbedeutung sind bisher geklärt. Indem ich mich aber auf Dinge beziehe, die erst in Kap. II näher zu behandeln sein werden, möchte ich schon hier einen Vorschlag zur Erklärung dieses Zahlzeichens machen. Die Analogie zu den Keilschriftzeichen von $^1/_3$ und $^2/_3$ wird nämlich zunächst dazu führen, auch bei $^5/_6$ ein „rundes“ Zahlzeichen zu

1) Delitzsch SGl. S. 60.

2) Es ist bemerkenswert, daß die Bezeichnung *igi-2-gál* für $^1/_2$ nur in Rechentexten vorkommt (vgl. Poebel SG § 335).

3) Delitzsch SGl. S. 265.

4) Analoges im Ägyptischen; vgl. Sethe ZZ S. 82.

5) Sethe ZZ S. 82. — Daß genau wie in Ägypten auch in Babylonien der Bruch $^2/_3$ eine ausgezeichnete Rolle spielt, zeigt die Tatsache, daß in den langen Divisionstabellen, welche die Bruchteile von 60^4 (bzw. einer beliebigen anderen Potenz von 60) ausdrücken, auch $^2/_3$ mit aufgeführt wird, obwohl es sich sonst nur um Brüche des Zählers 1 handelt. (Der Deimel SG S. 226 $\sim$ BE 20, 21 f. angeführte Text hat in der ersten Zeile den Schreibfehler 1 für $^2/_3$; dagegen richtig $^2/_3$ in dem älteren Paralleltext Deimel SG S. 285 $\sim$ Morg. Part IV, 37 Comm. S. 45, Pl. 40.)

6) Die Belege werden Ortl. 26, 73, 12 veröffentlicht.

7) Vgl. z. B. Deimel SG § 3.

rekonstruieren[1]), wofür ein Zeichen unmittelbar annehmbar ist. Liest man nun wie sonst als $^1/_3$, so müßte bei additiver Zusammensetzung die Bedeutung $^1/_2$ haben, da $^1/_3 + ^1/_2 = ^5/_6$ ist. Nun gibt es aber in der Tat eine Maßeinheit in welcher das Zeichen die Bedeutung von „$^1/_2$" erhalten würde, nämlich das *gur-sag-gál* das vier enthält[2]); denkt man also wieder an jene Art der Bruchbezeichnung mit Hilfe von Maßeinheiten, der wir schon oben begegnet sind, so erscheint als Ligatur aus $^1/_2$ und $^1/_3$. Die einzige Schwierigkeit dieser Erklärung liegt darin, daß in dem Zeichen für $^1/_3$ das (*ul*) nicht ebenfalls auf *gur-sag-gál* bezogen ist[3]). Dies läßt sich aber wohl dadurch erklären, daß zu der Zeit, als die Bezugnahme auf das *gur-sag-gál* üblich war, das Zeichen längst zu einer reinen Bruchbezeichnung geworden war[4]). Gestützt wird diese Ansicht jedenfalls noch dadurch, daß dieses Zeichen für $^5/_6$ erst in späterer Zeit (seit der Dyn. von Akkad) belegt ist und daß wir auch noch an anderer Stelle in ganz analoger Weise (auf *gur-maḫ* bezogen, aber als *ul* selbständig) abstrakte und konkrete Bruchbezeichnung gleichzeitig in Verwendung stehen sehen werden[5]).

Von diesem Standpunkte aus könnte man auch einen Ansatz zur Erklärung des Wortes *kingu-sila* zu finden hoffen[6]), indem

---

1) *Dies hatte schon* Deimel SG S. 183 3) b getan; er kam zu . — Eine Bezugnahme auf die runde Zeichenform durch eine abkürzende Bezeichnung *ša* vgl. Deimel SG S. 179 5), ferner Thureau-Dangin NMS S. 126, Anm. 2 und 4. Vielleicht hängt damit auch der Zusatz *ša* in der Stelle Deimel SG S. 187 *q*) ∾ ITT 2, 4335 *zusammen*.

2) Vgl. Kap. II § 2, 2 Tab. IV und 5*. — Das Zeichen (oder, alleinstehend in voller Zeilenhöhe) wird gewöhnlich *ul* gelesen. Nach dem oben über *šanabi* Gesagten, hätte man es wohl besser *šana* zu nennen; um aber den Anschluß an die Literatur zu bewahren verzichte ich im folgenden auf die konsequente Ersetzung von *ul* durch *šana*.

3) Dem Einwand, daß nach dieser Auffassung die Reihenfolge von $^1/_3$ und $^1/_2$ der üblichen Regel widerspreche, daß die größere Zahl vorangehen solle, kann man dadurch begegnen, daß es sich hier eigentlich um Viertel handelt, wie es auch das Schriftbild ausdrückt. Auch wir würden, unabhängig vom numerischen Gesamtwert, beim Ordnen von Geldstücken der Markstücke vor den Pfennigstücken nennen.

4) In der Auffassung von Kap. III § 1 ist der Abstand dieser beiden Entwicklungsphasen mindestens der zwischen Epoche 1 und 2.

5) Vgl. Kap. II § 2, 2 (S. 29 f.).

6) Zimmern hat PZR S. 51 Anm. 1) das semitische Äquivalent *„pārab"* von *kingu-sila* durch „der große Teil" (aus *parsu* „Teil" und *rabū* „groß") wiedergeben wollen, was Sethe (ZZ S. 103) als Komplementbruchbezeichnung gedeutet

man in dem „*sila*“ einen Hinweis auf die ebenso benannte Maßeinheit *sila* (wofür man auch *ḳa* liest) erblicken könnte, entsprechend etwa der Tatsache, daß $^5/_6$ *gur-sag-gál* gerade 120 *ḳa* enthält (spielt 2.60 eine Rolle?). Wie dem aber auch sei, das scheint mir gesichert, daß $^5/_6$ weder epigraphisch noch sprachlich als selbständige Bruchbezeichnung gelten kann, mindestens nicht in ältester Zeit, worauf es uns hier allein ankommt.

§ 3. Zusammenfassendes.

Die Ergebnisse dieses Kapitels sind in mehrfacher Hinsicht für die weitere Untersuchung von Wichtigkeit. Zunächst hat sich mit aller Deutlichkeit die Notwendigkeit ergeben, auch die Metrologie mit in den Rahmen unserer Betrachtungen aufzunehmen, da Maß- und Zahlbezeichnungen, insbesondere auf dem Umwege über die Bruchteile, in unmittelbarer Wechselwirkung aufeinander stehen.

Im Bereiche der reinen Zahlen selbst aber zeigt sich, daß eine scharfe Gliederung vorzunehmen ist. Ein alter „*Kern*“, wie er bei allen andern Völkern (mit nicht zu primitivem Zahlensystem) ebenfalls vorkommt: dezimal im Bereiche der ganzen Zahlen und zwar im wesentlichen beschränkt auf die Größenordnung 10; und „natürliche Brüche“ ebenfalls nur des engsten Bereiches: $^1/_3$, $^1/_2$, $^2/_3$ — das bildet den festen Grundstock. An diesen Kern schließt sich aber beiderseits ein „*Rand*“ und zwar der „Stufe“ 60: nach unten $^1/_{60}$, nach oben 60 — wobei ich die Größe des Verhältnisses sukzessiver Einheiten lieber als „*Stufe*“ bezeichne, als zwischen 60 teln und 60 ern zu unterscheiden, was immer eine Bevorzugung einer der Einheiten involviert.

Als prinzipiell wichtigstes Ergebnis bleibt dann die durch folgende Tabelle gekennzeichnete Struktur des Zahlensystems:

Tab. 1.

$^1/_{60}$	$^1/_3$	$^1/_2$	$^2/_3$	1	10	60

So klar und natürlich der Kern, so eigentümlich ist die Ränderung der Stufe 60; in ihr liegen offenbar die Wurzeln zu der späteren Ausbildung des „Sexagesimalsystems“. In Kapitel II soll versucht werden zu zeigen, daß sich dieselbe Gliederung ausnahmslos durch

hat. Wie mir aber Prof. Deimel mitteilt, wird semitisch „Teil“ nicht mehr *parsu* sondern „*pirsu*“ gelesen, so daß die obige Erklärung nicht mehr aufrecht erhalten werden kann.

das ganze Gebiet der Metrologie verfolgen läßt. Im Bereich der reinen Zahlen wird dieser älteste Bestandteil noch dadurch erweitert, daß man ihn nach beiden Seiten sozusagen kongruent wiederholt: Nach unten indem $^1/_{60}$ = 1 *gin* als „1" fungiert, das 10-fache dem $^1/_6$ seine Bedeutung gibt und auch die alten natürlichen Brüche des Kernes diesem Schema unterworfen werden ($^1/_3$ als „20" usw.). Nach oben wird 60 wie „1" geschrieben, dann folgt 10 . 60 und wieder eine neue Cäsur 60 . 60, das *šar* — zunächst als Ende des Prozesses, dann aber als neue Einheit betrachtet, aus der wiederum das 1-, 10-, 60-fache gebildet wird. Hier schließt die Individualzahlbezeichnung endgültig, nur noch dadurch modifiziert, daß an Stelle der systematisch bedeutsamen Stufe 60^3 der psychologisch charakteristischere Abschluß durch eine *šar* von *šaren*, d. h. durch 60^4 tritt. Gerade dies Letztere zeigt aber deutlich, daß die Fortsetzung des Grundbereiches 1, 10, 60 nach dem eben geschilderten Schema, welche in konsequenter Durchführung unmittelbar die spätere Reihenfolge des „Positionssystems" ergeben würde, nicht eine rein mathematische Konstruktion ist, sondern ganz andere Quellen haben muß. Die Maßbezeichnung *gìn* für $^1/_{60}$ weist darauf hin, wo diese zu suchen sind: in der Metrologie.

Kapitel II.

Die Maßsysteme.

Bei der Betrachtung der sumerischen Maßsysteme muß man sich zweierlei immer vor Augen halten: Das Eine ist die Übertragbarkeit konkreter Maßbezeichnungen auf das Gebiet der abstrakten Zahl- und insbesondere Bruchbegriffe, wie es uns bereits in dem Vorangehenden begegnet ist[1]), was dann zur Folge hat, daß z. B. plötzlich ein Gewichtsmaß bei den Längenmaßen aufzutauchen scheint. Derartig „fremd" bezeichnete Maßgrößen müssen also nicht immer ursprünglich selbständige Teilmaße bedeuten. — Das Andere ist das Eingeständnis, daß man bei der Aufstellung eines einigermaßen einheitlichen Maß-Systemes aus der Not eine Tugend macht. Trotzdem das uns bekannte Material schon reichlich kompliziert erscheint, lag es de facto zweifellos noch viel

1) Man denke an das *gìn*. Vgl. auch Deimel SG S. 178 Übg. 41.

schlimmer. Wenn man sich vergegenwärtigt, daß z. B. Deimels „Pantheon babylonicum“ über 3000 Götternamen aufzählt, daß in Brünnow's und Meißner's Zeichenlisten wohl über 20000 Ideogramme enthalten sind, so wird man einsehen, daß man die sumerische Kultur nicht leicht als ein zeitlich und räumlich homogenes Gebilde ansehen kann: Es ist nur die Lückenhaftigkeit unserer Überlieferung, die uns zwingt, landschaftlich und zeitlich getrennte Entwicklungsphasen im allgemeinen als Einheit zu fassen. So kommt es, daß man besten Falles nur erhoffen kann, in den gröbsten Zügen die Umrisse eines in Wahrheit viel verwickelteren Bildes zu zeichnen — aber hier liegt eben auch die „Tugend“, denn die Erscheinungen, die sich durch all das Chaos noch bis zu uns herab als einigermaßen klar erkennbar erhalten haben, wird man doch mit einer ziemlichen Wahrscheinlichkeit auch als die schon damals am deutlichsten hervortretenden Züge ansehen dürfen. Nur in dieser Begrenzung kann die folgende Darstellung eine Rechtfertigung finden.

Wie schon im vorigen Kapitel verzichte ich auch hier auf die Wiedergabe aller sprachlichen und sonstigen Varianten und verweise diesbezüglich nochmals auf Deimels Grammatik. Alles hier Benötigte bringe ich in § 1 und § 2 in Tabellen angeordnet, aus denen sich sogleich eine Reihe von Fragestellungen ergeben wird, die ich zunächst nur als zu erledigende „Residua“ aufzeige. Erst in § 3 und 4 wird versucht alle diese Fragen einheitlich zu beantworten. Schließlich wird das dritte Kapitel, gemäß dem einleitend genannten Programm, die Brücke von der Metrologie zurück zum eigentlichen Zahlensystem zu schlagen haben.

§ 1. Die Längen- und Flächenmaße.

1. Die Längenmaße.

Die Längenmaße bilden eine Gruppe von Maßgrößen, die sicherlich bereits sehr frühzeitig ausgebildet wurde und daher hier zum Ausgangspunkt gewählt ist.

Die erste Kolonne der umseitigen im Anschluß an Deimel SG § 45 (S. 194) zusammengestellten Tabelle[1]) enthält die sumerische Benennung, die zweite deren ungefähres Äquivalent im Deutschen. Die relativen Größen läßt die dritte Kolonne erkennen; die hierbei gewählte Bezugnahme auf die beiden Maße „Rohr“ und „Elle“ ist

1) Die eigentliche Grundlage für dieses ganze Gebiet bilden Thureau-Dangins Untersuchungen, insbes. die aus RA 18. Ich sehe aber von Zitaten im Einzelnen ab.

Tab. I.

še	Gerste [1]	$^1/_{180}$ Elle
šu-si	Finger [2]	$^1/_{30}$ Elle
šu-dû-a	Ziegel (?) [3]	$^1/_3$ Elle
šu-bad	Spanne	$^1/_2$ Elle
kuš	Maß (Fuß)	$^2/_3$ Elle
kuš [4]	Maß (Elle)	$^1/_6$ Rohr
kuš-ara	Schritt [5]	$1^1/_2$ Ellen
gi	Rohr	1 Rohr
gar (*-du*)	Grenze (eines SAR) [6]	2 Rohr
ṣubban	$^1/_2$-Leine	10 Rohr
šu	Leine	20 Rohr
uš	(Feld-) Länge	120 Rohr
danna	Meile	3600 Rohr

natürlich willkürlich. Trotzdem liegt einer solchen Teilung auch etwas Reales zu Grunde, nämlich die Möglichkeit, diese Tabelle zu zerlegen in eine auf kleinere und eine auf größere Strecken bezogene.

1) *Die kleinen Längenmaße.*

Die verschieden starke Umrahmung der einzelnen Teile von Tab. 1 (S. 23) knüpft unmittelbar an die Unterscheidung von „Kern" und „Rand" aus Kap. I an [7]). Die im Kerne auftretenden Einheiten haben genau die schon damals hervorgehobenen Zahlenverhältnisse. Dagegen ist hier die „Ränderung" keine so künst-

---

1) Vgl. Thureau-Dangin in RA 23 (1926) S. 33.

2) *Eigentlich "Nagel"-Breite.*

3) Die Übersetzung „Ziegel" für *šu-dû-a* stößt auf Schwierigkeiten angesichts der Tatsache, daß die übliche (allerdings babylonische) Ziegelbreite $^2/_3$, nicht $^1/_3$ Ellen gewesen ist (Koldewey in MDOG 59 (1918) S. 22 f.). — Die Länge der Elle beträgt ungefähr 50 cm (Thureau-Dangin NMS S. 133).

4) *kuš* (= *ammatu* = Elle?) ITT 3122: *gar-du*, 1 *ú* (od. *kuš*) *-nummun* (od. *kul*), 1 *giš-bad*, 1 *šu-dû*. *ú* (od. *kuš*) ist also abgekürzt aus (*ú* od.) *kuš-kul*. Wortbedeutung unsicher, vielleicht nicht „Elle", sondern ein Abschnitt der Rohrstange (Deimel).

5) Auch *kuš-gal* d. h. großes Maß.

6) Oft wird *gar-du* zu *gar* abgekürzt — und nur diese Form kommt im Folgenden zur Anwendung. Die Flächengröße von 1 SAR wird durch ein Quadrat der Seitenlänge 1 *gar* repräsentiert (vgl. Nr. 2), woraus sich die Wortbedeutung „Grenze" erklärt (Deimel).

7) Vgl. S. 19.

liche (oder „*systematische*“ wie wir auch sagen wollen) wie die der Stufe 60, sondern eine „*natürliche*“ Ränderung, indem sie die Elle mit ebenfalls naturgemäß gegebenen anderen Längenmaßen in naheliegende zahlenmäßige Beziehung setzt[1]). Wie eine systematische Ränderung im Gebiete der Maßsysteme aussieht, werden wir sogleich erkennen[2]).

Tab. 1.

$^1/_{30}$ Elle
$^1/_3$ Elle $^1/_2$ Elle $^2/_3$ Elle 1 Elle
$1^1/_2$ Elle

Die bereits durch ihre Wortbedeutung „Gerste“ auf ein fremdes Maßgebiet hinweisende Einheit 1 *še* = $^1/_{180}$ Elle wollen wir einer späteren Behandlung (vgl. insbes. S. 40) vorbehalten.

2) Die größeren Längenmaße.

Betrachtet man den restlichen Teil von Tab. I, so sieht man, daß zunächst *ṣubban* d. h. „halbe Leine“ mit *šu* „Leine“ zusammenzufassen ist. Mit dezimaler Stufe hängt dann diese Größe mit dem „*gar*“ zusammen. Betrachtet man die übrigen Einheiten im Verhältnis zu dieser, so ergibt sich unmittelbar die Tabelle:

Tab. 2.

$^1/_2$ *gar* 1 *gar* 5 *gar* = $^1/_2$ *šu* 10 *gar* = 1 *šu*
60 *gar* = 1 *uš* 1800 *gar* = 1 *danna*

1) Man vgl. die Einteilung der ägyptischen Elle in 7 „Hände“ zu je 4 „Finger“ ganz unabhängig vom dekadischen wie dyadischen Schema — dies sehr im Gegensatz zu den Getreidemaßen rein dyadischer Ordnung (Sethe ZZ S. 72).

2) Eine systematische Ränderung auch der Ellen-Maße könnte man in dem

Die hier in Erscheinung tretende Ränderung des Kernes ist nun eine typisch „systematische", d. h. ersichtlich dem sexagesimalen Schema angepaßt. Allerdings gilt dies nur für die Größe 1 *uš* = 60 *gar*, während das Verhältnis von *uš* zu *danna* gänzlich aus diesem Rahmen herausfällt. Wir werden auf diese Tatsache noch einmal zurückzukommen haben, obwohl eine unmittelbare Deutung im Sinne einer natürlichen Ränderung dadurch an die Hand gegeben erscheint, daß man diese Entfernung (etwa 10,7 km) als „eine Wegstunde" erklären kann[1]).

Die „*Verkittung*", d. h. die Festlegung eines bestimmten Verhältnisses zwischen den Größen aus Tab. 1 und 2 erfolgt, gemäß Tab. I, durch die Normierung $^1/_2$ *gar* = 1 Rohr = 6 Ellen. Hierdurch ist bewirkt, daß sozusagen die ganze Tabelle 2 als sexagesimale „Ränderung" von Tab. 1 erscheint. Daß es sich hier in der Tat um eine wesentlich künstliche Aneinanderfügung handelt, kann man vielleicht dadurch bekräftigt finden, daß die neubabylonische Metrologie (die mir des Öfteren an ganz alte Verhältnisse anzuknüpfen scheint) in ganz „unsystematischer" Weise 1 Rohr = $^1/_2$ *gar* gleich 7 Ellen nimmt (außerdem $^1/_{24}$ Elle = 1 Finger), was möglicherweise mehr den tatsächlichen Verhältnissen angepaßt war. Für uns hier genügt aber die Zerlegung der Tab. I in zwei Gruppen analoger Bauart.

2. Die Flächenmaße.

Indem ich die Diskussion einer weiteren Kategorie von Flächenmaßen auf § 3 verschiebe, gebe ich zunächst in Tab. II (S. 25) eine erste Liste[2]). Eine Zerlegung in „Kern" und „Rand" ist leicht, wenn man nur bemerkt, daß diese Flächenmaße mit den Längenmaßen

---

z. B. von Zimmern PZR S. 51 Anm. 1 oder Dombart BTP S. 137 erwähnten Längenmaße 1 KU = 60 Ellen sehen. Ob sich aber so späte Maße auf Sumerisches extrapolieren lassen, ist mir nicht sicher.

1) Das semitische Äquivalent von *danna* ist „*beru*", die „Doppelstunde" (vgl. Deimel SG S. 195), d. h. $^1/_{12}$ des Tages. Vgl. hierzu auch Zimmern PZR S. 52 ff. und Lehmann-Haupt und Winkler HA S. 45. Die „von der priesterlichen Geheimlehre natürlich sorgfältig verborgene" Beziehung zwischen Länge der Elle und Sekundenpendel, die Lehmann-Haupt für sehr wahrscheinlich hält, und die damit enge zusammenhängende Auffassung, „daß das Sexagesimalsystem der Ausfluß einer Fülle astronomischer und mathematischer Erkenntnisse ist, die durch eine ausgeprägte Weltanschauung, die Vorstellung von der zahlenmäßig prästabilierten Harmonie des Weltalls, getragen und zusammengefaßt werden" (Klio, Bd. 1 (1901) S. 392 ff.) kann ich mir nicht recht als historisch möglich vorstellen.

2) Nach Deimel SG S. 195 2).

Tab. II.

še	Gerste	$^1/_{180}$ SAR
SAR		1 SAR
iku	Acker [1])	100 SAR
bur		1800 SAR

unmittelbar zusammenhängen [2]). So ist zunächst das SAR die Fläche eines Quadrates von 1 *gar* Seitenlänge, das *bur* die Fläche eines Rechteckes der Seiten 1 *gar* und 1 *danna* — womit übrigens sogleich die Ungewöhnlichkeit der Ränderung mit der Stufe 1800 als mit der von Tab. 2 äquivalent erwiesen ist. Dem Quadrat von 1 *gar* Seitenlänge entspricht durchaus im Sinne eines dezimalen Kernes das Quadrat von 10 *gar* Seitenlänge, d. h. die Fläche von 100 SAR. So ergibt sich die folgende Zusammenstellung:

Tab. 3.

1 *še* $=$ $^1/_{180}$ *gar*
1 SAR $=$ $(1\ gar)^2$ 1 *iku* $=$ $(10\ gar)^2 = (1\ šu)^2 = 100$ SAR
1 *bur* $= 1800$ SAR $= 1$ *gar* . 1 *danna*

welche nun auch ihrerseits die Betonung des *gar*, auf welcher Tab. 2 beruhte, rechtfertigt.

Wenn wir auch die Ränderung nach oben im Sinne des vorigen Abschnittes durch die Bezugnahme auf die Bedeutung des *danna* jetzt nicht näher zu erörtern haben, so bleibt doch die Entstehung der Ränderung durch das *še* eine noch offene Frage („*Residuum* 1"). Die Wortbedeutung *še* „Gerste" weist uns bereits auf eine andere Art der Flächenbestimmung hin, nämlich die durch Saatgut. Auf sie kann aber erst eingegangen werden, wenn die Hohlmaße besprochen sind, durch die Getreidemengen bestimmt werden. — Der Kern unserer Tabelle enthält dagegen nur „*reine*", d. h. von echten Längenmaßen („Rohr", „Leine") abgeleitete Flächengrößen.

1) Vgl. Deimel LAK 89.

2) Eine ganz analoge Erscheinung werden wir später beim Volumen zu erwähnen haben (vgl. S. 28).

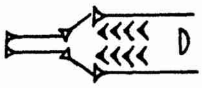
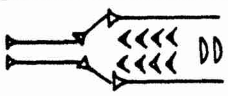
§ 2. Die Gewichts- und Hohlmaße.

Die im Folgenden aus Gründen der Übersichtlichkeit vorgenommene Trennung zwischen Gewichts- und Hohlmaßen ist nur eine oberflächliche. Trotzdem können deutlich enger zusammenhängende Größen unterschieden werden, und darauf allein kommt es im Folgenden an.

1. Gewichtsmaße.

Nach Deimel SG § 46 (S. 201) ist ihre Liste:

Tab. III.

še	Gerste	$^1/_{180}$ *gìn*
gìn-tur	kleiner Schekel	$^1/_{60}$ *gìn*
mana-tur 	kleine Mine	$^1/_3$ *gìn*
TAR-*gìn* [1])		$^1/_2$ *gìn*
 [2])		$^2/_3$ *gìn*
gìn	Schekel	1 *gìn*
ma-na	Mine	60 *gìn*
gú	Talent	3600 *gìn*

Es sind hier Maße wie „Schekel", „Mine", „Talent" enthalten, die sich, wie man ruhig sagen kann, über die ganze Welt verbreitet haben und ihr gutes Teil an der Erhaltung sexagesimalen Rechnens bis zum heutigen Tage mit verantwortlich sind. Die Wort-

1) Über $^1/_2$ *gìn* vgl. auch BSt. 10, 85 f., wonach ein hethitischer Halbschekel *su-su* vorzukommen scheint, sowie Bezold BAGl. S. 110 *sa-zu* (Hinweis von Prof. Deimel).

2) Die bei Thureau-Dangin REC 516 gegebenen Belegstellen sind durch Förtsch AWT 175 zu ergänzen (Hinweis von Prof. Deimel). Vgl. auch Deimel LAK 869, 870.

bedeutung von Mine = *ma-na* ist soviel wie „steinerne Dattel“ [1]), d. h. Gewichtsstein von der Gestalt einer großen Dattel — eine unmittelbar an die Tatsachen anknüpfende Benennung, wie Ausgrabungsbefunde zeigen [2]). Mit der äußerst verwickelten Frage nach den Absolutgewichten der verschiedenen Typen von „Minen“ brauchen wir uns hier nicht zu beschäftigen, da das Verhältnis der entsprechenden Schekel zur Mine immer 1 : 60 bleibt [3]). Das Schekel (*gìn*) hängt nach seiner Zeichenform wohl mit der Wage zusammen [4]). Die beiden Keilschriftbilder für $^1/_3$ und $^2/_3$ *gìn* werden uns erst im nächsten Abschnitt näher beschäftigen. Hier genügt die Zerlegung unserer Tabelle in Kern und Rand:

Tab. 4.

$^1/_{180}$ *gìn*	= 1 *še*
$^1/_{60}$ *gìn*	= 1 *gin-tur*
$^1/_3$ *gìn*	= 1 *mana-tur*
$^1/_2$ *gìn*	
$^2/_3$ *gìn*	
1 *gìn*	
60 *gìn*	= 1 *mana*
3600 *gìn*	= 60 *mana*

welche, bis auf das (hier wohl an seiner ursprünglichen Stelle stehende) *še* = $^1/_{180}$ *gìn*, das wir schon oben als „Residuum 1“ beiseite gelassen hatten, ein wahres Musterbeispiel sexagesimaler Ränderung darstellt.

2. Die Hohlmaße.

Die im Folgenden allein berücksichtigten Volumeinheiten sind solche, die wohl ursprünglich ohne klares Bewußtsein der Beziehung zwischen dreidimensionalen Raumgrößen und Längenmaßen ($v = l^3$) ausgebildet wurden. Dies zeigt sich insbesondere daran, daß die

1) Deimel SG S. 202 b).

2) Vgl. die Abbildungen auf DC II Pl. 26 bis.

3) Man vergleiche hierüber etwa Weißbachs Untersuchungen in ZDMG 65 (1911) und 70 (1916). Die dort angeführten Normierungen in „leicht“, „schwer“ und „doppelt schwer“ könnten vielleicht mit den S. 30 erwähnten Dingen in Parallele gesetzt werden.

4) Vgl. Deimel SG S. 202 b). Alte Zeichenform Deimel SG S. 191 3) und LAK 666, 667.

sukzessiven Einheiten nur nach den gewöhnlichen Zahlenverhältnissen fortschreiten, und nicht nach dritten Potenzen wie etwa unsere Kubik-cm, Kubik-dm und Kubik-meter. Im übrigen ist eine derartige Volumskala überhaupt nicht bekannt, sondern nur eine, die sich wesentlich auf die (eigentlichen) Flächenmaße stützt (vgl. § 1, 2), indem sie als Volumeinheiten „1 SAR" besitzen, d. h. das Volumen eines Prismas von (1 *gar*)^2 = 1 SAR als Grundfläche und einer Elle (was in der Bezeichnung nicht zum Ausdruck gebracht wird!) als Höhe [1]). Ob eine „Kubikelle" selbst als Volummaß vorkommt, ist mir nicht bekannt; jedenfalls haben derartig abgeleitete Maßgrößen für unsere prinzipiellen Fragen keine Bedeutung. Ebenso ist es uns hier gleichgültig, nach welcher Normierung die Kategorie der selbständigen Hohlmaße später mit den Längenmaßen in bestimmte zahlenmäßige Beziehung gesetzt worden ist [2]).

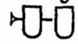
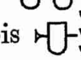
Die im Folgenden allein betrachteten Hohlmaße werden also die Getreide-Maße sein, die nicht bereits durch die Längenmaße definiert sind, und die ich hier in Tab. IV (nach Deimel SG § 44, S. 189) wiedergebe.

Tab. IV.

	ḳa oder *sila*	$^1/_{36}$ *ul*		1 *ḳa*
	ban	$^1/_6$ *ul*		6 *ḳa*
	ban-min	$^1/_3$ *ul*		12 *ḳa*
	ban-eš	$^1/_2$ *ul*		18 *ḳa*
	ban-limmu	$^2/_3$ *ul*		24 *ḳa*
	ban-ia	$^5/_6$ *ul*		30 *ḳa*
	ul oder *šana* [3])	1 *ul*	*gur* 1 *ul*	36 *ḳa*
		2 *ul*	*gur* 2 *ul*	72 *ḳa*
oder		4 *ul*	*gur-sag-gál*	144 *ḳa*
		8 *ul*	*gur-maḫ*	288 *ḳa*

1) Vgl. De la Fuye MV; ferner ITT tom V (1921) S. 21.
2) Man vergl. hierüber die Vorschläge von Thureau-Dangin NMS S. 132.
3) Vgl. Kap. I § 2, 2 S. 17 und S. 18 Anm. 2.

In dieser Tabelle tritt an erster Stelle eine Einheit auf, das *ḳa* — auch (vielleicht besser) *sila* gelesen — die zu den am häufigsten verwendeten Hohlmaßen gehört[1]. Leider ist, wie mir scheint, gerade bei dieser Einheit ihre Relation zu anderen Einheiten bzw. zu ihren nächsten Multipla garnicht völlig klar. Für die Bruchteile kennt man überhaupt keine besonderen Namen, sie werden immer mit den allgemeinen Bruchzeichen geschrieben — es sei denn, daß dem späteren akkadisch *akâlu* ursprünglich $^1/_3$ *ḳa* entspricht[2]. Unter den ganzzahligen Multipla erscheint einmal ein *nigin* = 10 *ḳa*[3] und sonst noch einige, zum Teil noch nicht sicher bestimmte Multipla ohne jede Systematik[4], die wohl überhaupt nur sekundär mit dem *ḳa* in Zusammenhang gebracht sind. Durch Torczyners Untersuchungen über die verschiedenen Arten des *ban*[5] (vgl. sogleich unten) kann auch die Konstanz des *ḳa* selbst nicht als sicher gelten. Alles in Allem scheint mir das *ḳa* eine ziemlich außerhalb des Schemas aller anderen Maßeinheiten stehende Größe zu sein, die ihre Bedeutung vielleicht gerade daher gewonnen hat, daß sie sich eben dieser Stellung wegen am besten als Vergleichseinheit einbürgern konnte, während sich selbständig ausgebildete Einheiten viel schwerer gegeneinander durchsetzten[6].

Unter den übrigen Größen aus Tab. IV ist das *gur-sag-gál* (d. h. soviel wie das „Haupt -*gur*") das gewöhnliche Maß. In den Fara-Texten[7] tritt aber auch eine stärkere Bezugnahme auf das *gur-maḫ* (d. h. „großes *gur*") hervor, da in diesen *gur-sag-gál* als , d. h. mit dem gewöhnlichen Zeichen[8] für $^1/_2$, geschrieben wird, gemäß der Tatsache, daß 1 *gur-sag-gál* = $^1/_2$ *gur-maḫ* ist. In derselben Zählung erscheinen ferner 5 *ul* durch  ausgedrückt ($^1/_2$ *gur-maḫ* = 4 *ul* vermehrt um ein *ul*) usw. bis  für 7 *ul*[9].

Diese letzte Ausdrucksweise ist nur dann verständlich, wenn das Zeichen  längst seine konkrete Maßbedeutung, obwohl sie

1) Nach Thureau-Dangins Untersuchungen entspricht 1 *ḳa* ungefähr 0,4 Liter (vgl. Deimel SG S. 191 4)). Das Bildzeichen ist ein Gefäß: Deimel SG S. 191 3) und Deimel LAK 269.

2) Vgl. Thureau-Dangin NMS S. 128 f. Später ist (vgl. Deimel SG S. 191 3)) 1 *akâlu* = $^1/_{10}$ *ḳa* = 1 *gar*.

3) Vgl. Thureau-Dangin NMS S. 128 f. Vielleicht gehört auch das ITT tom V S. 21 Erwähnte hierher.

4) Vgl. Deimel SG S. 191 7) b).

5) Torczyner AT.

6) Vgl. Kap. III § 1, 3.

7) Fara, der Ort der Ausgrabung; vgl. den Anhang.

8) Vgl. Kap. I § 2.

9) Deimel SG S. 190 2).

in der Zeichenform noch klar zum Ausdruck kommt, völlig eingebüßt hat, denn sonst könnte man  höchstens als $1^1/_2$ *ul* lesen[1]) — also genau jene Erscheinung, die wir in Kap. I § 2, 2 bezüglich des  zur Erklärung des Zeichens für $^5/_6$ voraussetzen mußten. Das sonderbarste dieses Zeichens  ist aber, daß es, sobald es wirklich in konkreter Maßbedeutung Verwendung findet, nach Tab. IV nun nicht etwa den Wert „$^1/_2$“ von irgend einer Maßeinheit hat, sondern 1 *ban* = ein Sechstel *ul* bedeutet. Zwar scheint der Querstrich zur Vermeidung von Mißverständnissen in sorgfältig geschriebenen Texten unter der halben Höhe des  angebracht zu werden; doch ist dies immerhin nur als ein Notbehelf anzusehen. Diese Erscheinung muß also durchaus als ein der Erklärung bedürftiges „Residuum“ (Nr. 2) bezeichnet werden.

Über das Maß *ul* läßt sich nicht mehr aussagen, als daß außer dem oben genannten *ban* ($^1/_6$ bis $^5/_6$ *ul*) keine Bruchteile bekannt sind, daß aber später in den neubabylonischen Kudurru-Maßen[2]) $^1/_2$ *ul* eine besondere Bezeichnung trägt. — Was schließlich das Verhältnis der *ban* zu *ḳa* anlangt, so zeigen die (wenn auch auf die Kassitenzeit beschränkten) Untersuchungen von Torczyner[3]), daß die Relation 1 *ban* = 6 *ḳa* nicht die einzige gewesen ist, sondern daß es ein „*ban* 6 *ḳa*“ und ein „*ban* 12 *ḳa*“ gegeben hat. Diese auch sonst noch in der Weiterentwicklung der sumerischen Metrologie zu beobachtende Umnormierung der verschiedenen Einheiten mit einem Faktor 2 könnte man versucht sein bereits mit den „*gur* 1 *ul*“ bzw. den „*gur* 2 *ul*“ in Beziehung zu setzen. Wir werden jedoch auf diese spätere Entwicklung hier nicht mehr einzugehen haben[4]).

Zur Diskussion der vorliegenden Gruppe von Hohlmaßen können vielleicht noch einige alte Texte herangezogen werden, die

---

1) Allerdings wäre dann die Reihenfolge der Zeichen umzukehren.

2) D. h. diejenigen Maße, die auf den „Kudurru“ genannten Grenzsteinen vorkommen (seit der Kassitenzeit).

3) Torczyner AT. Sein „BAR“ ist mit „*ban*“ identisch.

4) In der dezimalen Normierung Dungi's wird alles durch entsprechende Multipla von 10 ersetzt: 1 *ban* = 10 *ḳa*, 1 *ul* = 60 *ḳa*. wozu noch ein *gur-lugal* *^{d}Dungira* von 300 *ḳa* kommt. So wird sich auch aus der von Thureau-Dangin RCS 57, 12 erwähnten Parallelität

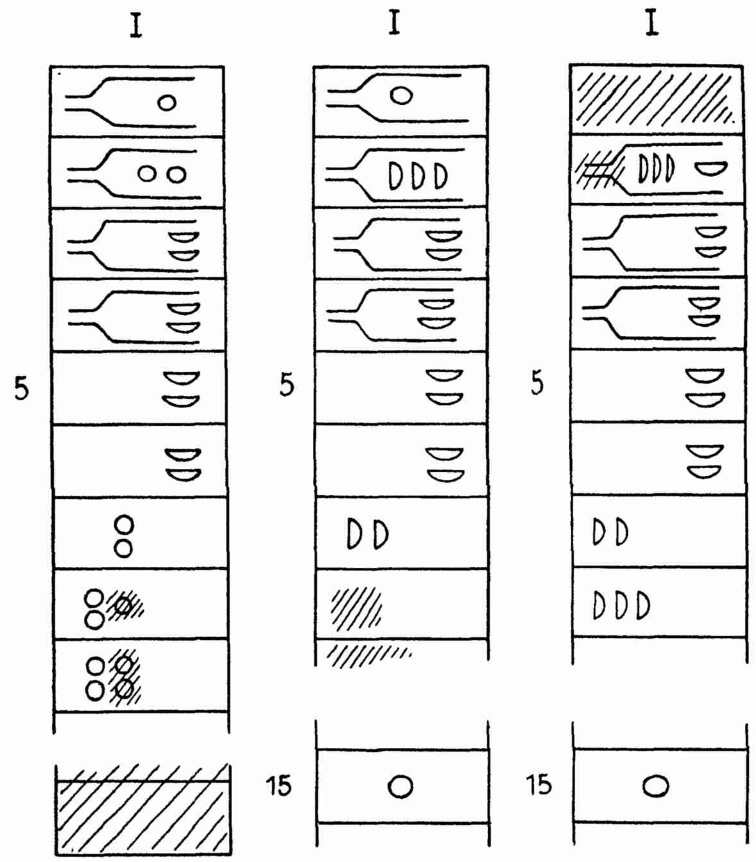
„154 *biltu* 26 *mana* 10 *šiquil ḫurâṣi*
[154 *bil*]*tu* 26 *mana* 6 SU *ḫurâṣi*“

nur folgern lassen, daß 10 assyrische Schekel 6 sumerischen SU als dezimales Äquivalent entsprochen haben.

von Deimel in den „Schultexten“ veröffentlicht worden sind[1]). Es handelt sich um die Anfänge dreier Paralleltexte, die im Übrigen eine große Menge (meist noch unverstandener) Maßbezeichnungen aufzählen[2]).

Tab. V.

VAT 12616 VAT 12770 *Vs.* VAT 12421 *Vs.*



Die Zahl der Einheiten in Kol. I wird in zwei Texten bis 9 und ein 10-Zeichen fortgesetzt; der dritte ist dort zerstört (VAT 12616); dann spielt in allen dreien eine 40 eine Rolle, der Rest ist unklar und deshalb in Tab. V nicht reproduziert.

1) Deimel SchTF S. 13, 14; ferner Deimel SG S. 191 7a).

2) Vgl. Deimel SchTF S. 21*. Die hier wiedergegebene Tabelle stützt sich auf eine Kollation auf Grund von Photographien der Vorderasiatischen Abtlg. der staatl. Museen Berlin.

Daß es sich in diesen Texten um Hohlmaße handelt, folgt aus den Zeichen der ersten Zeilen[1]). Da die Reihe der konsekutiven Einheiten erst in Zeile 7 mit „2" beginnt, muß im Vorangehenden die Grundeinheit selbst gesucht werden. Zeile 5 und 6 mit zusammen vier unmittelbar als *ul* zu deutenden Größen führt darauf, die ganze Liste auf *gur-sag-gál* (vgl. Tab. IV) zu beziehen, so daß man hier die Zerlegung in zwei *gur* 2 *ul* vor sich hätte. Aus VAT 12770 folgt, daß auch in Zeile 1 das Zeichen o als „10" zu lesen ist, was nach den beim *gìn* gemachten Erfahrungen als „10 Sechzigstel" d. h. als $^1/_6$ aufgefaßt werden kann. Dann ist aber die Bedeutung der zweiten Zeile[2]) (vgl. insbes. VAT 12616) $^1/_3$, also die der dritten und vierten je $^2/_3$. Auch hier wird es sich wieder bei beiden Zeilen zusammen um $^2/_3$ *gur-sag-gál* handeln, zerlegt in zwei auf das *gur* 2 *ul* bezogene Hälften. Daß eine solche Zerlegung bei den kleineren Bruchteilen von $^1/_6$ und $^1/_3$ *gur-sag-gál* nicht mehr vorgenommen wird, glaube ich dadurch erklären zu können, daß schon $^1/_3$ *gur* 2 *ul* die Größe von $^2/_3$ *ul* haben müßte und das *ul* in den ganz frühen Zeiten der die besprochenen Texte angehören noch keine weiteren Unterteilungen erfahren hatte als in zwei Halb-*ul* — eine Erscheinung auf die wir noch ausführlich zurückzukommen haben werden (vgl. § 4, insb. S. 41; ferner die oben S. 30 bezüglich der Kudurru gemachte Bemerkung). Für die *gur-sag-gál* möchte ich also die nebenstehende Tabelle rekonstruieren[3]) welche wieder klar die Zerlegung in Kern und sexagesimalen Rand zeigt. — Die oben in Tab. III angeführten Zeichen für $^1/_3$ und $^2/_3$ *gìn* werden wohl mit den entsprechenden Zeichen hier[4]) durch jene Art der Übertragung von Maßbezeichnungen zusammenhängen, die uns nun schon öfter begegnet ist.

---

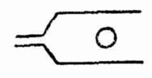
1) Die Umrahmung der Zahlzeichen stellt ein Gefäß dar. Vergleiche auch Anm. 2.

2) Die drei aufrechten Zeichen in VAT 12421, 2 entsprechen natürlich der Innenzeichnung bei den Zeichen für $^1/_3$ und $^2/_3$ *gìn* in Tab. III welche das in dem Gefäß befindliche Getreide andeuten soll (Deimel SG S. 202c)). In VAT 12770, 2 ist das Zeichen vergessen — es handelt sich ja auch um „Schultexte".

3) Der Stern an der Nummer soll „rekonstruiert" andeuten.

4) Vgl. auch S. 40 Anm. 1.

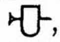
Tab. 5*.

	$^{10}/_{60}$ *gur-sag-gál*
	$^{1}/_{3}$ *gur-sag-gál*
	$^{2}/_{3}$ *gur-sag-gál*
gur 2 *ul*	$^{1}/_{2}$ *gur-sag-gál*
gur-sag-gál	1 *gur-sag-gál*
	10 *gur-sag-gál*

§ 3. Die übertragenen Flächenmaße.

An die im vorigen Paragraphen besprochenen Hohlmaße schließen sich aufs engste jene Maße an, die Flächengrößen durch Saatgut messen. Ursprünglich handelt es sich hier um eine Flächenbestimmung, die von den „reinen", allein auf Längenmaßen basierten Größen (vgl. § 1) gänzlich unabhängig ist. Allerdings ist in den uns bekannten Texten diese Unterscheidung schon vollkommen verwischt, so daß es gerade eine Hauptaufgabe des Folgenden sein wird, die alte Naht wieder aufzusuchen und die beiden Bestandteile zu trennen.

Dieses Problem scheint zwar zunächst nur rein metrologischer Natur zu sein, ist aber in Wirklichkeit aufs Engste mit einer äußerst merkwürdigen Erscheinung im sumerischen Zahlensystem verknüpft: Daß die gewöhnlichen Zahlzeichen vor gewissen Flächenmaßen nicht mehr ihre alte Zahlbedeutung haben — etwa so wie wenn wir 10 im Allgemeinen als „zehn" zu lesen hätten, 10 m^2 aber als „fünfzig Quadratmeter". Man kann nicht gut sagen, daß man die Entwicklungsgeschichte der sumerischen Metrologie und Zahlenschreibung wirklich versteht, bevor man nicht für eine so singuläre Erscheinung eine zureichende Erklärung hat. Der ganze Rest dieses Kapitels wird im Wesentlichen der Behandlung dieser Frage gewidmet sein.

Eine Mehrdeutigkeit eines Zahlzeichens ist uns schon einmal (§ 2, 2 S. 30) begegnet, gelegentlich des Zeichens , das im Allgemeinen „½“, als Maß aber „⅛ *ul*“ bedeutet hatte. Wie nun auch bei den Flächenmaßen (die aber ursprünglich meist ebenfalls Hohlmaße sind) andere Zahlzeichen zu einer derartigen Doppeldeutigkeit gelangen, zeigt die folgende Tabelle[1]):

Tab. VI.

1		SAR	1 SAR
2			12½ SAR
3		*u-ša-šid*	25 SAR
4		*u-bu*	50 SAR
5		GAR	60 SAR[2])
6		*iku*[3])	100 SAR
7		*eše*	600 SAR
8		*bur*	1800 SAR = 1 *bur*
9		*bur-u*	10 *bur*
10		*šar*	60 *bur*
11		*šar-u*	600 *bur*
12			?
13		*šar-gal*	?

In dieser Tabelle sind mit SAR und *iku* auch Größen angeführt, die bereits in § 1 besprochen wurden, auf die wir aber

---

1) Deimel SG S. 196 3).

2) Die Relation 1 GAR = 60 SAR, welche sich nur auf die in Ortl. 4 S. 36 genannten Tatsachen stützt, erhält eine Bekräftigung durch analoge Angaben über die Ertragfähigkeit von Grundstücken (in der Form: *ab-sin-bi* 1 GAR 11 *ta*, d. h. „seine Aussaat ist pro 1 GAR je 11 [sc. *ḳa*]“) in CT 12, 3, 9; 13, 1, 11; 32, 4, 9; 48, 4, 6; 44, 4, 1 (nur an der ersten Stelle ist die Zahl der *ḳa* nicht ausgefüllt), wo 11 bzw. 12 *ḳa* pro GAR angegeben werden, in guter Übereinstimmung mit den 8½ bzw. 9 *ḳa* von Ortl. 4 S. 36.

3) Für *iku* wird auch häufig *gan* gelesen.

auch hier wieder Rücksicht nehmen müssen. Unter Nr. 9 und 12 begegnen wir ferner jenen schon in Kap. I angeführten Zahlzeichen, deren Wert wir dort noch unbestimmt gelassen haben; hier wird wenigstens aus der Bezeichnung *bur-u* (d. h. „zehn *bur*" — vgl. S. 7) für  ersichtlich, daß diesem Zeichen der zehnfache Wert zukommt, wie dem *bur* (o). Daß aber das Zeichen o hier ein *bur* bezeichnet und nicht als gewöhnliches Zahlzeichen „10" gelesen werden kann ($^1/_{10}$ *bur* ist keine besondere Einheit!) und daß auch noch 60 *bur* mit ◯ geschrieben werden — statt 3600 *bur* — das ist gerade einer der Fälle, in denen ein Zahlzeichen einen vom Gezählten abhängigen Wert erhält.

Daneben beachte man das ebenfalls recht ungewöhnliche Verhältnis 1 : 3 der Einheiten Nr. 7 und 8 und ebenso die ganz aus dem üblichen Sexagesimalschema fallenden Einheiten Nr. 2, 3, 4. Diese Letzteren sind wohl nur Glieder eines anderen Hohlmaßsystems, das vielleicht, nach der Zeichenform zu schließen, mit dem *ul* (vgl. § 2, 2) zusammengehören könnte. Eine einigermaßen sichere Ableitung hieraus vermag ich aber nicht zu geben. Sie bleiben als isolierte Gruppe im Folgenden beiseite.

Um eine Erscheinung wie die Mehrdeutigkeit von Zahlzeichen zu verstehen, sehe ich nur einen Weg: Die Hypothese, daß ursprünglich jedes Zahlzeichen „richtig" zu lesen ist und erst in secudärem Gebrauch, etwa durch Umnormierung der zugehörigen Einheiten, zu fremden Zahlwerten gelangt. Demgemäß wird es also unser nächstes Ziel sein, die Einheiten so zu gruppieren, daß wenigstens die relativen Stufen durch die Zahlzeichen in richtiger Weise ausgedrückt werden.

Ich beginne bei dem Zeichen Nr. 7, nämlich *eše* $\boxed{o}$, wo man das Zeichen o nach dem üblichen Gebrauch als 10 wird auffassen wollen, was die Existenz einer Einheit „$^1/_{10}$ *eše*" verlangt. In der Tat finden wir eine solche durch das GAR gegeben, das selbst durch das gewöhnliche Einerzeichen gezählt wird. Diese Zusammengehörigkeit von GAR und *eše* scheint mir noch dadurch bekräftigt zu werden, daß wir es beidemale eigentlich mit Getreidemaßen zu tun haben dürften: bei *eše* weist das Schriftbild darauf hin [1]) und ein „GAR" erscheint auch in Mehl- und Brotmaßen [2]).

---

1) Die richtige Bildgestalt ist nach Drehung um 90° ein Hohlmaß:  (vgl. S. 17). Ob auch die Wortbedeutung mit *še* „Getreide" zusammenhängt, wage ich nicht zu entscheiden.

2) Vgl. Deimel SG S. 210 E.

Zur weiteren Diskussion von Tabelle VI mache ich eine Annahme, die vielleicht auf den ersten Blick völlig gewaltsam erscheint: Ich unterscheide nicht zwischen dem eben besprochenen Zeichen Nr. 7 und dem Zeichen o Nr. 8, d. h. ich lese beide als „10". Als Rechtfertigung dieses Vorgehens kann zu allererst nur dienen, daß damit die übliche Zahlbedeutung des Zeichens o wiedergewonnen wird; dann aber kommt hinzu, daß, wie im Folgenden sogleich gezeigt werden soll, die ganze übrige Tabelle auf Grund einer analogen Verschiebung übersichtlich und verständlich wird. Die Rechtfertigung durch diesen Erfolg bleibt aber nicht die einzige: In § 4 werde ich nämlich zu zeigen versuchen, daß sich eine analoge Verschiebung einer gewissen Gruppe von Maßeinheiten um eine Stufe der Höhe 3 (um eine solche handelt es sich ja gerade zwischen den Einheiten Nr. 7 und 8) auch an einer Reihe anderer Stellen sehr wahrscheinlich machen läßt.

Nehmen wir also diese Resultate für den Augenblick als Beweisgründe voraus, so ergibt sich sofort die folgende Tabelle:

Tab. 6.

	GAR	
	10 GAR	1 *eše*
	10^2 GAR	

Sie repräsentiert offenbar einen klar dezimal konstruierten Kern [1]), wobei wir die „100" mit zum Kerne rechnen, in Anbetracht der bereits in § 1 angestellten Überlegung, daß ein Flächenmaß „100" das Quadrat der Seitenlänge „10" repräsentiert. Die Bezugnahme auf ein Quadrat scheint mir nun auch direkt in dem Zahlzeichen  angedeutet zu sein, dem wir hier zwangläufig in Anbetracht der Stufe 10 zwischen Nr. 8 und 9 den Wert $10^2 = 100$ geben mußten [2]).

1) Man könnte diesen Kern vielleicht noch durch $^1/_2$ GAR = 1 SUR (ein Mehlmaß) erweitern; vgl. Deimel SG S. 210 E 3).

2) Vielleicht hängen hiermit auch die ganz alten Zahlzeichen mit nur zwei Querstrichen zusammen, die sich auf Tontafeln aus den Grabungen bei Kiš finden, und die einem Zahlensystem dezimaler Struktur anzugehören scheinen, wie Thureau-Dangin in RA 24 (1927) S. 29 sehr wahrscheinlich gemacht hat.

Diese Auffassung des Zeichens  als unmittelbares Abbild von „Quadrat“ [1]) führt noch weiter; man wird nämlich das Zeichen Nr. 12  dementsprechend als 10^2 *šar* zu lesen haben, also ○, *šar*, als die Ausgangseinheit fassen. Nun verhalten sich nach Tab. VI *iku* zu *eše* wie 1 zu 6, also, nach Identifizierung der Zeichen Nr. 7 und 8, *iku* : *eše* : *šar* wie 1 : 6 : 360. Dasselbe Verhältnis haben aber auch die Zahlen 10, 60 und 3600, so daß man zu den üblichen sexagesimalen Einheiten gelangt wäre, sobald man, wie sonst immer, *šar* gleich 3600 setzt. Schließlich zeigt die Verwendung eines liegenden Keiles statt des üblichen stehenden bei 1 *iku*, daß diese Einheit erst secundären Ursprungs ist. Ich glaube, daß man auf Grund dieser Tatsachen berechtigt ist, die Existenz einer besonderen Einheit für $^1/_{10}$ *iku* anzunehmen, die ich, um sie als rekonstruiert kenntlich zu machen, ganz willkürlich *γαν* nenne [2]). Dann erhalten wir die Tabelle

Tab. 7.

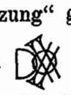
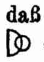
[1 *γαν*]
10 *γαν* = 1 *iku*
60 *γαν* = 1 *eše*
3600 *γαν* = 1 *šar*

an die sich die Multipla der *šar* schließen:

Tab. 8.

○	1 *šar*
◎	10 *šar*
	10^2 *šar*

---

1) In den archaischen Zeichen wird es als „Wegkreuzung“ gedeutet (Deimel LAK 273). — Es ist nun selbstverständlich das Zeichen  (vgl. S. 8) als 60 . 100 zu lesen, was auch hinsichtlich der Größenordnung damit übereinstimmt, daß ihm (nach Deimel SG S. 192 8) g ∾ Thureau-Dangin RTC 106) ein Zeichen  = 600 folgt.

2) Für *iku* wird auch *gan* gelesen.

Das *šar-gal* **gehört wohl hierzu** als sexagesimale Ränderung, was **in Tab. VI auf einen Wert** von 360.000 *bur* führen würde.

Die gebräuchlichste Flächeneinheit ist aber das *bur*, das wir, **gemäß unserer Voraussetzung** der Identität der Werte von Zeichen Nr. 7 und 8 als 1 *eše* = 60 *γαν* zu rechnen haben. In diesen *bur* **werden nun alle übrigen** Einheiten ausgedrückt, ohne jedoch neue **Zahlzeichen zu** verwenden. So erhält ○ den Wert 60 *bur* und **insgesamt ergibt sich** für das Bisherige die Tabelle:

Tab. 9.

		1 *γαν*			
	1 GAR	10 *γαν*	1 *iku*		
○	10 GAR	60 *γαν*	1 *eše*	1 *bur*	○
	10^2 GAR			10 *bur*	
○		3600 *γαν*	1 *šar*	60 *bur*	○
◎			10 *šar*	600 *bur*	◎
			10^2 *šar*	6000 *bur*	

Nun ist noch der Anschluß dieser „übertragenen" d. h. auf die Hohlmaße gestützten Flächenmaße an die „eigentlichen" Flächenmaße aus § 1, 2 zu vollziehen. Da ein *iku* gleich 10^2 SAR ist, so geschieht dies einfach dadurch, daß man in die Tabelle 9 rechts oben das Stück

Tab. 9a.

1 SAR	
10^2 SAR	

einsetzt[1]).

1) Das ergibt übrigens 1 *γαν* = 10 SAR.

Um hieraus die tatsächliche Anordnung aus Tab. 6 zu erhalten, sind jetzt nur die beiden Zeichen ⧇ und o wieder zu unterscheiden, indem man ein Drittel des *bur* gleich 1 *eše* = 60 *γav* setzt und sämtliche weiteren Relationen entsprechend verschiebt. Dann läßt sich die ganze bisherige Untersuchung durch die folgende Tabelle wiedergeben, deren rechte Kolumne die endgültige Bezeichnung der Zahlzeichen wie in Tab. VI enthält:

Tab. 10.

				1 SAR	Ͳ
		1 *γav*		10 SAR	
Ͳ	1 GAR	10 *γav*	1 *iku*	10^2 SAR	⊢
⧇ o	10 GAR	60 *γav*	1 *eše*	$^1/_3$ *bur*	⧇
※	10^2 GAR			1 *bur*	o
○		3600 *γav*	1 *šar*	10 *bur*	※
◎			10 *šar*	60 *bur*	○
⊗	.		10^2 *šar*	600 *bur*	◎
				6000 *bur*	⊗

Damit ist der volle Anschluß an das überlieferte Tatsachenmaterial wieder erreicht.

§ 4. Die Verschiebung der Getreidemaße.

Die Betrachtungen des vorigen Paragraphen beruhen wesentlich auf der Hypothese, daß der historisch bekannten Relation 1 *eše* = 3 *bur* eine ältere 1 *eše* = 1 *bur* vorangegangen sei. Es erhebt sich daher die Frage, ob man nicht noch an anderen Stellen nachweisen könne, daß jüngere Hohlmaße das Dreifache von älteren seien.

Eine derartige Verschiebung der Stufe 3 scheint mir nun in der Tat auch bei dem wichtigsten Hohlmaß, dem *gin* (vgl. Kap. II § 2, 1 S. 26 f.) vorzuliegen. Schon bei der Diskussion der Zahlzeichen

(Kap. I § 1, 3 S. 9 und § 2, 1 S. 14) hat sich gezeigt, daß ursprünglich, ganz im Sinne der systematisch-sexagesimalen Känderung, das Adjektiv *gal* „groß“, Versechzigfachung, dagegen *tur*, „klein“, $^1/_{60}$-tel der neuen Einheit bedeutet. So ist

$$1 \text{ \textit{gìn-tur}} = {}^1/_{60} \text{ \textit{gìn}}$$

dem man (vgl. Tab. III S. 26)

$$1 \text{ \textit{mana-tur}} = {}^1/_{60} \text{ \textit{mana}} = 1 \text{ \textit{gìn}}$$

an die Seite stellen möchte, was die geradezu klassisch in „Kern“ und „sexagesimalen Rand“ gegliederte Tabelle

Tab. 11*.

$^1/_{60}$ *gìn* = 1 *gìn-tur*
$^1/_3$ *gìn* $^1/_2$ *gìn* $^2/_3$ *gìn* 1 *gìn* = 1 *mana-tur*
60 *gìn* = 1 *mana* 3600 *gìn*

ergeben würde. Tatsächlich ist aber

$$1 \text{ \textit{mana-tur}} = {}^1/_3 \text{ \textit{gìn}}$$

und die Känderung nach unten ist durch

$$1 \text{ \textit{še}} = {}^1/_{180} \text{ \textit{gìn}}$$

zu erweitern. Dies entspricht aber genau jener Verschiebung um die Stufe 3: Im alten Kern hat sich die Bezeichnung „*γιν* = *mana-tur*“ an ihrer Stelle erhalten, obwohl das jüngere *gìn* das Dreifache des alten („*γιν*“) wurde. Dagegen ist 1 *gìn-tur* richtig $^1/_{60}$ *gìn*, neben dem sich auch das ältere 1 *še* = $^1/_{60}$ *γιν* = $^1/_{180}$ *gìn* behauptet hat[1]).

1) Zur Stützung der Annahme, daß *še* einmal „$^1/_{60}$“ bedeutet hat, könnte man noch das Folgende heranziehen: In Tab. V (S. 31) hatten wir $^2/_3$ *gur-sag-gál* (vgl. Tab. 5*, S. 33) aus einem Zeichen für $^1/_{60}$ *gur-sag-gál* abzuleiten versucht. Ein analoges Zeichen für $^2/_3$ *gìn* (Tab. III S. 26) ist aber nach Deimel SG S. 202 c) explizite auf *še*, Gerste, beziehbar, was genau unserer Relation 1 *še* = $^1/_{60}$ *γιν* entsprechen würde.

Hiermit scheint mir jene merkwürdige Ränderung der Stufe 180 völlig geklärt, die wir oben (S. 25 und S. 27) als „Residuum 1“ angemerkt hatten. Diese Einsicht erstreckt sich nun auch auf die Ränderung der Flächenmaße durch $^1/_{180}$ SAR = 1 *še*. Es ist nämlich $^1/_{180}$ SAR durch „$^1/_{60}$ σαρ“ zu ersetzen, was sich nun unmittelbar an die Nomierung gemäß Tab. 9 und 9a (S. 38) anschließt, nach der 1 *bur* = 600 SAR (statt 1800) sein müßte. Die Verschiebung die in Tab. 10 (S. 39) durch die Einschaltung des $^1/_3$ *bur* hervorgerufen ist, erstreckt sich also nach beiden Richtungen. Machen wir sie wieder rückgängig, so ergibt sich für die „reinen“ Flächenmaße die Tabelle

Tab. 12*.

$^1/_{60}$ SAR
1 SAR 10^2 SAR
600 SAR

mit systematischer Ränderung nach unten und systematischer „Verkittung“ gegen die übertragenen Flächenmaße nach oben, so daß also das *bur* = 600 SAR bereits nicht mehr den reinen Flächenmaßen zuzuzählen ist. Entsprechend scheint das Flächenmaß von 1800 *gar* = 1 *danna* (vgl. Tab. 2 S. 23), das ja mit dem *bur* = 1 *gar* . 1 *danna* unmittelbar zusammenhängt, diese ganze Zahlennormierung doch in erster Linie den hier wiedergegebenen Zusammenhängen zu verdanken.

Die Verschiebung der Getreidemaße mit einer Stufe 3 bringt aber noch eine weitere Einsicht. Wir hatten schon in § 2, 2 die Liste der *ul* Teile angegeben (Tab. IV S. 28), die zeigt, daß sie als „Multipla“ des *ban* = $^1/_6$ *ul* gefaßt werden. Nur in den neubabylonischen „Kudurru“-Maßen trägt das halbe *ul* eine Individualbezeichnung (*ṣimdu*). Als ungeklärte Frage aber („Residuum 2“) mußte vermerkt werden (S. 30), daß das Schriftzeichen für das *ban* dasselbe ist wie für „$^1/_2$“ in den allgemeinen Bruchbezeichnungen (Kap. I, Tab. II, S. 14). Diese Schwierigkeit löst sich aber sofort durch die Annahme, daß das *ul* das dreifache einer älteren Einheit sei, deren „Halbes“ das *ban* bedeutet; und dafür scheint mir auch ganz unmittelbar die Übereinstimmung der Worte *ban* und *ba* = $^1/_2$

(vgl. Kap. I, Tab. II) zu sprechen, da nach Deimel SG (insbes. S. 49 und 48) der Schwund der Endkonsonanten im Sumerischen etwas ganz Gewöhnliches ist[1]). Dann hätte man aber auch die ihren Bildzeichen nach hierhergehörigen Brüche $^1/_3$ und $^2/_3$ hier einzureihen, so daß sich die Tabelle ergibt[2]):

Tab. 13*.

	*šu-šana*	$^1/_3$ *ul*
	*ba(n)*	$^1/_2$ *ul*
	[*šu-šana-*]*šana-bi*	$^2/_3$ *ul*
	*šana*	1 *ul*

Nachdem das *ban* durch die Verschiebung der Stufe 3 den Wert $^1/_6$ *ul* erhalten hatte, wurde der Halbierungsstrich als Zählmarke benutzt und bis zu 5 Malen wiederholt ($^5/_6$ *ul*) wie es in Tab. IV angegeben wurde. Das Wichtigste aber ist, daß sämtliche Bruchbezeichnungen als der Metrologie entstammend nachgewiesen sind.

§ 5. Zusammenfassung.

Die Untersuchungen dieses Kapitels führen zu einem ganz allgemeinen Resultat: Durch die ganze Metrologie läßt sich die scharfe Gliederung der Maßgrößen in „natürlichen Kern" und streng „systematische Ränderung" der Stufe 60 verfolgen, zum Teil allerdings nur unter Rückgängigmachung einer Verschiebung der jüngeren Hohlmaße gegen ältere mit einer Stufe 3. Diese Verschiebung hat zur Folge, daß man die ursprüngliche Eindeutigkeit in der Lesung aller Zahlzeichen aufgibt, die vorher in vollem Umfange vorhanden gewesen ist.

Ferner: Sämtliche Bruchbezeichnungen haben anfänglich metrologische Bedeutung. Überall aber zeigt sich die Übertragbarkeit der Zeichen und Worte auf andere Maße, so daß sie allmählich sogar eine „abstrakte", von jeder Maßbezeichnung unabhängige Bedeutung erreichen können. In einer ältesten Entwicklungsphase gilt dies insbesondere auch für die späteren „reinen"

1) Explizite erhalten ist die Form *ban* für $^1/_2$ in dem akkadischen *ṣubban* für die halbe Leine (vgl. Kap. II § 1, 1 Tab. I S. 22).

2) Vgl. Kap. I § 2, 2 S. 17.

Bruchzahlen wie $^1/_3$, $^1/_2$, $^2/_3$. Als reine Zahlbezeichnungen bleiben damit nur die ganzen Zahlen mit den Einheiten 1, 10 und 60, 60^2 übrig. Der volle Abschluß der in Kapitel I begonnenen Betrachtungen ist damit erreicht.

Kapitel III.

Über den Aufbau des „Sexagesimalsystems".

Die Aufgabe der beiden vorangehenden Kapitel ist es gewesen, das wichtigste Material an Zahlbezeichnungen und Maßgrößen zu übersehen und zu ordnen. In letzter Linie stützt sich all' dieses auf eine große Anzahl von Textstellen, also auf explizite beweisbare Tatsachen. Daß sie mancher Ergänzung fähig und bedürftig sind, liegt mir ferne zu leugnen; aber die großen Züge des im Vorangehenden gezeichneten Bildes halte ich für sicher.

Wenn ich mich nun der Frage zuwende, welche das eigentliche Thema dieser Arbeit bildet, der Frage nach der Entstehung des Sexagesimalsystemes, so betrete ich gleichzeitig den Boden der subjektiven Hypothese. Damit, daß ich die Ergebnisse der beiden vorangehenden Kapitel als die notwendige Basis aller weiteren Schlüsse bezeichne, nehme ich meine These bereits voraus: *Daß das Sexagesimalsystem einer bewußten Anpassung des Zahlensystems an die Erfordernisse des Wägens und Messens seine Entstehung verdankt.*

Ich kann diese These nicht durch explizite Dokumente beweisen. Ich werde sie nur dadurch zu stützen suchen, daß ich eine Entwicklung skizziere, als deren Endglied diejenigen Verhältnisse erscheinen, die uns die „archaischen" Texte zeigen, welche den Ausgangspunkt für die Überlegungen der beiden ersten Kapitel bildeten. Dabei wird sich gleichzeitig ergeben, wie ich die obige These im Einzelnen verstanden wissen will.

§ 1. Die älteste Entwicklung.

Im Folgenden verzichte ich auf jeden Versuch einer absoluten chronologischen Schätzung. Worum es mir allein zu tun ist, ist die Aufzählung der prinzipiell wichtigsten relativen Etappen der Entwicklung, selbst unter übertriebener Betonung der Diskontinuität der einzelnen Schritte.

1. Die natürlichen Kerne.

Die Bildung des Begriffes „natürliche Zahlen" (in erweitertem Sinne) beruht auf der Anschauung, daß die ursprünglichsten Zahlbildungen nicht theoretischen Überlegungen, sondern nur äußeren praktischen Erfordernissen ihre Entstehung verdanken. Die Diskussion der Zahlzeichen und Zahlworte in Kap. I hat dazu geführt, als Bereich dieser natürlichen Zahlen im Sumerischen die Gruppe

$$1/2,\ 1/3,\ 2/3,\ 1,\ 10$$

festzustellen. In Kap. II wurde dann der Nachweis geführt, daß sich auch in allen Maßen ein genau ebenso großer „Kern" von einem scharf gesonderten „Rande" unterscheiden läßt.

Aus der Übereinstimmung aller dieser Kerne ziehe ich den Schluß, daß die zugehörigen Maßgruppen wesentlich derselben Zeit angehören. Wir befinden uns hier noch nicht in der Epoche eines wirklichen Rechnens, sondern vielmehr in einem Stadium der Entwicklung, das erst bei dem abzählenden Konstatieren einer gewissen Mehrheit von Dingen angelangt ist. Dem entspricht, daß wesentlich verschiedene Maßgrößen noch nicht miteinander in Beziehung gesetzt werden: Man hat noch nicht Bedürfnis (oder Fähigkeit) Ausdehnung und Gewicht kleiner Metallstücke mit den Dimensionen von Häusern oder Feldern oder Hohlmaßen von Getreide in einheitliche numerische Beziehung zu setzen. Die einzelnen Gruppen von Maßen im Umfange ihrer natürlichen Kerne stehen also so gut wie isoliert nebeneinander.

Damit soll natürlich nicht behauptet werden, daß man nicht über 10 hinaus zählen „konnte". Ein rein dezimales Überschreiten dieses Zahlbereiches scheint sich sogar in sehr alten Texten (die den neuesten Grabungen bei Kiš entstammen) nachweisen zu lassen [1]). Von wesentlicher Bedeutung ist bloß die Tatsache, daß die praktischen Erfordernisse einer primitiven Wirtschaft mit einem bestimmten eng begrenzten Zahlbereich ihr Auskommen finden.

2. Ränderung und Verkittung.

Der soeben geschilderte Zustand ist auf die Dauer unhaltbar. Einerseits erweist sich der engste Zahlbereich bald als zu klein;

---

1) Vgl. Thureau-Dangin in RA 24 (1927) S. 29. Zur Rechtfertigung der Existenz auch eines solchen dezimalen Zahlensystems neben dem (in dieser Periode allein auf die Metrologie bezüglichen!) Sexagesimalsystem braucht man also durchaus nicht auf eine nichtsumerische Bevölkerungsschicht zu schließen, wie dies Thureau-Dangin (l. c.) tut.

jede Einführung größerer Maßeinheiten nähert aber andererseits die einzelnen Maßbereiche einander an (durch „natürliche Ränderung“) und bringt dabei zum Vorschein, daß man vor einem wahren Chaos nicht aneinander schließender Systeme steht.

Ich habe schon einleitend erwähnt, daß ich die Regelung dieses Durcheinanders für einen Akt bewußter Überlegung halte, vergleichbar der berühmten Kalenderregulierung zu Anfang der ägyptischen Geschichte. Hier wie dort zwingen allgemeine klimatische Verhältnisse zu einer stark normierenden Tätigkeit der Staatsgewalt, insbesondere in allen Angelegenheiten der Landwirtschaft.

Der Ausdruck einer solchen Regulierung ist einerseits die „systematische Ränderung“ der ursprünglichen Kerne, d. h. vor allem die Festlegung der nächsthöheren Einheiten, andererseits die „Verkittung“ der einzelnen Gruppen untereinander. In Kap. II wurde gezeigt, daß insbesondere die Ränderung durchgängig mit der Stufe 60 geschieht; in der Verkittung ist man naturgemäß nicht mehr so absolut frei, wie bei der Wahl ganz neuer Einheiten.

Daß die Stufe successiver Einheiten gerade auf 60 festgelegt wurde scheint mir nun sehr wohl aus der Struktur der im Augenblick der einheitlichen Regulierung aller Maßbereiche gegebenen Kerne begründbar. Wenn man nämlich zwei Maßgruppen aufeinanderfolgender Größenordnung in einer der zahlenmäßigen Beherrschung bequemen Weise aneinanderschließen will, so ist die erste Forderung die, daß die wichtigsten Bruchteile der größeren Einheit *ganzzahlig* durch die kleineren Einheiten ausdrückbar sind. Von diesem Gesichtspunkt aus ist aber bei einem Bruchbereich $^1/_3$, $^1/_2$, $^2/_3$ eine Teilbarkeit der zu wählenden Stufe durch 6 eine notwendige Voraussetzung. Nimmt man hinzu, daß das System der ganzen Zahlen an sich eine dezimale Struktur besitzt, die bereits in jedem einzelnen Kerne das Verhältnis 1 zu 10 nächstbenachbarter ganzer Einheiten zur Geltung gebracht hatte, so erscheint es nur naheliegend, wenn man auch das Verhältnis zur höheren Einheit dieser Regel unterwirft. Damit ist aber in der Tat 60 vor allen übrigen Multipla der 6 besonders ausgezeichnet — auch was die absolute Größe der damit erreichten Stufe anlangt.

Es ist leicht verständlich, daß sich auch die Verkittung der Maßgruppen untereinander dem in jeder einzelnen Gruppe durchgeführten Schema anzupassen sucht, d. h. auf möglichst „sexagesimaler“ Basis erfolgt, wie z. B. die größeren Längeneinheiten in ihrer Gesamtheit als „systematische" Ränderung der kleineren erscheinen [1]).

Beides, Ränderung wie Verkittung, sind zunächst reine Angelegenheit der Metrologie. Sie werden aber entscheidend für die Weiterbildung des Zahlensystems überhaupt. Nicht nur die Maßbruchteile werden allmählich zu „abstrakten" Bruchbezeichnungen verschliffen, sondern auch die der vollen Einheiten 1, 10, 60, gewinnt ganz allgemeinen Charakter: *Aus dem sexagesimalen Maßsystem wird ein sexagesimales Zahlensystem.* Insbesondere wird nun auch die Ränderung des Bereichs der reinen Zahlen ganz nach diesem Schema durchgeführt, d. h. beiderseits mit der Stufe 60. Dort bildet dann zunächst 60 . 60 (*šar*) einen Abschluß nach oben zu. Nach unten ist die Stufe 60 meist zu groß, so daß 10 der kleineren Einheiten d. h. $^1/_6$ die praktische Brucheinheit des sexagesimalen Systems bedeutet, die demgemäß als „10" bezeichnet wird. Nach oben aber ist 60 eine sehr bequeme neue Einheit und sie wird daher, ganz im Sinne der Metrologie, ruhig wieder mit „1" (sc. „große Einheit") bezeichnet [2]). Damit ist gleichzeitig der Grund gelegt zum streng sexagesimalen Ausbau des ganzen Zahlensystems und der Schreibung mit „Position".

Die Wahl jener ersten Stufe 60 ist der wahrhaft entscheidende Punkt. Historisch zufällig daran ist nicht die Festlegung der größeren Einheiten auf das 60fache der kleineren, denn hierauf führt die Forderung der Teilbarkeit durch 6 und 10 so gut wie zwangläufig, sondern der Umstand, daß diese Normierung gerade in jene Entwicklungsphase fällt, in der sich einerseits die höhere dezimale Stufe 100 noch nicht eingebürgert hatte, andererseits aber der Bruchbereich bei $^1/_3$ endete. Die Schärfe gerade dieser letzteren Cäsur scheint aber eine ziemlich allgemeine Eigentümlichkeit primitiver Zahlensysteme zu sein [3]). Dazu kommt nur noch, daß man im sumerischen Kulturkreis überhaupt „multiplikative" Eigenschaften der Zahlen beachtet — wofür nichts heranzuziehen ist als einerseits die starke Bezugnahme auf Metrologisches (was notwendig mit einer Rücksichtnahme auf „Teilbarkeit" verknüpft ist) und andererseits einen allgemeinen Charakterzug dieser

---

1) Vgl. S. 24; ferner die Normierung 1 *bur* = 6 *iku* nach Tab. 9 (S. 38) und die Verkittung mit Hilfe des *ḳa* (S. 28).

2) Es ist für die Eigenschaft von 60, Anfang einer Reihe, nicht Endpunkt zu sein, charakteristisch. daß es nicht in reiner Pluralbedeutung vorkommt, wohl aber 10 und 3600 (vgl. Kap. I § 1, 3).

3) Für Ägypten vgl. meine Arbeit über „Die Grundlagen der ägyptischen Bruchrechnung" Berlin, Springer, 1926 insbes. S. 18 und S. 38.

Kultur, der sich auch (sehr im Gegensatz zu den konservativ additiven Ägyptern) in der Aufstellung umfangreicher Multiplikationstabellen seit frühester Zeit dokumentiert.

3. Die Entwicklung bis zu den „archaischen" Texten.

Die einfachsten Maßeinheiten sind etwas zu sehr mit den Gewohnheiten eines ganzen Volkes Verknüpftes, als daß sich auch noch so praktische Änderungen ohne Weiteres durchsetzen ließen oder im Wechsel der äußeren Verhältnisse behaupteten.

Dem entspricht, daß sich neben den klar ziffernmäßig angeordneten Maßsystemen noch eine große Anzahl anderer Größen erhalten haben, wenn sie auch im offiziellen Wirtschaftsleben keine Rolle mehr spielen: Maße für allerlei Gemüse, Milch, Öl, Datteln usw.[1]. Aber wichtiger als diese (auch heute noch analog zu beobachtende) Erscheinung ist, daß die sexagesimale Normierung doch zu gewaltsam mit den absoluten Größen umgegangen zu sein scheint. Wenn sich auch im Großen und Ganzen das Sexagesimalsystem erhielt, so kehrte man doch an vielen Stellen zu gewohnteren Größenverhältnissen zurück. So erkläre ich mir die Verschiebung der kleineren Getreidemaße um die Stufe 3, die Existenz verschiedener *gur* von 1 oder 2 *ul*, die *ban* von 6 oder 12 *ḳa*, später die neue Verkittung der kleinen und großen Längenmaße, die überhaupt aus dem Sexagesimalsystem herausfällt, während die anderen Verschiebungen doch möglichst die fundamentalen Teilbarkeitseigenschaften zu bewahren suchen[2]. Das verknüpfende Band aber, das sexagesimale Zahlensystem selbst, bleibt von diesen kleinen Verrückungen unberührt, da es sich längst als das abstrakte Substrat alles Zählens und Rechnens erwiesen hat — außerdem hatte es ja auch keinem verdrängten Gegner Stand zu halten, da es den alten Kern vollständig in sich enthielt.

Das Ergebnis dieser allmählichen Reaktion gegen die einheitliche erste Regelung ist schließlich wieder ein ziemliches Gewirre verschiedener Größen und Bezeichnungen, wie es uns in den „archaischen" Texten entgegentritt. Die hierdurch neuerlich notwendig werdenden Reformen des Maßsystems werden nun bereits geschichtlich faßbar. Die Loslösung des Zahlensystems von der Metrologie ist aber bereits vollkommen vollzogen.

---

1) Vgl. Deimel SG Kap. IV, passim, insbes. § 47.

2) In diese Periode möchte ich den Sieg des *ḳa* setzen (vgl. Kap. II § 2. 2 (S. 29).

§ 2. Ausblick auf die spätere Entwicklung.

Die erste der geschichtlich faßbaren Reformen des Maßsystems ist die des Königs Dungi (Dyn. von Ur), welche dadurch für uns erkennbar wird, daß plötzlich ein „*gur-lugal-ᵈDungira*“ auftaucht, das 300 *ḳa* enthält — das *gur-maḫ* hatte 288 *ḳa* (vgl. Kap. II § 2, 2 Tab. IV S. 28). Gleichzeitig werden auch andere Hohlmaße dezimal reformiert, so das *ban*, das nun 10 *ḳa* (statt 6), das *ul*, das 60 *ḳa* (statt 36) erhält. Das assyrische *imêru* hatte dann sogar 100 *ḳa*, während eine neubabylonische sexagesimale Reaktion ein *gur* von 180 *ḳa* kennt[1]). Alle diese Erscheinungen berechtigen wohl zu der Vermutung, daß sich neben dem, einst für die Maßsysteme konstruierten Sexagesimalsystem immer das natürliche Dezimalsystem der kleineren Zahlen erhalten und in Praxi allmählich wieder mehr ausgebreitet hat. So sagt auch Thureau-Dangin[2]) explizite: „Chez les Accadiens, le système sexagésimal n'existe guère à l'état pur que dans les textes de caractère ‚scientifique'. Dans l'usage courant, il ne put éliminer le système dézimal qui était à la base même de la numération de ce peuple de langue sémitique“.

Die ganze spätere Entwicklung erhält ihr Gepräge durch das Emporkommen der semitischen Bevölkerungselemente Babyloniens, denen die sumerischen schließlich ganz erlegen sind. Parallel damit geht die allmähliche Vereinfachung der Schrift durch das Abstreifen ihres Bildcharakters — für unsere Frage dadurch von Bedeutung, daß hierbei die runden Zahlzeichen endgültig verschwinden[3]).

Daneben läuft aber eine andere „wissenschaftliche“ Tendenz, die in der oben besprochenen charakteristischen Eigenschaft des sumerischen Ziffernsystems, dem Durcheinandermischen ursprünglich verschiedenartigster Einheiten, ihre Quelle hat: Ein Absehen von Individualbezeichnungen überhaupt, also der völlige Übergang zur Schreibung mit „Stellenwert“. In der Tat ist ja die systematische Ränderung mit einer beiderseitigen Stufe 60 fast einer „Entwicklung nach Potenzen von 60“ äquivalent. Der Ursprung aus der

1) Vgl. Deimel SG S. 190. Dabei ist nicht sicher; welche der Einheiten ihren Absolutwert beibehalten hat — vielleicht keine. Auch das *ḳa* selbst scheint dezimal unterteilt worden zu sein (Deimel SG S. 191 3) und Pognon in JA sér. 11 t. 9 (1917) S. 374.

2) Thureau-Dangin NMS S. 124 f

3) Als bequemer Zwischenwert bekommt besonders 600 (babylonisch *ner*) eine selbständige Bedeutung.

Metrologie trägt aber auch andererseits die Schuld daran, daß man nie zu einer *Absolutbezeichnung* der Zahlwerte gelangt ist, weil die ursprünglich immer sozusagen stillschweigend hinzuzulesende Maßbezeichnung eine solche überflüssig machte. So hat man bereits in der Dyn. von Akkad (d. h. gleichzeitig mit dem Häufigerwerden der reinen Keilschriftzeichen) ein Beispiel einer Schreibung mit „Position", also für den Verzicht auf ein neues Zahlzeichen für die nächsthöhere Einheit[1]).

Zusammen mit dem Bestreben nach Schriftvereinfachung hat sich dann in der Tat die Schreibung mit gewöhnlichen Einern für *alle* Potenzen von 60 durchgesetzt, wobei zunächst ausfallende Potenzen durch einen freien Platz kenntlich gemacht wurden[2]). Das spätere „Null"-Zeichen  ist demnach nur ein diakritisches Element der Schrift und kein eigentliches Zahlzeichen und bleibt demgemäß auf den Gebrauch *im Innern* von Zahlausdrücken beschränkt. Der letzte Schritt zu einem wirklichen Positionssystem ist in Babylon nicht mehr gemacht worden, sondern erst in *Indien* durch die Einführung der „Null" im modernen Sinne. In Anbetracht der immer mehr zu Tage tretenden Beziehungen zwischen Indien und den westlichen Kulturländern[3]), kann man wohl die Frage in Erwägung ziehen, ob nicht die Inder, die ursprünglich ein Zahlensystem dezimaler Basis aber mit verschiedenen Zeichen für die einzelnen Zehnerpotenzen besaßen[4]), zu ihrem (heute von uns gebrauchten) Positionssystem gelangt sind, indem sie, nicht

---

1) Vgl. Deimel LAK 825 ∾ ITT 1, 1450. — Eine solche Erscheinung ist durchaus nicht auf Babylonien beschränkt, sondern läßt sich z. B. auch in Ägypten deutlich verfolgen. Charakteristischer Weise sind es auch dort gerade die *Hohlmaße*, welche die engste Verknüpfung mit den allgemeinen Rechenmethoden aufweisen. Die allgemeine Bruchbezeichnung *r* „Mund", „Teil" ist gleichzeitig der Name eines Getreidemaßes usw. (vgl. Sethe ZZ S. 80 ff.). Ich beabsichtige an anderer Stelle näher auf diese Dinge einzugehen.

2) Poebel SG § 290; Meißner BA II S. 386 Anm. 4. Zeit: 1. Dyn. von Babylon.

3) Die neuesten Siegelzylinder-Funde im Indus-Gebiet scheinen sogar eine direkte Beeinflussung aus dem sumerischen Kulturkreis wahrscheinlich zu machen (eine wissenschaftlich einwandfreie Publikation dieser Funde ist mir noch nicht bekannt). Von großer Bedeutung scheinen mir aber vor allem die „protoelamischen" Wirtschaftstexte, die *Scheil* in MAP 6 (1905) S. 57 ff. und 17 (1923) herausgegeben hat. Wenn auch die Entzifferung dieser Texte noch nicht vollständig geklärt ist, so liegt doch eine starke Beziehung zu Sumerischem auf der Hand. Sicher scheint der *dezimale* Aufbau des Zahlensystems mit Stufen 1, 10, 100 während es sonst durchaus sumerischen Typus zeigt. Vgl. auch Thureau-Dangin in RA 24 (1927) S. 29.

4) Vgl. z. B. Thibaut GIAPhA III 9 S. 71.

durch alte Tradition gehindert, den Punkt erkannten, an dem das babylonische System durch eine äußerlich geringfügige Modifikation zu einer wirklich idealen Methode jeder Zahlenschreibung auszugestalten war. Wir hätten dann wieder einen jener Punkte in der Kulturgeschichte vor uns, wo erst ein fremdes Volk die Bedeutung dessen erkennt, was in der eigenen Nation nur das mehr oder weniger zufällige Endprodukt einer langen Entwicklung darstellt. So hätte in Babylonien ein frühes Erfassen der multiplikativen Eigenschaften der Zahlen, in glücklichster Weise mit dem äußern Zwang zur Schriftschematisierung verknüpft, zu einer der Buchstabenschrift fast gleichwertigen Entdeckung die Wege gewiesen: dem Positionssystem.

Anhang.

Geschichtlicher Überblick.

Eine ausführliche Darstellung der Geschichte des alten Mesopotamiens findet man in Ed. Meyer's „Geschichte des Altertums"; dieser ist das Folgende entnommen. — Jahreszahlen, insbesondere die älteren, sind rein approximativ zu verstehen.

Anfang des 3. Jahrtausends v. Chr. hauptsächlich Stadtfürstentümer; besondere Bedeutung *Kiš*, *Lagaš*[1]). In diese Zeit auch die „Fara-Texte" (*Fara*, der alte Ort *Šurrupak*). In *Lagaš* die Herrscher: Urnina (3000), Eannatum, Urukagina (2800). Schon damals Kämpfe mit Semiten. Abschluß: Umfassendes Königtum unter Lugalzaggisi von *Uruk* („I. Dyn. v. *Uruk*").

Gründung eines semitischen Reichs unter Sargon von *Akkad* (2700) und Naramsin („Dyn. v. *Akkad*"). Sehr ausgedehntes Reich. Beginn der Semitisierung.

Sumerische Reaktion, ausgehend von *Uruk* („II. Dyn. v. Uruk"). Gleichzeitig Gudea von *Lagaš* (2600); Höhepunkt der sumerischen Kultur[2]). Einfall der Gutaeer aus den östlichen Bergländern. Nach einer III. Dyn. v. *Uruk*[3]) neue Reichsgründung durch Urengur („Dyn. v. *Ur*") und Dungi (2300). Zerstörung dieses Reiches durch die Elamiten. Ende des sumerischen Volkstums.

Anfang der Dynastieen von *Babylon* und *Assur* (2200). Chammurapi (2000) „König von Sumer und Akkad" („I. Dyn. v. *Babylon*"). Ende durch eine hethitische Invasion (1800). Erstarken von *Assur*. Herrschaft der Kossäer (oder „Kassiten"), eines aus dem Osten vordringenden Volkes („III. Dyn. v. *Babylon*").

Vertreibung der Kossäer 1173. Vorherrschaft der Assyrer. Tiglatpileser (1100).

Neubabylonisches Reich seit Nabonassar 625.

Zerstörung *Niniveh*'s 612, Eroberung *Babylon*'s 538 durch die Perser.

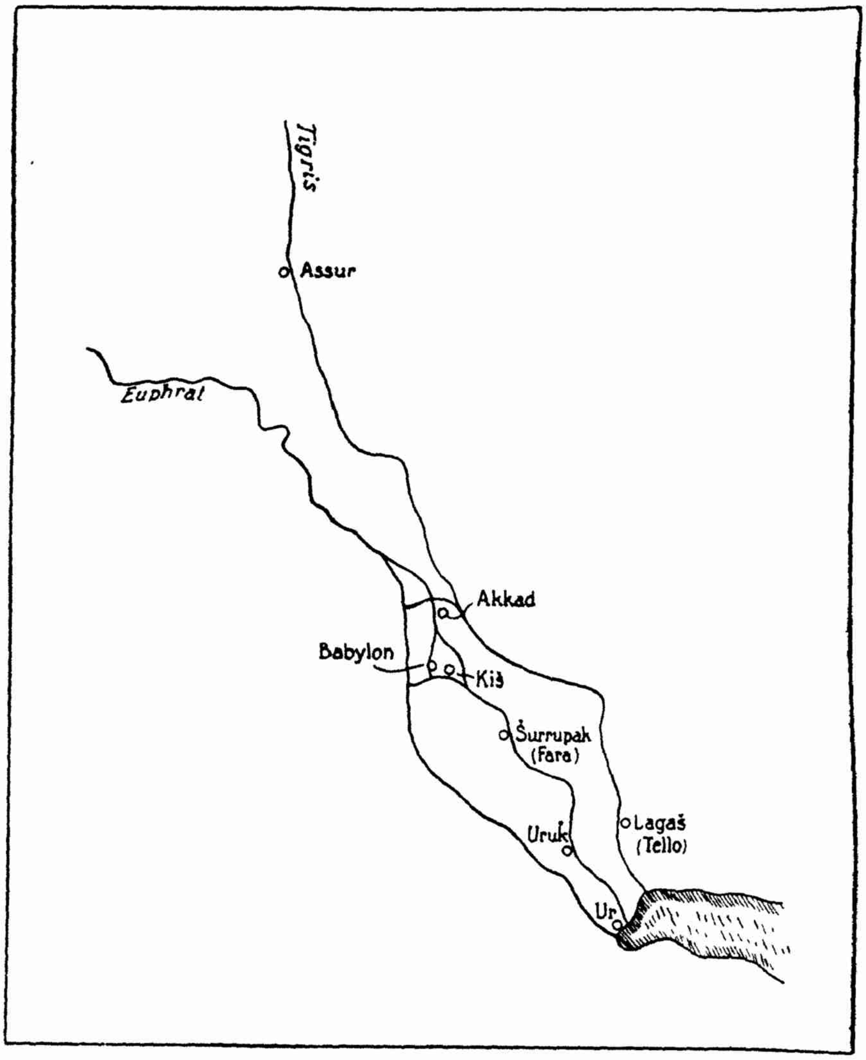
---

1) Heute *Tello*.

2) Auf einer Statue Gudea's befindet sich der berühmte Maßstab, welcher die Grundlage der Rekonstruktion der absoluten sumerischen Metrologie bildet. Publiziert: DC II Pl. 15.

3) Dies ungefähr die Zeit der „protoelamischen" Texte aus *Susa*. Vgl. S. 49 Anm. 3.

Die Kartenskizze nach Meißner BA.



Literaturverzeichnis.

Das Prinzip der Abkürzung folgt im Wesentlichen Meißner in seinem Werke „Babylonien und Assyrien", nur mit dem Unterschiede, daß ich die Namen der Verfasser mit anführe.

1. Bücher und Einzelabhandlungen.

Bezold BAGl = C. B., Babylonisch-Assyrisches Glossar. Heidelberg, Winter, 1926.

Brünnow = R. Br., A classified list of all simple and compound cuneiform Ideographs occurring in the texts hitherto published, with their assyro-babylonian equivalents, phonetic values etc. Leyden, E. J. Brill, 1887—1889.

Deimel LAK = A. D., Ausgrabungen der Deutschen Orient-Gesellschaft in Fara und Abu Hatab. Die Inschriften. I. Liste der archaischen Keilschriftzeichen. WDOG 40 (1922).

— SchTF = II. Schultexte aus Fara. WDOG 43 (1923).

— SG = Šumerische Grammatik der archaistischen Texte mit Übungsstücken (zum Selbstunterricht). Rom, Pontificium Institutum Biblicum, 1924 = Ortl. 9 bis 13.

— SL = Šumerisches Lexikon, Rom, Verlag des Bibelinstitutes, von 1925 an (Scripta Pontificii Instituti Biblici).

— WTF = III. Wirtschaftstexte aus Fara. WDOG 45 (1925).

Delitzsch SGl = F. D., Sumerisches Glossar, Leipzig, Hinrichs, 1914.

Dombart BTP = Th. D., Der Stand des Babelturm-Problems, Klio 21 (N. F. 3) (1927) S. 135.

Förtsch AWT = W. F., Altbabylonische Wirtschaftstexte aus der Zeit Lugalanda's und Urukagina's. VS 14 (1916).

De la Fuye MV = A. d. l. F., La mesure des volumes dans les textes archaiques de la Chaldée. RA 6 (1907) S. 75.

Hankel GM = H. H., Zur Geschichte der Mathematik in Altertum und Mittelalter, Leipzig, Teubner, 1874.

Langdon EK = S. L., Excavations at Kish. The Herbert Weld (for the University of Oxford) and Field Museum of Natural History (Chicago) Expedition to Mesopotamia, Paris, Geuthner, I. 1924.

Lehmann-Haupt und Winkler HA = C. F. L.-H. und L. W., Die Herkunft des Apothekergewichtes, Klio 21 (N. F. 3) 6 (1927), S. 44.

Meißner BA = B. M., Babylonien und Assyrien. Heidelberg, Winter, I. 1920, II. 1925 = Kulturgeschichtliche Bibliothek Bd. 3 u. 4.

Meyer GA = Ed. M., Geschichte des Altertums Bd. I, 2. Die ältesten geschichtlichen Völker und Kulturen bis zum 16. Jahrhundert 4. 3. Aufl. Stuttgart—Berlin, Cotta, 1913 (1921).

Dazu als Nachtrag: Die ältere Chronologie Babyloniens, Assyriens und Ägyptens, 1925.

Poebel SG = A. P., Grundzüge der sumerischen Grammatik, Rostock, Selbstverlag, 1923 = Rostocker Orientalistische Studien Bd. I.

Pott QVZ = A. F. P., Die quinare und vigesimale Zählmethode bei Völkern aller Erdteile. Halle, Schwetschke, 1847.

Sethe ZR = K. S., Die Zeitrechnung der alten Ägypter im Verhältnis zu der der andern Völker. I. Das Jahr. II. Jahr und Sonnenlauf. III. Einteilung des Tages- und des Himmelskreises. NGWG 1919 S. 287, 1920 S. 28, S. 97.

— ZZ = Von Zahlen und Zahlworten bei den alten Ägyptern und was für andere Völker und Sprachen daraus zu lernen ist. Straßburg, Trübner, 1916 = Schriften der Wissenschaftlichen Gesellschaft Straßburg, Heft 25.

Thureau-Dangin NMS = F. Th.-D., Numération et métrologie sumériennes. RA 18 (1921).

— RCS = Une relation de la huitième campagne de Sargon (714 av. J.-C.) Paris, Geuthner, 1912 = Musée de Louvre Dép. d. ant. orientales, t. 3.

— REC = Recherches sur l'origine de l'ecriture cunéiforme. Paris, Leroux, 1898, 1899.

— RTC = Recueil de tablettes chaldéennes. Paris, Leroux, 1903.

— UQM = L'U, le Qa et la Mine, leur mesure et leur rapport. JA sér. 10 t. 13 (1909) S. 79.

Torczyner AT = H. T., Altbabylonische Tempelrechnungen. Nach A. T. Clay's Kopien in The Babylonian expedition of the University of Pennsylvania Ser. A, Vol. XIV and XV. DAWW 55 II, Wien 1913 (verlegt 1910).

Zimmern PZR = H. Z., Das Prinzip unserer Zeit- und Raumteilung BSGW 53 (1901) S. 47.

2. Zeitschriften, Textsammlungen.

ÄZ	=	Zeitschrift für ägyptische Sprache und Altertumskunde.
BE	=	The babylonian expedition of the University of Pennsylvania. Herausg. v. Hilprecht.
BSGW	=	Berichte über die Verhandlungen der Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig.
BSt	=	Boghazköi-Studien. Herausg. v. O. Weber.
CT	=	Cuneiform texts from Babylonian tablets, etc. in the British Museum.
DAWW	=	Akademie der Wissenschaften in Wien. Philos.-histor. Klasse. Denkschriften.
DC	=	Découvertes en Chaldée. Herausg. v. de Sarzec.
DP	=	Alotte de la Fuye, Documents présargoniques. Paris, Leroux, 1908 bis 1913.
GGA	=	Göttingische gelehrte Anzeigen.
GIAPhA	=	Grundriß der Indo-Arischen Philologie und Altertumskunde.
HLC	=	Haverford Library Collection of cuneiform tablets or documents from the temple archives of Telloh. Herausg. v. G. A. Barton.

ITT	=	Inventaire des Tablettes de Tello conservées au musée impérial ottomane. Mission française de Chaldée.
JA	=	Journal asiatique.
Klio	=	Klio, Beiträge zur alten Geschichte.
MAP	=	Publications de la mission archéologique de Perse (Fortsetzung der Délégation en Perse).
MDOG	=	Mitteilungen der Deutschen Orient-Gesellschaft.
Morg.	=	Babylonian Records in the library of J. Pierpont Morgan, Herausg. v. A. T. Clay.
NGWG	=	Nachrichten der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen.
Ortl.	=	Orientalia edita a Pontificio Instituto Biblico, Rom.
RA	=	Revue d'Assyriologie et d'Archéologie orientale.
VAT	=	Vorderasiatische Abteilung der staatlichen Museen Berlin, Tontafel.
VS	=	Vorderasiatische Schriftdenkmäler der kgl. Museen zu Berlin.
W-B	=	Oxford Edition of Cuneiform Texts vol. II. The Weld-Blundell Collection.
WDOG	=	Wissenschaftliche Veröffentlichung der Deutschen Orient-Gesellschaft.
ZA	=	Zeitschrift für Assyriologie und verwandte Gebiete.
ZDMG	=	Zeitschrift der Deutschen Morgenländischen Gesellschaft.

Abhandlungen
der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen
Mathematisch-physikalische Klasse / Neue Folge

I. Bd. No. 1. **Koenen, A. v.**, *Ueber Fossilien der Unteren Kreide am Ufer des Mungo in Kamerun.* Mit 4 Tafeln. 4°. (48 S.) 1897. 5 RM. Nachtrag dazu. 4°. (S. 49-65 mit Tafeln V-VII.) 1898. 3 RM.

I. Bd. No. 2. **Brendel, Martin**, *Theorie der kleinen Planeten.* Erster Teil. 4°. (171 S.) 1898. 16 RM.

I. Bd. No. 3. **Schur, W.**, *Ableitung relativer Oerter des Mondes gegen die Sonne aus heliometrischen Messungen von Sehnenlängen ausgeführt auf der Sternwarte zu Göttingen während der partiellen Sonnenfinsternisse von 1890 Juni 16/17 (Beobachter: Schur, Ambronn u. Hayn) und von 1891 Juni 6 (Beobachter: Schur).* Mit 3 Plänen der Sternwarte nebst Verzeichnis der grösseren Instrumente. 4°. (26 S.) 1898. 3 RM.

I. Bd. No. 4. **Schur, W.**, *Vermessung der beiden Sternhaufen h und x Persei mit dem sechszölligen Heliometer der Sternwarte in Göttingen verbunden mit einer Uebersicht aller bis zum Jahre 1900 ausgeführten Instrumentaluntersuchungen.* Mit einer Sternkarte. 4°. (88 S.) 1900. 9 RM.

II. Bd. No. 1. **Wiechert, E.**, *Theorie der automatischen Seismographen.* 4°. (128 S.) 1903. 8 RM.

II. Bd. No. 2. **Kramer, Julius**, *Theorie der kleinen Planeten. Die Planeten vom Hekubatypus.* 4°. (153 S.) 1902. 15 RM.

II. Bd. No. 3. **Furtwängler, Ph.**, *Ueber das Reciprocitätsgesetz der l^{ten} Potenzreste in algebraischen Zahlkörpern, wenn l eine ungerade Primzahl bedeutet.* 4°. (82 S.) 1902. 6 RM.

II. Bd. No. 4. **Prasad, G.**, *Constitution of Matter and Analytikal Theories of Heat.* 4°. (68 S.) 1903. 6 RM.

III. Bd. No. 1. **Ehlers, E.**, *Neuseeländische Anneliden.* I. Mit 9 Tafeln. 4°. (79 S.) 1904. 10 RM.

III. Bd. No. 2. **Koenen, A. v.**, *Ueber die Untere Kreide Helgolands und ihre Ammonitiden.* Mit 4 Tafeln. 4°. (63 S.) 1904. 4 RM.

III. Bd. No. 3. **Schur** u. **Ambronn**, *Die Messungen des Sonnendurchmessers an dem Repsoldschen 6zöll. Heliometer der Sternwarte zu Göttingen.* 4°. (126 S. u. 2 Taf.) 1905. 12 RM.

III. Bd. No. 4. **Brendel, M.**, *Theorie des Mondes.* 4°. (97 S.) 1905. 7 RM.

III. Bd. No. 5. **Linke, F.**, *Luftelektrische Messungen bei 12 Ballonfahrten.* Mit 4 Tafeln. 4°. (30 S.) 1904. 6 RM.

IV. Bd. No. 1. **Schwarzschild, K.**, *Untersuchungen zur geometrischen Optik.* I. Einleitung in die Fehlertheorie optischer Instrumente auf Grund des Eikonalbegriffs. Mit 6 Fig. 4°. (31 S.) 1905. 2 RM.

IV. Bd. No. 2. **Schwarzschild, K.**, *Untersuchungen zur geometrischen Optik.* II. Theorie der Spiegelteleskope. Mit 9 Fig. 4°. (28 S.) 1905. 2 RM.

IV. Bd. No. 3. **Schwarzschild, K.**, *Untersuchungen zur geometrischen Optik.* III. Ueber die astrophotographischen Objektive. Mit 10 Fig. 4°. (54 S.) 1905. 4 RM.

IV. Bd. No. 4. **Verworn, M.**, *Die archaeolithische Kultur in den Hipparionschichten von Aurillac (Cantal).* Mit 5 Taf. 4°. (56 S.) 1905. 4,50 RM.

IV. Bd. No. 5. **Meyermann, B.**, *Vermessung der Umgebung des Orionnebels.* 4°. (47 S.) 1906. 3,50 RM.

V. Bd. No. 1. **Kohlschütter, E.**, *Ergebnisse der Ostafrikanischen Pendelexpedition v. J. 1899 u. 1900.* I. Mit 16 Taf. u. 8 Fig. i. Text. 4°. (VIII u. 229 S.) 1907. 26 RM.

V. Bd. No. 2. **Schwarzschild, K.**, *Ueber die totale Sonnenfinsternis vom 30. August 1905.* Mit 5 Taf. 4°. (73 S.) 1907. 6 RM.

V. Bd. No. 3. **Kramer, J.**, *Theorie der kleinen Planeten vom Hekubatypus.* 4°. (154 S.) 1907. 14 RM.

V. Bd. No. 4. **Ehlers, E.**, *Neuseeländische Anneliden. II.* Mit 16 Fig. 4°. (31 S.) 1907. 2 RM.

V. Bd. No. 5. **Gerdien, H.**, *Untersuchungen über die atmosphärischen radioaktiven Induktionen.* Mit 4 Tafeln. 4°. (74 S.) 1907. 7 RM.

VI. Bd. No. 1. **Pütter, August**, *Studien zur vergleichenden Physiologie des Stoffwechsels.* 4°. (79 S.) 1908. 5 RM.

VI. Bd. No. 2. **Holm, Ragnar**, *Experimentelle Untersuchungen über die geschichtete positive Glimmlichtsäule, insbesondere über das Schichtenpotential in H_2 N_2 He.* Mit 3 Tafeln und 6 Figuren im Text. 4°. (50 S.) 1908. 4 RM.

VI. Bd. No. 3. **Bütschli, O.**, *Untersuchungen über organische Kalkgebilde, nebst Bemerkungen über organische Kieselgebilde.* Mit 4 Tafeln u. 3 Textfiguren. 4°. (IV, 177 S.) 1908. 19 RM.

VI. Bd. No. 4. **Brendel, Martin**, *Theorie der kleinen Planeten.* Zweiter Teil. 4°. (VI, 192 S.) 1909. 18 RM.

VI. Bd. No. 5. **Brendel, Martin**, *Theorie der kleinen Planeten.* Dritter Teil. 4°. (IV, 83 S.) 1910. 8 RM.

VI. Bd. No. 6. **Schwarzschild, K.**, *Aktinometrie der Sterne B. D. bis zur Größe 7.5 in der Zone 0° bis + 20° Deklination.* Teil A. Unter Mitwirkung von Br. Meyermann, A. Kohlschütter und O. Birck. Mit 1 Tafel und 2 Figuren. 4°. (115 S.) 1910. 12 RM.

VII. Bd. No. 1. *Ergebnisse der Arbeiten des Samoa-Observatoriums der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen.* I. Das Samoa-Observatorium von **Hermann Wagner**. Mit 9 Tafeln. 4°. (70 S.) 1908. 6 RM.

Abhandlungen d. Gesellschaft d. Wissenschaften zu Göttingen, Math.-physik. Kl. N. F.:

VII. Bd. No. 2. *Ergebnisse der Arbeiten des Samoa-Observatoriums der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen.* II. Die meteorologischen Registrierungen der Jahre 1902-1906 von **Otto Tetens u. Franz Linke.** Mit 3 Taf. u. 25 Fig. 4°. (139 S.) 1908. 12 RM.

VII. Bd. No. 3. *Ergebnisse der Arbeiten des Samoa-Observatoriums der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen.* III. Die Brandungsbewegungen des Erdbodens und ein Versuch ihrer Anwendung in der prakt. Meteorologie. Von **F. Linke**. Mit 3 Taf. 4°. (58 S.) 1909. 5 RM.

VII. Bd. No. 4. *Ergebnisse der Arbeiten des Samoa-Observatoriums der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen.* IV. Das Klima von Samoa. Von **Otto Tetens u. Franz Linke.** Mit 7 Fig. u. 3 Taf. 4°. (114 S.) 1910. 10 RM.

VIII. Bd. No. 1. **Brendel, Martin,** *Theorie der kleinen Planeten.* Vierter Teil. 4°. (V u. 124 S.) 1911. 12 RM.

VIII. Bd. No. 2. **Take, E.,** *Alterungs- und Umwandlungs-Studien an Heuslerschen ferromagnetisierbaren Aluminium-Manganbronzen insbesondere an Schmiedeproben.* Mit 16 Fig. im Text. 4°. (IV u. 127 S.) 1911. 8 RM.

VIII. Bd. No. 3. **Schwarzschild, K., u. Dziewulski, W.,** *Bestimmung der Polhöhe von Göttingen und der Deklinationen von 375 Zenithsternen mit der hängenden Zenithkamera.* Mit 9 Fig. im Text u. 1 Taf. 4°. (III u. 43 S.) 1911. 3 RM.

VIII. Bd. No. 4. **Schwarzschild, K.,** *Aktinometrie der Sterne der B.D. bis zur Größe 7.5 in der Zone 0° bis +20° Deklination.* Teil B. Mit 3 Fig. im Text. 4°. (III u. 81 S.) 1912. 8 RM.

VIII. Bd. No. 5. **Kohlschütter, E.,** *Ergebnisse der Ostafrikanischen Pendelexpedition in den Jahren 1899 u. 1900.* II. Mit 4 Taf. u. 5 Fig. i. Text. 4°. (VI u. 101 S.) 1912. 11 RM.

IX. Bd. No. 1. *Ergebnisse der Arbeiten des Samoa-Observatoriums der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen.* V. **Linke, F., u. Angenheister, G.,** Die erdmagnetischen Registrierungen d. Jahre 1905-1908. Mit 9 Taf. u. 4 Fig. im Text. 4°. (IV, 52 u. CXXXIX S.) 1911. 20 RM.

IX. Bd. No. 2. *Ergebnisse der Arbeiten des Samoa-Observatoriums der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen.* VI. **Angenheister, G.,** Die luftelektrisch. Beobachtungen am Samoa-Observatorium 1906, 1907, 1908. Mit 3 Taf. u. 8 in den Text gedruckten Fig. 4°. (III u. 43 S.) 1911. 5 RM.

IX. Bd. No. 3. *Ergebnisse der Arbeiten des Samoa-Observatoriums der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen.* VII. **Wegener, K., u. Hammer, M.,** Die luftelektrischen Beobachtungen am Samoa-Observatorium 1909 bis Mai 1911. Mit 2 Taf. 4°. (31 S.) 1912. 3,60 RM.

IX. Bd. No. 4. *Ergebnisse der Arbeiten des Samoa-Observatoriums der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen.* VIII. **Wagner, Gotthold,** Zusammenstellung der Barometer-Beobachtungen von Samoa aus den Jahren 1903—1908 zur Bestimmung der Gezeitenbewegungen der Atmosphäre. Mit 8 Fig. 4°. (48 S.) 1913. 3,60 RM.

IX. Bd. No. 5. *Ergebnisse der Arbeiten des Samoa-Observatoriums der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen.* IX. **Wegener, K.,** Die erdmagnetischen Beobachtungen im Jahre 1909 u. 1910. Mit 3 Taf. 4°. (15 u. LII S.) 1923. 12 RM.

IX. Bd. No. 6. *Ergebnisse der Arbeiten des Samoa-Observatoriums der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen.* X. **Angenheister, G.,** Die erdmagnetischen Beobachtungen im Jahre 1911. Mit 2 Taf. 4°. (9 u. XXII S.) 1923. 3 RM.

X. Bd. No. 1. **Wedekind, R.,** *Monographien der Clymenien des rheinischen Gebirges.* Mit 7 Taf. 4°. (80 S.) 1914. 10 RM.

X. Bd. No. 2. **Hartmann, J.,** *Tabellen für das Rowlandsche und das internationale Wellenlängensystem.* Mit 1 Tafel. 4°. (78 S.) 1916. 6,60 RM.

X. Bd. No. 3. **Schwietring, Fr.,** *Das Reziprozitätsgesetz und die Kristallreflexion.* Mit 16 Fig. i. Text. 4°. (46 S.) 1916. 3,60 RM.

X. Bd. No. 4. **Horstmann, A.,** *Bestimmung der genäherten absoluten Bahn des Planeten Sappho (80) nach der Gyldén-Brendelschen Methode nebst Tafeln für die Bewegung im Zeitraum von 1860-1960.* 4°. (37 S.) 1916. 3,60 RM.

X. Bd. No. 5. **Espe, W.,** *Ueber einige bemerkenswerte Mißbildungen.* Mit 2 Taf. u. 15 Fig. i. Text. 4°. (17 S.) 1918. 3 RM.

X. Bd. No. 6. **Hartmann, J.,** *Die astronomischen Instrumente des Kardinals Nikolaus Cusanus.* Mit 6 Fig. u. 12 Taf. 4°. (56 S.) 1919. 10 RM.

X. Bd. No. 7. **Ehlers, E.,** *Polychaeten von Java und Amboina.* Ein Beitrag zur Kenntnis der malaiischen Strandfauna. Mit 3 Taf. 4°. (73 S.) 1920. 6 RM.

XI. Bd. No. 1. **Prey, A.,** *Darstellung der Höhen- u. Tiefenverhältnisse der Erde durch eine Entwicklung nach Kugelfunktionen bis zur 16. Ordnung.* Mit 2 Taf. Gr.-8°. (32 S.) 1922. 4 RM.

XI. Bd. No. 2. **Sigerist, Henry E.,** *Albrecht von Hallers Briefe an Johannes Gesner (1728-1777).* Herausgegeben, eingeleitet und mit Anmerkungen versehen. Gr.-8°. (VIII u. 576 S.) 1923. 24 RM.

XII. Bd. No. 1. **Mortensen, Hans,** *Der Formenschatz der nordchilenischen Wüste.* Mit 9 Taf. u. 45 Fig. Gr.-8°. (VIII u. 191 S.) 1927. 18 RM.

XII. Bd. No. 2. **Vogel, Rudolf,** *Ueber die Strukturformen des Meteoreisens und ihre spezielle Beeinflussung durch Umwandlung und beigemengten Phosphor.* Mit 11 Taf. u. 6 Fig. Gr. 8°. (II u. 51 S.) 1927.