

Werk

Label: Chapter

Jahr: 1929

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?251726223_0013|log11

Kontakt/Contact

[Digizeitschriften e.V.](#)
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

✉ info@digizeitschriften.de

Bruchzahlen wie $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$. Als reine Zahlbezeichnungen bleiben damit nur die ganzen Zahlen mit den Einheiten 1, 10 und 60, 60² übrig. Der volle Abschluß der in Kapitel I begonnenen Betrachtungen ist damit erreicht.

Kapitel III.

Über den Aufbau des „Sexagesimalsystems“.

Die Aufgabe der beiden vorangehenden Kapitel ist es gewesen, das wichtigste Material an Zahlbezeichnungen und Maßgrößen zu übersehen und zu ordnen. In letzter Linie stützt sich all' dieses auf eine große Anzahl von Textstellen, also auf explizite beweisbare Tatsachen. Daß sie mancher Ergänzung fähig und bedürftig sind, liegt mir ferne zu leugnen; aber die großen Züge des im Vorangehenden gezeichneten Bildes halte ich für sicher.

Wenn ich mich nun der Frage zuwende, welche das eigentliche Thema dieser Arbeit bildet, der Frage nach der Entstehung des Sexagesimalsystemes, so betrete ich gleichzeitig den Boden der subjektiven Hypothese. Damit, daß ich die Ergebnisse der beiden vorangehenden Kapitel als die notwendige Basis aller weiteren Schlüsse bezeichne, nehme ich meine These bereits voraus: *Daß das Sexagesimalsystem einer bewußten Anpassung des Zahlensystems an die Erfordernisse des Wägens und Messens seine Entstehung verdankt.*

Ich kann diese These nicht durch explizite Dokumente beweisen. Ich werde sie nur dadurch zu stützen suchen, daß ich eine Entwicklung skizziere, als deren Endglied diejenigen Verhältnisse erscheinen, die uns die „archaischen“ Texte zeigen, welche den Ausgangspunkt für die Überlegungen der beiden ersten Kapitel bildeten. Dabei wird sich gleichzeitig ergeben, wie ich die obige These im Einzelnen verstanden wissen will.

§ 1. Die älteste Entwicklung.

Im Folgenden verzichte ich auf jeden Versuch einer absoluten chronologischen Schätzung. Worum es mir allein zu tun ist, ist die Aufzählung der prinzipiell wichtigsten relativen Etappen der Entwicklung, selbst unter übertriebener Betonung der Diskontinuität der einzelnen Schritte.

1. Die natürlichen Kerne.

Die Bildung des Begriffes „natürliche Zahlen“ (in erweitertem Sinne) beruht auf der Anschauung, daß die ursprünglichsten Zahlbildungen nicht theoretischen Überlegungen, sondern nur äußeren praktischen Erfordernissen ihre Entstehung verdanken. Die Diskussion der Zahlzeichen und Zahlworte in Kap. I hat dazu geführt, als Bereich dieser natürlichen Zahlen im Sumerischen die Gruppe

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1, 10$$

festzustellen. In Kap. II wurde dann der Nachweis geführt, daß sich auch in allen Maßen ein genau ebenso großer „Kern“ von einem scharf gesonderten „Rande“ unterscheiden läßt.

Aus der Übereinstimmung aller dieser Kerne ziehe ich den Schluß, daß die zugehörigen Maßgruppen wesentlich derselben Zeit angehören. Wir befinden uns hier noch nicht in der Epoche eines wirklichen Rechnens, sondern vielmehr in einem Stadium der Entwicklung, das erst bei dem abzählenden Konstatieren einer gewissen Mehrheit von Dingen angelangt ist. Dem entspricht, daß wesentlich verschiedene Maßgrößen noch nicht miteinander in Beziehung gesetzt werden: Man hat noch nicht Bedürfnis (oder Fähigkeit) Ausdehnung und Gewicht kleiner Metallstücke mit den Dimensionen von Häusern oder Feldern oder Hohlmaßen von Getreide in einheitliche numerische Beziehung zu setzen. Die einzelnen Gruppen von Maßen im Umfange ihrer natürlichen Kerne stehen also so gut wie isoliert nebeneinander.

Damit soll natürlich nicht behauptet werden, daß man nicht über 10 hinaus zählen „konnte“. Ein rein dezimales Überschreiten dieses Zahlbereiches scheint sich sogar in sehr alten Texten (die den neuesten Grabungen bei Kiš entstammen) nachweisen zu lassen¹⁾. Von wesentlicher Bedeutung ist bloß die Tatsache, daß die praktischen Erfordernisse einer primitiven Wirtschaft mit einem bestimmten eng begrenzten Zahlbereich ihr Auskommen finden.

2. Ränderung und Verkittung.

Der soeben geschilderte Zustand ist auf die Dauer unhaltbar. Einerseits erweist sich der engste Zahlbereich bald als zu klein;

1) Vgl. Thureau-Dangin in RA 24 (1927) S. 29. Zur Rechtfertigung der Existenz auch eines solchen dezimalen Zahlensystems neben dem (in dieser Periode allein auf die Metrologie bezüglichen!) Sexagesimalsystem braucht man also durchaus nicht auf eine nichtsumerische Bevölkerungsschicht zu schließen, wie dies Thureau-Dangin (l. c.) tut.

jede Einführung größerer Maßeinheiten nähert aber andererseits die einzelnen Maßbereiche einander an (durch „natürliche Ränderung“) und bringt dabei zum Vorschein, daß man vor einem wahren Chaos nicht aneinander schließender Systeme steht.

Ich habe schon einleitend erwähnt, daß ich die Regelung dieses Durcheinanders für einen Akt bewußter Überlegung halte, vergleichbar der berühmten Kalenderregulierung zu Anfang der ägyptischen Geschichte. Hier wie dort zwingen allgemeine klimatische Verhältnisse zu einer stark normierenden Tätigkeit der Staatsgewalt, insbesondere in allen Angelegenheiten der Landwirtschaft.

Der Ausdruck einer solchen Regulierung ist einerseits die „systematische Ränderung“ der ursprünglichen Kerne, d. h. vor allem die Festlegung der nächsthöheren Einheiten, andererseits die „Verkittung“ der einzelnen Gruppen untereinander. In Kap. II wurde gezeigt, daß insbesondere die Ränderung durchgängig mit der Stufe 60 geschieht; in der Verkittung ist man naturgemäß nicht mehr so absolut frei, wie bei der Wahl ganz neuer Einheiten.

Daß die Stufe successiver Einheiten gerade auf 60 festgelegt wurde scheint mir nun sehr wohl aus der Struktur der im Augenblick der einheitlichen Regulierung aller Maßbereiche gegebenen Kerne begründbar. Wenn man nämlich zwei Maßgruppen aufeinanderfolgender Größenordnung in einer der zahlenmäßigen Beherrschung bequemen Weise aneinanderschließen will, so ist die erste Forderung die, daß die wichtigsten Bruchteile der größeren Einheit *ganzzahlig* durch die kleineren Einheiten ausdrückbar sind. Von diesem Gesichtspunkt aus ist aber bei einem Bruchbereich $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ eine Teilbarkeit der zu wählenden Stufe durch 6 eine notwendige Voraussetzung. Nimmt man hinzu, daß das System der ganzen Zahlen an sich eine dezimale Struktur besitzt, die bereits in jedem einzelnen Kerne das Verhältnis 1 zu 10 nächstbenachbarter ganzer Einheiten zur Geltung gebracht hatte, so erscheint es nur naheliegend, wenn man auch das Verhältnis zur höheren Einheit dieser Regel unterwirft. Damit ist aber in der Tat 60 vor allen übrigen Multipla der 6 besonders ausgezeichnet — auch was die absolute Größe der damit erreichten Stufe anlangt.

Es ist leicht verständlich, daß sich auch die Verkittung der Maßgruppen untereinander dem in jeder einzelnen Gruppe durchgeführten Schema anzupassen sucht, d. h. auf möglichst „sexagesimaler“ Basis erfolgt, wie z. B. die größeren Längeneinheiten in

ihrer Gesamtheit als „systematische“ Ränderung der kleineren erscheinen ¹⁾).

Beides, Ränderung wie Verkittung, sind zunächst reine An-
gelegenheit der Metrologie. Sie werden aber entscheidend für
die Weiterbildung des Zahlensystems überhaupt. Nicht nur die
Maßbruchteile werden allmählich zu „abstrakten“ Bruchbezeich-
nungen verschliffen, sondern auch die der vollen Einheiten 1, 10,
60, gewinnt ganz allgemeinen Charakter: *Aus dem sexagesimalen
Maßsystem wird ein sexagesimales Zahlensystem.* Insbesondere
wird nun auch die Ränderung des Bereichs der reinen Zahlen ganz
nach diesem Schema durchgeführt, d. h. beiderseits mit der Stufe
60. Dort bildet dann zunächst 60.60 (*šar*) einen Abschluß nach
oben zu. Nach unten ist die Stufe 60 meist zu groß, so daß
10 der kleineren Einheiten d. h. $\frac{1}{6}$ die praktische Brucheinheit
des sexagesimalen Systems bedeutet, die demgemäß als „10“ be-
zeichnet wird. Nach oben aber ist 60 eine sehr bequeme neue
Einheit und sie wird daher, ganz im Sinne der Metrologie, ruhig
wieder mit „1“ (sc. „große Einheit“) bezeichnet ²⁾. Damit ist
gleichzeitig der Grund gelegt zum streng sexagesimalen Ausbau
des ganzen Zahlensystems und der Schreibung mit „Position“.

Die Wahl jener ersten Stufe 60 ist der wahrhaft entscheidende
Punkt. Historisch zufällig daran ist nicht die Festlegung der
größeren Einheiten auf das 60fache der kleineren, denn hierauf
führt die Forderung der Teilbarkeit durch 6 und 10 so gut wie
zwangsläufig, sondern der Umstand, daß diese Normierung gerade
in jene Entwicklungsphase fällt, in der sich einerseits die höhere
dezimale Stufe 100 noch nicht eingebürgert hatte, andererseits
aber der Bruchbereich bei $\frac{1}{3}$ endete. Die Schärfe gerade dieser
letzteren Cäsar scheint aber eine ziemlich allgemeine Eigentüm-
lichkeit primitiver Zahlensysteme zu sein ³⁾. Dazu kommt nur
noch, daß man im sumerischen Kulturkreis überhaupt „multiplika-
tive“ Eigenschaften der Zahlen beachtet — wofür nichts heranzu-
ziehen ist als einerseits die starke Bezugnahme auf Metrologisches
(was notwendig mit einer Rücksichtnahme auf „Teilbarkeit“ ver-
knüpft ist) und andererseits einen allgemeinen Charakterzug dieser

1) Vgl. S. 24; ferner die Normierung 1 *bur* = 6 *iku* nach Tab. 9 (S. 38)
und die Verkittung mit Hilfe des *ka* (S. 28).

2) Es ist für die Eigenschaft von 60, Anfang einer Reihe, nicht Endpunkt
zu sein, charakteristisch, daß es nicht in reiner Pluralbedeutung vorkommt, wohl
aber 10 und 3600 (vgl. Kap. I § 1, 3).

3) Für Ägypten vgl. meine Arbeit über „Die Grundlagen der ägyptischen
Bruchrechnung“ Berlin, Springer, 1926 insbes. S. 18 und S. 38.

Kultur, der sich auch (sehr im Gegensatz zu den konservativ additiven Ägyptern) in der Aufstellung umfangreicher Multiplikationstabellen seit frühester Zeit dokumentiert.

3. Die Entwicklung bis zu den „archaischen“ Texten.

Die einfachsten Maßeinheiten sind etwas zu sehr mit den Gewohnheiten eines ganzen Volkes Verknüpftes, als daß sich auch noch so praktische Änderungen ohne Weiteres durchsetzen ließen oder im Wechsel der äußeren Verhältnisse behaupteten.

Dem entspricht, daß sich neben den klar ziffernmäßig angeordneten Maßsystemen noch eine große Anzahl anderer Größen erhalten haben, wenn sie auch im offiziellen Wirtschaftsleben keine Rolle mehr spielen: Maße für allerlei Gemüse, Milch, Öl, Datteln usw.¹⁾ Aber wichtiger als diese (auch heute noch analog zu beobachtende) Erscheinung ist, daß die sexagesimale Normierung doch zu gewaltsam mit den absoluten Größen umgegangen zu sein scheint. Wenn sich auch im Großen und Ganzen das Sexagesimalsystem erhielt, so kehrte man doch an vielen Stellen zu gewohnteren Größenverhältnissen zurück. So erkläre ich mir die Verschiebung der kleineren Getreidemaße um die Stufe 3, die Existenz verschiedener *gur* von 1 oder 2 *ul*, die *ban* von 6 oder 12 *ka*, später die neue Verkittung der kleinen und großen Längenmaße, die überhaupt aus dem Sexagesimalsystem herausfällt, während die anderen Verschiebungen doch möglichst die fundamentalen Teilbarkeitseigenschaften zu bewahren suchen²⁾. Das verknüpfende Band aber, das sexagesimale Zahlensystem selbst, bleibt von diesen kleinen Verrückungen unberührt, da es sich längst als das abstrakte Substrat alles Zählens und Rechnens erwiesen hat — außerdem hatte es ja auch keinem verdrängten Gegner Stand zu halten, da es den alten Kern vollständig in sich enthielt.

Das Ergebnis dieser allmählichen Reaktion gegen die einheitliche erste Regelung ist schließlich wieder ein ziemliches Gewirre verschiedener Größen und Bezeichnungen, wie es uns in den „archaischen“ Texten entgegentritt. Die hierdurch neuerlich notwendig werdenden Reformen des Maßsystems werden nun bereits geschichtlich faßbar. Die Loslösung des Zahlensystems von der Metrologie ist aber bereits vollkommen vollzogen.

1) Vgl. Deimel SG Kap. IV, passim, insbes. § 47.

2) In diese Periode möchte ich den Sieg des *ka* setzen (vgl. Kap. II § 2. 2 (S. 29).

§ 2. Ausblick auf die spätere Entwicklung.

Die erste der geschichtlich faßbaren Reformen des Maßsystems ist die des Königs Dungi (Dyn. von Ur), welche dadurch für uns erkennbar wird, daß plötzlich ein „gur-lugal-^dDungira“ auftaucht, das 300 *ka* enthält — das *gur-mah* hatte 288 *ka* (vgl. Kap. II § 2, 2 Tab. IV S. 28). Gleichzeitig werden auch andere Hohlmaße dezimal reformiert, so das *ban*, das nun 10 *ka* (statt 6), das *ul*, das 60 *ka* (statt 36) erhält. Das assyrische *imèru* hatte dann sogar 100 *ka*, während eine neubabylonische sexagesimale Reaktion ein *gur* von 180 *ka* kennt¹⁾. Alle diese Erscheinungen berechtigen wohl zu der Vermutung, daß sich neben dem, einst für die Maßsysteme konstruierten Sexagesimalsystem immer das natürliche Dezimalsystem der kleineren Zahlen erhalten und in Praxi allmählich wieder mehr ausgebreitet hat. So sagt auch Thureau-Dangin²⁾ explizite: „Chez les Accadiens, le système sexagésimal n'existe guère à l'état pur que dans les textes de caractère 'scientifique'. Dans l'usage courant, il ne put éliminer le système décimal qui était à la base même de la numération de ce peuple de langue sémitique“.

Die ganze spätere Entwicklung erhält ihr Gepräge durch das Emporkommen der semitischen Bevölkerungselemente Babyloniers, denen die sumerischen schließlich ganz erlegen sind. Parallel damit geht die allmähliche Vereinfachung der Schrift durch das Abstreifen ihres Bildcharakters — für unsere Frage dadurch von Bedeutung, daß hierbei die runden Zahlzeichen endgültig verschwinden³⁾.

Daneben läuft aber eine andere „wissenschaftliche“ Tendenz, die in der oben besprochenen charakteristischen Eigenschaft des sumerischen Ziffernsystems, dem Durcheinandermischen ursprünglich verschiedenartigster Einheiten, ihre Quelle hat: Ein Absehen von Individualbezeichnungen überhaupt, also der völlige Übergang zur Schreibung mit „Stellenwert“. In der Tat ist ja die systematische Ränderung mit einer beiderseitigen Stufe 60 fast einer „Entwicklung nach Potenzen von 60“ äquivalent. Der Ursprung aus der

1) Vgl. Deimel SG S. 190. Dabei ist nicht sicher, welche der Einheiten ihren Absolutwert beibehalten hat — vielleicht keine. Auch das *ka* selbst scheint dezimal unterteilt worden zu sein (Deimel SG S. 191 3) und Pognon in JA sér. 11 t. 9 (1917) S. 374.

2) Thureau-Dangin NMS S. 124 f

3) Als bequemer Zwischenwert bekommt besonders 600 (babylonisch *ner*) eine selbständige Bedeutung.

Metrologie trägt aber auch andererseits die Schuld daran, daß man nie zu einer Absolutbezeichnung der Zahlwerte gelangt ist, weil die ursprünglich immer sozusagen stillschweigend hinzuzulesende Maßbezeichnung eine solche überflüssig machte. So hat man bereits in der Dyn. von Akkad (d. h. gleichzeitig mit dem Häufigerwerden der reinen Keilschriftzeichen) ein Beispiel einer Schreibung mit „Position“, also für den Verzicht auf ein neues Zahlzeichen für die nächsthöhere Einheit¹⁾.

Zusammen mit dem Bestreben nach Schriftvereinfachung hat sich dann in der Tat die Schreibung mit gewöhnlichen Einern für alle Potenzen von 60 durchgesetzt, wobei zunächst ausfallende Potenzen durch einen freien Platz kenntlich gemacht wurden²⁾. Das spätere „Null“-Zeichen \triangleleft ist demnach nur ein diakritisches Element der Schrift und kein eigentliches Zahlzeichen und bleibt demgemäß auf den Gebrauch im Innern von Zahlausdrücken beschränkt. Der letzte Schritt zu einem wirklichen Positionssystem ist in Babylon nicht mehr gemacht worden, sondern erst in Indien durch die Einführung der „Null“ im modernen Sinne. In Anbetracht der immer mehr zu Tage tretenden Beziehungen zwischen Indien und den westlichen Kulturländern³⁾, kann man wohl die Frage in Erwägung ziehen, ob nicht die Inder, die ursprünglich ein Zahlensystem dezimaler Basis aber mit verschiedenen Zeichen für die einzelnen Zehnerpotenzen besaßen⁴⁾, zu ihrem (heute von uns gebrauchten) Positionssystem gelangt sind, indem sie, nicht

1) Vgl. Deimel LAK 825 \sim ITT 1, 1450. — Eine solche Erscheinung ist durchaus nicht auf Babylonien beschränkt, sondern läßt sich z. B. auch in Ägypten deutlich verfolgen. Charakteristischer Weise sind es auch dort gerade die Hohlmaße, welche die engste Verknüpfung mit den allgemeinen Rechenmethoden aufweisen. Die allgemeine Bruchbezeichnung r „Mund“, „Teil“ ist gleichzeitig der Name eines Getreidemaßes usw. (vgl. Sethe ZZ S. 80 ff.). Ich beabsichtige an anderer Stelle näher auf diese Dinge einzugehen.

2) Poebel SG § 290; Meißner BA II S. 386 Anm. 4. Zeit: 1. Dyn. von Babylon.

3) Die neuesten Siegelzylinder-Funde im Indus-Gebiet scheinen sogar eine direkte Beeinflussung aus dem sumerischen Kulturkreis wahrscheinlich zu machen (eine wissenschaftlich einwandfreie Publikation dieser Funde ist mir noch nicht bekannt). Von großer Bedeutung scheinen mir aber vor allem die „protoelamischen“ Wirtschaftstexte, die Scheil in MAP 6 (1905) S. 57 ff. und 17 (1923) herausgegeben hat. Wenn auch die Entzifferung dieser Texte noch nicht vollständig geklärt ist, so liegt doch eine starke Beziehung zu Sumerischem auf der Hand. Sicher scheint der dezimale Aufbau des Zahlensystems mit Stufen 1, 10, 100 während es sonst durchaus sumerischen Typus zeigt. Vgl. auch Thureau-Dangin in RA 24 (1927) S. 29.

4) Vgl. z. B. Thibaut GIAPhA III 9 S. 71.

durch alte Tradition gehindert, den Punkt erkannten, an dem das babylonische System durch eine äußerlich geringfügige Modifikation zu einer wirklich idealen Methode jeder Zahlenschreibung auszugestalten war. Wir hätten dann wieder einen jener Punkte in der Kulturgeschichte vor uns, wo erst ein fremdes Volk die Bedeutung dessen erkennt, was in der eigenen Nation nur das mehr oder weniger zufällige Endprodukt einer langen Entwicklung darstellt. So hätte in Babylonien ein frühes Erfassen der multiplikativen Eigenschaften der Zahlen, in glücklichster Weise mit dem äußern Zwang zur Schriftschematisierung verknüpft, zu einer der Buchstabenschrift fast gleichwertigen Entdeckung die Wege gewiesen: dem Positionssystem.
