

Werk

Label: Chapter

Jahr: 1920

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?251726223_0010|log39

Kontakt/Contact

[Digizeitschriften e.V.](#)
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

✉ info@digizeitschriften.de

Die Abweichungen der Beobachtungen von der Rechnung sind noch so bedeutend, daß eine Verbesserung der Elemente mit Hilfe der Ausgleichsrechnung erforderlich ist.

Viertes Kapitel.

Verbesserung der Elemente und nochmaliger Vergleich der Beobachtungen mit der Rechnung.

1. Um eine Verbesserung der Elemente herbeizuführen, stellen wir die Abweichungen von Beobachtung und Rechnung in Funktion der Korrekturen der Bahnelemente dar. Wir können zunächst mit Hilfe von 59) bis 61) $d\alpha$ und $d\delta$ als Funktionen von r , v , $\sin i$, Ω darstellen. Man erhält alsdann für unsern Fall genau genug im Anschluß an Brendel Teil IV

$$\begin{aligned}
 \Delta \cos \delta \, d\alpha &= m \sin(M + \alpha) dr + rn \sin(N + \alpha) dv + rp \sin(P + \alpha) \sin u \, d(\sin i) \\
 &\quad + rg \sin(G + \alpha) \sin i \, d\Omega \\
 62) \quad \Delta d\delta &= m' \sin(M' + \delta) dr + rn' \sin(N' + \delta) dv + rp' \sin(P' + \delta) \sin u \, d(\sin i) \\
 &\quad + rg' \sin(G' + \delta) \sin i \, d\Omega.
 \end{aligned}$$

Hierin bedeuten, da $\Omega - \Sigma$ in unserem Falle null ist,

$$\begin{aligned}
 63) \quad m \sin M &= b \sin(B + v) & n \sin N &= b \cos(B + v) & m' \sin M' &= c \sin(C + v) \\
 m \cos M &= -a \cos(A + v) & n \cos N &= a \sin(A + v) & m' \cos M' &= m \cos(M + \alpha) \\
 & & & & n' \sin N' &= c \cos(C + v) \\
 & & & & n' \cos N' &= n \cos(N + \alpha)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 64) \quad p \sin P &= -(\sin \bar{\varepsilon} + \operatorname{tg} i \cos \Omega \cos \bar{\varepsilon}) & p' \sin P' &= \cos \bar{\varepsilon} - \operatorname{tg} i \sin \bar{\varepsilon} \cos \Omega \\
 p \cos P &= -\operatorname{tg} i \sin \Omega & p' \cos P' &= p \cos(P + \alpha)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &g \sin G = \sin \bar{\varepsilon} \cos u + \operatorname{tg} \frac{i}{2} \cos \bar{\varepsilon} \cos(u - \Omega) \\
 65) \quad &g \cos G = -\operatorname{tg} \frac{i}{2} \sin(u - \Omega) \\
 &g' \sin G' = -\cos \bar{\varepsilon} \cos u + \operatorname{tg} \frac{i}{2} \sin \bar{\varepsilon} \cos(u - \Omega) \\
 &g' \cos G' = g \cos(G + \alpha).
 \end{aligned}$$

Zur Abkürzung haben wir hier für $v - \Omega$ die Größe u eingeführt. Da die Größen R und W verhältnismäßig klein sind, so wollen wir sie bei der Differentiation von r und v als konstant ansehen. Aus den Gleichungen 56) und 57) folgt dann ohne weiteres:

$$66) \quad \frac{dr}{r} = -\frac{2}{3} \frac{dn}{n} + p_1 \eta \, dL + p_2 d\eta - p_1 \eta \, dII \quad dv = q_1 dL + q_2 d\eta + q_3 \eta \, dII.$$

Die Hilfsgrößen p_1, p_2, q_1, q_2, q_3 sind definiert durch:

$$\begin{aligned}
 67) \quad p_1 &= \frac{(1 + \eta \cos v)^2}{(1 - \eta^2)^{\frac{3}{2}}} \frac{\sin v}{1 + \varrho} & q_1 &= \frac{(1 + \eta \cos v)^2}{(1 - \eta^2)^{\frac{3}{2}}} & q_3 &= \frac{1}{\eta} (1 - q_1). \\
 p_2 &= -\frac{(1 + \eta \cos v)^2 \cos v + 2\eta R}{(1 - \eta^2)(1 + \varrho)} & q_2 &= \frac{(2 + \eta \cos v)}{1 - \eta^2} \sin v
 \end{aligned}$$

Ferner hat man in bekannter Weise:

$$\begin{aligned}
 68) \quad d\eta &= + \cos(\Pi - \zeta L) d(x \cos \Gamma) + \sin(\Pi - \zeta L) d(x \sin \Gamma) \\
 &\quad + x \sin(\Pi - \Gamma - \zeta L) L d\zeta \\
 \eta d\Pi &= - \sin(\Pi - \zeta L) d(x \cos \Gamma) + \cos(\Pi - \zeta L) d(x \sin \Gamma) \\
 &\quad + x \cos(\Pi - \Gamma - \zeta L) L d\zeta \\
 d \sin i &= + \cos(\Omega + \tau L) d(\sin \iota \cos \Theta) + \sin(\Omega + \tau L) d(\sin \iota \sin \Theta) \\
 &\quad - \sin \iota \sin(\Omega - \Theta + \tau L) L d\tau \\
 69) \quad \sin i d\Omega &= - \sin(\Omega + \tau L) d(\sin \iota \cos \Theta) + \cos(\Omega + \tau L) d(\sin \iota \sin \Theta) \\
 &\quad - \sin \iota \cos(\Omega - \Theta + \tau L) L d\tau.
 \end{aligned}$$

Hierbei sind die Größen ζdL und τdL als praktisch verschwindend klein vernachlässigt worden, hingegen $Ld\zeta$ und $Ld\tau$ berücksichtigt worden. Alle diese Größen werden in die Formeln 62) eingesetzt und, wenn wir noch berücksichtigen, daß $dL = t dn + dA$, so haben wir dx und $d\delta$ vollkommen durch die Bahnelemente dargestellt. Als Unbekannte behalten wir die Größen $dn, dA, d\left(x \frac{\cos \Pi}{\sin \Pi}\right), d\left(\sin \iota \frac{\cos \Theta}{\sin \Theta}\right), d\zeta, d\tau$ bei. Man wird bemerken, daß man hier gleich $d\zeta = d\tau$ setzen könnte, doch ist der Aufwand an Rechnung so unbedeutend, daß wir die beiden Größen getrennt verbessern wollen.

2. Die Durchführung der Rechnung ergab schließlich folgende Bedingungengleichungen in Rektaszension und Deklination, wenn man für $d \cos \delta, dA, dx$ und $d\delta$ die gefundenen Werte einsetzt:

(Siehe die Gleichungen auf Seite 24.)

Da die Gylden-Brendelsche Methode den Ort des Planeten innerhalb $\pm 1'$ darzustellen sucht, und dagegen die Ungenauigkeit der Beobachtungen als verschwindend angesehen werden kann, so nehmen wir für alle Normalörter gleiches Gewicht an. Dann machen wir die Gleichungen homogen, indem wir mit dem größten Koeffizienten jeder Spalte dividieren und außerdem noch mit dem größten Faktor der rechten Seite. Es bestehen demnach folgende Beziehungen zwischen den alten und neuen Unbekannten:

$$70) \quad \left. \begin{aligned}
 dn &= (5,5488_{-10}) x_1 \\
 dA &= (9,5716_{-10}) x_2 \\
 d(x \cos \Gamma) &= (9,3499_{-10}) x_3 \\
 d(x \sin \Gamma) &= (9,3331_{-10}) x_4
 \end{aligned} \right\} (2,6386) \quad \left. \begin{aligned}
 d(\sin \iota \cos \Theta) &= (9,6518_{-10}) x_5 \\
 d(\sin \iota \sin \Theta) &= (9,6298_{-10}) x_6 \\
 d\zeta &= (8,4447_{-10}) x_7 \\
 d\tau &= (8,6174_{-10}) x_8
 \end{aligned} \right\} (2,6386).$$

Bedingungsleichungen in Rektaszension.

- (4,4500) dm	+ (0,3309) dA	- (0,6081) $d(\alpha \cos \Gamma)$	+ (0,2071) $d(\alpha \sin \Gamma)$	- (9,4026) $d(\sin \epsilon \cos \Theta)$	+ (9,3510) $d(\sin \epsilon \sin \Theta)$	- (1,0941) ds	- (0,5341) $d\tau$	= + (2,2787)
- (4,4512) "	+ (0,3568) "	+ (0,6501) "	- (9,8958) "	+ (9,0896) "	+ (9,0792) "	+ (9,4670) "	+ (8,6168) "	= + (2,6386)
- (4,9042) "	+ (0,2661) "	+ (0,3925) "	+ (0,5369) "	+ (9,4521) "	+ (9,9190) "	- (1,5471) "	- (0,5202) "	= + (2,3306)
- (4,3746) "	+ (0,4265) "	- (9,7287) "	- (0,6633) "	- (8,5144) "	+ (9,8189) "	+ (1,5553) "	- (0,5389) "	= + (2,4331)
- (4,2280) "	+ (0,4284) "	+ (9,5261) "	- (0,6669) "	- (9,1987) "	+ (9,7964) "	+ (1,4017) "	- (0,4464) "	= + (2,3082)
- (3,9020) "	+ (0,2703) "	- (0,3301) "	+ (0,5880) "	- (9,5798) "	+ (9,8685) "	- (1,1261) "	- (0,4363) "	= - (1,5612)
- (3,6597) "	+ (0,3211) "	+ (0,6361) "	+ (0,0292) "	+ (9,4719) "	+ (9,5512) "	- (0,4787) "	- (8,7737) "	= + (1,8389)
+ (3,5650) "	+ (0,4184) "	+ (0,4274) "	- (0,5869) "	- (9,4926) "	+ (9,4967) "	- (0,5891) "	+ (9,6882) "	= + (2,2769)
+ (3,7567) "	+ (0,3817) "	- (0,6474) "	- (0,1245) "	+ (9,2203) "	+ (9,2277) "	- (0,5686) "	+ (7,4492) "	= - (1,7190)
+ (3,7748) "	+ (0,3068) "	+ (0,6151) "	+ (0,2655) "	+ (9,5434) "	+ (9,6624) "	+ (0,7652) "	+ (9,2213) "	= - (2,4741)
+ (4,0168) "	+ (0,4181) "	+ (0,4944) "	- (0,5663) "	- (9,4140) "	+ (9,4440) "	- (1,0509) "	+ (0,0770) "	= + (2,1771)
+ (4,0680) "	+ (0,3740) "	- (0,6137) "	- (0,2763) "	+ (9,2230) "	+ (9,3912) "	- (1,0019) "	+ (9,3085) "	= + (1,5376)

Bedingungsleichungen in Deklination.

+ (3,2102) dm	- (9,0920) dA	+ (9,3455) $d(\alpha \cos \Gamma)$	- (9,2829) $d(\alpha \sin \Gamma)$	- (0,3203) $d(\sin \epsilon \cos \Theta)$	+ (0,0619) $d(\sin \epsilon \sin \Theta)$	+ (0,2737) ds	- (1,3826) $d\tau$	= - (1,6930)
+ (3,3447) "	- (9,2551) "	- (9,5776) "	- (9,1048) "	+ (0,3472) "	- (9,0210) "	+ (0,2840) "	+ (1,2219) "	= + (1,2915)
+ (3,7759) "	- (9,7400) "	- (9,7840) "	- (0,0631) "	+ (0,1342) "	+ (0,3378) "	+ (1,0665) "	- (0,6798) "	= - (1,8984)
- (3,8852) "	+ (9,9887) "	+ (8,9949) "	- (0,1808) "	- (9,2079) "	- (0,2329) "	+ (1,0647) "	+ (0,8868) "	= + (2,1089)
- (3,7073) "	+ (9,9093) "	+ (9,4604) "	- (0,1431) "	+ (9,3514) "	- (0,2352) "	+ (0,8711) "	+ (0,8401) "	= + (1,9980)
+ (3,2964) "	- (9,6662) "	+ (9,6918) "	- (9,9628) "	- (0,0079) "	+ (0,3702) "	+ (0,5069) "	- (0,9140) "	= + (1,4649)
+ (2,8926) "	- (9,5714) "	- (9,8680) "	- (9,6393) "	+ (0,3453) "	+ (9,9396) "	+ (9,9942) "	+ (0,2464) "	= - (1,5082)
+ (2,8338) "	+ (9,6950) "	+ (9,6151) "	- (9,8953) "	+ (0,0944) "	- (0,0655) "	- (9,9434) "	- (0,2739) "	= + (1,3227)
+ (2,8469) "	+ (9,4802) "	- (9,7899) "	- (9,0325) "	- (0,3142) "	- (9,5690) "	- (9,4484) "	+ (0,3580) "	= + (1,7752)
- (3,1209) "	- (9,6421) "	- (9,9131) "	- (9,7935) "	+ (0,2439) "	+ (0,2367) "	- (0,2570) "	- (9,1911) "	= - (2,2800)
+ (3,1042) "	+ (9,5061) "	+ (9,5703) "	- (9,6546) "	+ (0,1454) "	- (0,1355) "	- (0,1406) "	- (0,7884) "	= - (1,9231)
+ (3,3899) "	+ (9,6885) "	- (9,7855) "	- (9,8149) "	- (0,2439) "	- (9,9557) "	- (0,4868) "	+ (0,3917) "	= + (1,9963)

3. Man führt alsdann nach der Methode der kleinsten Quadrate die Bedingungs-
gleichungen in folgende Normalgleichungen über:

$$\begin{aligned}
 &+4,2566x_1 - 2,8720x_2 - 0,5659x_3 - 0,1523x_4 + 0,1399x_5 - 0,2552x_6 - 0,5240x_7 + 0,2536x_8 = -2,6689 \\
 &-2,8720 \text{ „} + 9,3603 \text{ „} + 1,3657 \text{ „} - 2,8907 \text{ „} - 0,4552 \text{ „} + 0,5375 \text{ „} - 0,2183 \text{ „} - 0,1580 \text{ „} = +3,2583 \\
 &-0,5659 \text{ „} + 1,3657 \text{ „} + 7,0082 \text{ „} + 0,0616 \text{ „} + 0,0677 \text{ „} + 0,0438 \text{ „} + 0,2547 \text{ „} + 0,0526 \text{ „} = +1,0341 \\
 71) &-0,1523 \text{ „} - 2,8907 \text{ „} + 0,0616 \text{ „} + 5,8428 \text{ „} - 0,0220 \text{ „} - 0,0827 \text{ „} - 2,4063 \text{ „} - 0,0659 \text{ „} = -1,7972 \\
 &+ 0,1399 \text{ „} - 0,4552 \text{ „} + 0,0677 \text{ „} - 0,0220 \text{ „} + 6,4323 \text{ „} + 0,3363 \text{ „} + 0,1473 \text{ „} + 0,7648 \text{ „} = -0,9551 \\
 &-0,2552 \text{ „} + 0,5375 \text{ „} + 0,0438 \text{ „} - 0,0827 \text{ „} + 0,3363 \text{ „} + 5,1064 \text{ „} - 0,0309 \text{ „} - 1,4649 \text{ „} = -0,3794 \\
 &-0,5240 \text{ „} - 0,2183 \text{ „} + 0,2547 \text{ „} - 2,4063 \text{ „} + 0,1473 \text{ „} - 0,0309 \text{ „} + 3,3452 \text{ „} - 0,0020 \text{ „} = +0,2139 \\
 &+ 0,2536 \text{ „} - 0,1580 \text{ „} + 0,0526 \text{ „} - 0,0659 \text{ „} + 0,7648 \text{ „} - 1,4649 \text{ „} - 0,0020 \text{ „} + 1,5279 \text{ „} = +0,1270.
 \end{aligned}$$

Für die 8 Unbekannten ergaben sich schließlich folgende Werte:

$$\begin{aligned}
 72) \quad &x_1 = -(9,8866_{-10}) & x_5 &= -(9,1822_{-10}) \\
 &x_2 = -(8,9582_{-10}) & x_6 &= -(8,6842_{-10}) \\
 &x_3 = +(9,1015_{-10}) & x_7 &= -(9,6740_{-10}) \\
 &x_4 = -(9,7537_{-10}) & x_8 &= +(9,3017_{-10})
 \end{aligned}$$

und demnach aus 70)

$$\begin{aligned}
 &dn = -(8,0680_{-10}) = -0,0117 \\
 &dA = -(1,1684) = -14,737 = -0,245 = -0,0041 \\
 &d(x \cos \Gamma) = +(1,0900) = +(5,7756_{-10}) \\
 73) \quad &d(x \sin \Gamma) = -(1,7254) = -(6,4110_{-10}) \\
 &d(\sin \iota \cos \Theta) = -(1,4726) = -(6,1582_{-10}) \\
 &d(\sin \iota \sin \Theta) = -(0,9526) = -(5,6382_{-10}) \\
 &d\varsigma = -(0,7573) = -(5,4429_{-10}) \\
 &d\tau = +(0,5577) = +(5,2433_{-10}).
 \end{aligned}$$

Man erhält schließlich mit Hilfe des alten Systems 40) folgendes neues Elementensystem:

$$\begin{aligned}
 74) \quad &n = 1019,8774 & \log \sin \iota &= 9,21068 \\
 &A = -12,1307 & \Theta &= 225^\circ 40,08 \\
 &\log x = 9,24530 & \log \varsigma &= 5,8112 \\
 &\Gamma = 353^\circ 20,93 & \log \tau &= 6,0413.
 \end{aligned}$$

Auffallend ist die große Änderung von ς und τ , die nach den Brendelschen Tafeln für diesen Planeten gleich groß sein sollten. Ebenso nähern sich die verbesserten n und A wieder mehr den Werten unserer Konstantenbestimmung, die nach 35) aus dem Intervall 1864—1896 gewonnen wurden.

Setzen wir nun die erhaltenen Elementenkorrekturen in die Bedingungs-
gleichungen ein, so erhalten wir die übrigbleibenden Fehler, die wir sofort mit
 $A \cos \delta$ bzw. A dividieren, im Sinne Beobachtung-Rechnung:

$$1864 \ 1865 \ 1870 \ 1875 \ 1882 \ 1888 \ 1894 \ 1903 \ 1906 \ 1908 \ 1910 \ 1913$$

$$75) \ d\alpha - 0,46 + 0,87 - 0,17 + 0,36 - 1,01 + 0,68 + 0,53 + 0,27 + 0,31 - 1,12 + 0,01 + 1,77$$

$$d\delta + 0,01 + 0,76 + 0,62 - 0,30 - 0,51 + 0,63 + 0,38 + 0,30 + 0,01 - 1,80 - 0,87 + 0,03$$

Die übriggebliebenen Fehler sind verhältnismäßig gering, so daß die Beobachtungen hinreichend genau dargestellt werden können.

4. Mit den neuen Elementen wird nun wieder eine Tafel für L und $\frac{L}{3}$, ferner eine solche für die Größen η , Π , $\sin j$, σ u.s.w. angelegt. Diese endgültigen Tafeln sind an das Ende dieser Arbeit gesetzt worden. Aus ihnen entnimmt man alsdann die für die Rechnung erforderlichen Grössen und stellt die Beobachtungen nochmals dar. Die Störungsgrößen R und W erleiden durch das neue System keine Änderung mehr. In der folgenden Tabelle sind alle sich ändernden Größen der Rechnung angegeben.

Jahr	L	$\log \eta$	Π	v	r	$\log \sin i$ $= \log \sin j$	$\sigma = \Omega = \Sigma$
1864	263,279	9,30220	355,596	241,146	0,38071	9,17588	219,055
65	64,759	20	606	87,628	0,34637	590	036
70	133,207	21	630	149,762	0,42956	595	218,985
75	356,138	22	664	356,188	0,26381	603	917
82	4,217	23	704	8,615	0,26583	609	831
88	216,482	25	736	203,991	0,42773	616	763
94	89,994	26	770	111,953	0,38334	623	693
1903	29,871	28	828	45,881	0,29050	633	572
06	301,555	28	843	280,350	0,32204	637	540
08	104,169	29	852	123,953	0,40064	639	520
10	29,735	29	868	45,571	0,28971	642	487
13	313,317	30	885	294,653	0,30302	645	453

Jahr	$\log x$	$\log y$	$\log z$	$\log \mathcal{L}$	$\alpha_{1900,0}$	$\delta_{1900,0}$	Beob.-Rechn.	
							$d\alpha$	$d\delta$
1864	0,06668 _n	0,29606 _n	9,85131 _n	0,14396	239° 7,55	- 14° 43,20	- 0,23	- 0,01
65	9,01605	0,32652	9,81156	0,09851	91 32,16	+ 11 57,95	+ 1,07	+ 0,60
70	0,36269 _n	0,13734	9,26551	0,23450	146 30,18	- 0 0,01	+ 0,01	+ 0,56
75	0,26075	9,24614 _n	9,10435	9,92772	348 33,74	+ 8 56,60	+ 0,19	- 0,20
82	0,25933	9,31288	9,38189	9,93197	0 38,92	+ 10 30,24	- 1,04	- 0,44
88	0,38760 _n	9,98383 _n	9,72395 _n	0,22433	119 23,48	- 11 53,55	+ 0,47	+ 0,36
94	9,94809 _n	0,33772	9,75245	0,16178	112 17,47	+ 7 51,69	+ 0,36	+ 0,49
1903	0,13378	0,11342	9,71824	0,00057	33 16,86	+ 11 7,75	+ 0,05	+ 0,29
06	9,56120	0,29882 _n	9,74860 _n	0,04249	276 48,12	- 8 42,22	+ 0,28	- 0,30
08	0,14218 _n	0,31040	9,67789	0,19245	119 6,28	+ 6 29,98	[- 1,32]	[- 1,69]
10	0,13537	0,11023	9,71589	9,98385	48 14,81	+ 15 42,51	- 0,13	- 0,90
13	9,91608	0,24941 _n	9,65430 _n	0,03034	280 31,09	- 7 12,34	+ 1,66	+ 0,27

Die hier gefundenen Unterschiede zwischen Beobachtung und Rechnung zeigen im Maximum mit denen unter 75) angeführten einen Unterschied von 0,28, was auf die Ungenauigkeit bei der Interpolation der für die Berechnung nötigen Tafelgrößen sowie auf die nur fünfstellige Rechnung zurückzuführen ist.

Die durch die Ausgleichung erreichte Darstellung der Beobachtungen kann als befriedigend angesehen werden, wenn auch die Bogenminute manchmal überschritten wird. Die starke Abweichung beim Normalort von 1908 ist wohl durch die erwähnte Ungenauigkeit der Beobachtungen zu erklären; denn gerade die Abweichung in δ ist hier besonders groß, während sich sonst diese Koordinate am genauesten darstellen läßt. Andererseits ist zu bedenken, daß bei einem Planeten von nicht unbedeutender Exzentrizität, wie es die Sappho ist, die vernachlässigten charakteristischen Störungen dritten und vierten Grades mehr ausmachen werden als manche der hier berücksichtigten gewöhnlichen Glieder ersten und zweiten Grades. Dazu kommt, daß Sappho schon der Erde näher liegt, kleinere Verschiebungen des heliozentrischen Ortes machen also in der Opposition im geozentrischen Orte beträchtlich mehr aus als bei den jupiternahen Planeten.

5. Mit dem neuen Elementensystem wurde nun auch eine Tafel der Störungskoeffizienten von 1910—1960 angelegt und zwar unter Benutzung der für 1935,0 geltenden Größen η , II , $\sin j$, σ . Die Koeffizienten von der Form $X_{c, s, n}^{0, \pm 1, \pm 2}$ zeigten nur geringfügige Abweichungen, die größte betrug 9 Einheiten der 6. Dezimale. Wie genau die frühere Tafel von 1860—1910 bereits war, zeigt die völlige Übereinstimmung der Werte mit der neuen für 1910,0.

Die R -, W -Koeffizienten sind in Einheiten der 5. Dezimale gegeben, und, um W in Tausendstel Grad zu erhalten, muß man mit 0,57296 multiplizieren. Ferner wurden sämtliche langsam veränderliche Größen für das Jahrhundert von 1860—1960 neu berechnet und den Tafeln die wichtigsten Formeln für die Berechnung eines geozentrischen Ortes beigelegt.

Nicht unerwähnt möchte ich es lassen, daß in Zukunft die Darstellung der Beobachtungen ein wenig schlechter werden kann. Es wäre dann am Platze, unter Benutzung der neuen Beobachtungen die Ausgleichung zu wiederholen und eine nochmalige Verbesserung der Elemente abzuleiten, was keine allzugroße Arbeit erfordert¹⁾. Doch ist zu erwarten, daß die Elemente bereits so gut sind, daß eine visuelle Aufsuchung des Planeten auch so für den Endpunkt der Tafeln gesichert bleibt.

1) Vor allem wird bei der erheblichen Exzentrizität von Sappho die Vernachlässigung der charakteristischen Glieder III. und vielleicht auch IV. Grades die zu erwartende stärkere Abweichung von den Beobachtungen bedingen. Sobald die von Herrn Brendel begonnene Ausdehnung seiner Theorie und Tafeln auf den III. und IV. Grad ausgeführt ist, kann dieser Ubelstand durch Rechnung einer kleinen Ergänzungstafel leicht behoben werden. Vielleicht wären auch noch einige charakteristische Glieder der Marsstörungen mitzunehmen, da Sappho auch dem Typus 2 benachbart ist, wofür die Entwicklungen gegeben sind in „H. Lemke. Über die Mars- und Jupiterstörungen der kleinen Planeten vom Hebe-Typus.“ Berlin 1897. J. Kramer.

Tafeln.

Kurze Gebrauchsanweisung.

Mit Hilfe der Tafeln I—II und IV ist zunächst zu ermitteln nach Formel (50)

$$\frac{\bar{L}}{3} = \frac{L}{3} + \frac{\Phi_0}{3} - \frac{\Phi_1}{3} sL,$$

wo die Größe $\frac{L}{3}$ so anzusetzen ist, wie man sie aus der Tafel erhält, und erst von $\frac{\bar{L}}{3}$ sind die Vielfachen von 360° abzuziehen, sodann nach Formel 53)

$$R = R_0 + \Sigma R_n^c \cos n \frac{\bar{L}}{3} + \Sigma R_n^s \sin n \frac{\bar{L}}{3}$$

$$W = W_0 + \Sigma W_n^c \cos n \frac{\bar{L}}{3} + \Sigma W_n^s \sin n \frac{\bar{L}}{3}.$$

Unter Benützung der in Tafel III mitgeteilten Größen rechnet man nach den Formeln 56) und 57)

$$M = L - II - W = \varepsilon - \eta \sin \varepsilon,$$

$$\sin \frac{v - \varepsilon}{2} = \frac{\sin \frac{1}{2} \varphi \sin \varepsilon}{\sqrt{1 - \eta \cos \varepsilon}},$$

$$v = v + II,$$

$$\varrho = \eta \cos v + R,$$

$$r = \frac{a(1 - \eta^2)}{1 + \varrho}.$$

Dann ist für Rektaszension und Deklination zu rechnen nach Formel 59)

$$x = a \cos A \quad r \cos v - a \sin A \quad r \sin v$$

$$y = b \cos B \quad r \sin v + b \sin B \quad r \cos v$$

$$z = c \cos C \quad r \sin v + c \sin C \quad r \cos v,$$

und nach Formel 60), 61)

$$\begin{aligned} \Delta \cos \alpha \cos \delta &= x + X \\ \Delta \sin \alpha \cos \delta &= y + Y \\ \Delta \sin \delta &= z + Z. \end{aligned}$$

Will man die geozentrischen Ekliptikalkoordinaten ermitteln, so berechnet man zuerst

$$\begin{aligned} \sin b &= \sin j \sin (v - \sigma), \\ \sin (v - l) &= \frac{\sin^2 \frac{i}{2}}{\cos b} \sin 2 (v - \sigma), \end{aligned}$$

woraus man mit den aus dem Jahrbuch zu entnehmenden Sonnenkoordinaten R, L die λ und β nach folgenden Formeln erhält

$$\begin{aligned} \Delta \cos \beta \cos (\lambda - l) &= r \cos b + R \cos (L - l) \\ \Delta \cos \beta \sin (\lambda - l) &= \quad \quad + R \sin (L - l) \\ \Delta \sin \beta &= r \sin b. \end{aligned}$$

Tafeln zur Entnahme der mittleren Länge L .

Tafel Ia.

Jan. 0,0 M. Z. Berlin	L	$\frac{1}{2}L$	Jan. 0,0 M. Z. Berlin	L	$\frac{1}{2}L$
1860	168,8670	— 1383,7110	1910	302,4783	+ 340,8261
61	272,5545	— 1349,1485	11	45,8825	+ 375,2942
62	15,9588	— 1314,6804	12	149,2867	+ 409,7622
63	119,3630	— 1280,2123	13	252,9743	+ 444,3248
64	222,7672	— 1245,7443	14	356,3785	+ 478,7928
65	326,4548	— 1211,1817	15	99,7827	+ 513,2609
66	69,8590	— 1176,7137	16	203,1870	+ 547,7290
67	173,2632	— 1142,2456	17	306,8745	+ 582,2915
68	276,6675	— 1107,7775	18	50,2787	+ 616,7596
69	20,3550	— 1073,2150	19	153,6830	+ 651,2277
1870	123,7592	— 1038,7469	1920	257,0872	+ 685,6957
71	227,1635	— 1004,2788	21	0,7747	+ 720,2582
72	330,5677	— 969,8108	22	104,1790	+ 754,7263
73	74,2552	— 935,2483	23	207,5832	+ 789,1944
74	177,6595	— 900,7802	24	310,9874	+ 823,6625
75	281,0637	— 866,3121	25	54,6750	+ 858,2250
76	24,4679	— 831,8440	26	158,0792	+ 892,6931
77	128,1555	— 797,2815	27	261,4834	+ 927,1611
78	231,5597	— 762,8134	28	4,8877	+ 961,6292
79	334,9639	— 728,3454	29	108,5752	+ 996,1917
1880	78,3682	— 693,8773	1930	211,9794	+ 1030,6598
81	182,0557	— 659,3148	31	315,3837	+ 1065,1279
82	285,4599	— 624,8467	32	58,7879	+ 1099,5960
83	28,8642	— 590,3786	33	162,4754	+ 1134,1585
84	132,2684	— 555,9105	34	265,8797	+ 1168,6266
85	235,9559	— 521,3480	35	9,2839	+ 1203,0946
86	339,3602	— 486,8799	36	112,6881	+ 1237,5627
87	82,7644	— 452,4119	37	216,3757	+ 1272,1252
88	186,1686	— 417,9438	38	319,7799	+ 1306,5933
89	289,8562	— 383,3813	39	63,1841	+ 1341,0614
1890	33,2604	— 348,9132	1940	166,5884	+ 1375,5295
91	136,6646	— 314,4451	41	270,2759	+ 1410,0920
92	240,0689	— 279,9770	42	13,6801	+ 1444,5600
93	343,7564	— 245,4145	43	117,0844	+ 1479,0281
94	87,1606	— 210,9465	44	220,4886	+ 1513,4962
95	190,5649	— 176,4784	45	324,1761	+ 1548,0537
96	293,9691	— 142,0103	46	67,5804	+ 1582,5268
97	37,6566	— 107,4478	47	170,9846	+ 1616,9949
98	141,0609	— 72,9897	48	274,3888	+ 1651,4629
99	244,4651	— 38,5116	49	18,0764	+ 1686,0255
1900	347,8693	— 4,0436	1950	121,4806	+ 1720,4935
01	91,2736	+ 30,4245	51	224,8848	+ 1754,9616
02	194,6778	+ 64,8926	52	328,2891	+ 1789,4297
03	298,0820	+ 99,3607	53	71,9766	+ 1823,9922
04	41,4863	+ 133,8288	54	175,3808	+ 1858,4603
05	145,1738	+ 168,3912	55	278,7851	+ 1892,9284
06	248,5780	+ 202,8593	56	22,1893	+ 1927,3964
07	351,9823	+ 237,3274	57	125,8768	+ 1961,9589
08	95,3865	+ 271,7955	58	229,2811	+ 1996,4270
09	199,0740	+ 306,3580	59	332,6853	+ 2030,8951
1910	302,4783	+ 340,8261	1960	76,0895	+ 2065,3632

Äquinox 1900,0.

Tafel Ib.

Monate	L		$\frac{1}{3}L$	
	Gem.-Jahr	Schalt-Jahr	Gem.-Jahr	Schalt-Jahr
Febr. 0,0	8,7823	8,7823	2,9275	2,9275
Marz 0,0	16,7147	16,9980	5,5716	5,6660
April 0,0	25,4970	25,7803	8,4990	8,5934
Mai 0,0	33,9960	34,2793	11,3320	11,4264
Juni 0,0	42,7783	43,0616	14,2594	14,3538
Juli 0,0	51,2773	51,5606	17,0924	17,1869
Aug. 0,0	60,0596	60,3429	20,0199	20,1143
Sept. 0,0	68,8419	69,1252	22,9473	23,0417
Okt. 0,0	77,3409	77,6242	25,7803	25,8747
Nov. 0,0	86,1232	86,4065	28,7077	28,8022
Dez. 0,0	94,6222	94,9055	31,5407	31,6352

Tafel Ic.

Tage	L	$\frac{1}{3}L$
1	0,2833	0,0944
2	0,5666	0,1889
3	0,8499	0,2833
4	1,1332	0,3777
5	1,4165	0,4722
6	1,6998	0,5666
7	1,9831	0,6610
8	2,2664	0,7555
9	2,5497	0,8499
10	2,8330	0,9443
11	3,1163	1,0388
12	3,3996	1,1332
13	3,6829	1,2277
14	3,9662	1,3221
15	4,2495	1,4165
16	4,5328	1,5110
17	4,8161	1,6054
18	5,0994	1,6998
19	5,3827	1,7943
20	5,6660	1,8887
21	5,9493	1,9831
22	6,2326	2,0776
23	6,5159	2,1720
24	6,7992	2,2664
25	7,0825	2,3609
26	7,3658	2,4553
27	7,6491	2,5497
28	7,9324	2,6442
29	8,2157	2,7386
30	8,4990	2,8330
31	8,7823	2,9275

Tafeln zur Bildung des Argumentes $\frac{\bar{L}}{3}$ sowie einiger wichtigen langperiodischen Größen.

Tafel IIa.

L	$\frac{1}{3}\Phi_0$	L	$\frac{1}{3}\Phi_0$	L	$\frac{1}{3}\Phi_0$	L	$\frac{1}{3}\Phi_0$	L	$\frac{1}{3}\Phi_0$					
	Diff.		Diff.		Diff.		Diff.		Diff.					
0 ₀	+ 0,721	348	72°	7,721	12	144°	3,330	196	216°	4,109	182	288°	7,662	41
2	1,069	345	74	7,709	22	146	3,134	198	218	4,291	179	290	- 7,621	54
4	1,414	342	76	7,687	31	148	2,936	201	220	- 4,470	175	292	7,567	65
6	1,756	338	78	7,656	38	150	+ 2,735	203	222	4,645	172	294	7,502	76
8	2,094	332	80	+ 7,618	47	152	2,532	204	224	4,817	169	296	7,426	89
10	+ 2,426	326	82	7,571	57	154	2,328	207	226	4,986	166	298	7,337	101
12	2,752	321	84	7,514	64	156	2,121	208	228	5,152	162	300	- 7,236	114
14	3,073	314	86	7,450	71	158	1,913	210	230	- 5,314	158	302	7,122	126
16	3,387	305	88	7,379	78	160	+ 1,703	212	232	5,472	155	304	6,996	138
18	3,692	297	90	+ 7,301	86	162	1,491	212	234	5,627	151	306	6,858	152
20	+ 3,989	288	92	7,215	91	164	1,279	214	236	5,778	146	308	6,706	165
22	4,277	279	94	7,124	98	166	1,065	214	238	5,924	143	310	- 6,541	176
24	4,556	268	96	7,026	103	168	0,851	216	240	- 6,067	139	312	6,365	189
26	4,824	258	98	6,923	110	170	+ 0,635	216	242	6,206	134	314	6,176	201
28	5,082	247	100	+ 6,813	115	172	0,419	216	244	6,340	129	316	5,975	213
30	+ 5,329	236	102	6,698	120	174	+ 0,203	217	246	6,469	124	318	5,762	226
32	5,565	224	104	6,578	125	176	- 0,014	216	248	6,593	120	320	- 5,536	237
34	5,789	212	106	6,453	130	178	0,230	216	250	- 6,713	114	322	5,299	247
36	6,001	200	108	6,323	134	180	- 0,446	216	252	6,827	109	324	5,052	260
38	6,201	187	110	+ 6,189	139	182	0,662	215	254	6,936	103	326	4,792	270
40	+ 6,388	175	112	6,050	143	184	0,877	214	256	7,039	97	328	4,522	280
42	6,563	162	114	5,907	148	186	1,091	214	258	7,136	90	330	- 4,242	289
44	6,725	150	116	5,759	151	188	1,305	213	260	- 7,226	84	332	3,953	298
46	6,875	137	118	5,608	155	190	- 1,518	211	262	7,310	78	334	3,655	307
48	7,012	125	120	+ 5,453	159	192	1,729	210	264	7,388	71	336	3,348	314
50	+ 7,137	112	122	5,294	162	194	1,939	208	266	7,459	62	338	3,034	321
52	7,249	99	124	5,132	166	196	2,147	206	268	7,521	55	340	- 2,713	328
54	7,348	87	126	4,966	169	198	2,353	205	270	- 7,576	47	342	2,385	333
56	7,435	76	128	4,797	173	200	- 2,558	202	272	7,623	38	344	2,052	338
58	7,511	63	130	+ 4,624	176	202	2,760	200	274	7,661	29	346	1,714	342
60	+ 7,574	52	132	4,448	179	204	2,960	198	276	7,690	21	348	1,372	346
62	7,626	41	134	4,269	182	206	3,158	196	278	7,711	10	350	- 1,026	348
64	7,667	29	136	4,087	186	208	3,354	193	280	- 7,721	1	352	0,678	349
66	7,696	19	138	3,901	188	210	- 3,547	190	282	7,722	9	354	- 0,329	351
68	7,715	8	140	+ 3,713	190	212	3,737	187	284	7,713	20	356	+ 0,022	350
70	+ 7,723	2	142	3,523	193	214	3,924	185	286	7,693	31	358	0,372	349
72	7,721		144	3,330		216	4,109		288	7,662		360	+ 0,721	

Tafel IIb.

L	$\frac{1}{2}\Phi_1$
0°	+ 0,174
10	+ 0,165
20	+ 0,146
30	+ 0,121
40	+ 0,091
50	+ 0,059
60	+ 0,029
70	+ 0,001
80	- 0,022
90	- 0,041
100	- 0,056
110	- 0,068
120	- 0,079
130	- 0,087
140	- 0,095
150	- 0,101
160	- 0,105
170	- 0,108
180	- 0,108
190	- 0,106
200	- 0,101
210	- 0,096
220	- 0,088
230	- 0,080
240	- 0,070
250	- 0,058
260	- 0,044
270	- 0,025
280	- 0,003
290	+ 0,024
300	+ 0,054
310	+ 0,085
320	+ 0,116
330	+ 0,142
340	+ 0,162
350	+ 0,173
360	+ 0,174

Tafel III.

Jahr	$\log \eta$ = $\log \sin \varphi$	$\log \sin \frac{\varphi}{2}$	$\log a (1 - \eta^2)$	Π	$\log \sin i$ = $\log \sin j$	$\log \sin^2 \frac{i}{2}$	$\sigma = \Omega = \Sigma$
1860	9,30219	9,00338	0,34315	335° 34,24	9,17583	7,75206	219° 6,50
70	21	40	15	37,74	595	230	218 59,18
80	23	42	15	41,24	606	253	51,86
90	25	44	14	44,76	618	277	44,52
1900	27	46	14	48,28	629	300	37,17
10	29	48	14	51,80	641	324	29,81
20	31	50	14	55,34	652	347	22,43
30	33	52	14	58,88	664	371	15,04
40	35	54	14	356 2,44	675	394	7,64
50	37	56	14	6,00	687	418	0,23
60	39	58	13	9,56	699	442	217 52,81

Jahr	$\log (a \cos A)$	$\log (a \sin A)$	$\log (b \cos B)$	$\log (b \sin B)$	$\log (c \cos C)$	$\log (c \sin C)$
1860	9,99805	7,74281 _n	9,98111	8,51269 _n	9,46024	8,94915
70	06	265 _n	14	1153 _n	5991	4815
80	07	248 _n	17	1037 _n	5957	4714
90	07	230 _n	20	0919 _n	5923	4612
1900	08	212 _n	23	0801 _n	5890	4510
10	09	192 _n	26	0683 _n	5856	4407
20	10	172 _n	29	0563 _n	5822	4303
30	11	151 _n	32	0443 _n	5788	4199
40	11	129 _n	35	0323 _n	5755	4094
50	12	106 _n	38	0202 _n	5721	3988
60	13	082 _n	41	0080 _n	5687	3882

Äquinox 1900,0.

Tafel IIc.

$\frac{1}{2}L$	sL
± 200°	± 0,039
400	0,078
600	0,117
800	0,155
1000	0,194
1200	0,233
1400	0,272
1600	0,311
1800	0,350
2000	0,388

Tafel IV a.

Die R-Koeffizienten für 1860 bis 1910.

Jan. 0,0	R_0	R_1^c	R_2^c	R_3^c	R_4^c	R_5^c	R_6^c	R_1^s	R_2^s	R_3^s	R_4^s	R_5^s	R_6^s
1860	+ 17	- 11	- 13	+ 27	- 3	+ 3	- 3	+ 51	- 20	- 8	+ 34	+ 1	+ 3
61	16	- 6	11	25	+ 1	3	3	52	20	12	34	- 0	3
62	15	+ 3	10	21	7	2	2	51	21	19	33	1	4
63	13	10	8	16	12	2	1	49	22	24	32	2	4
64	11	15	7	12	15	2	- 0	48	21	26	30	2	4
65	9	21	6	+ 7	19	+ 1	+ 1	44	21	27	28	3	4
66	5	29	8	- 2	23	- 0	2	38	19	28	24	3	4
67	3	33	9	7	27	1	2	34	18	27	21	3	4
68	+ 0	36	9	11	29	1	3	30	16	26	18	2	3
69	- 3	40	10	18	32	2	4	21	14	22	12	2	2
1870	- 7	+ 43	- 11	- 23	+ 33	- 2	+ 4	+ 14	- 10	- 17	+ 7	- 1	+ 1
71	9	44	12	25	34	3	4	9	8	13	+ 3	- 1	+ 1
72	11	45	13	27	34	3	4	+ 1	- 4	- 7	- 1	+ 0	- 0
73	13	44	14	28	33	2	4	- 9	+ 1	+ 1	8	1	1
74	13	43	14	28	32	2	4	14	6	5	12	2	2
75	13	41	13	26	30	2	3	19	9	10	15	2	3
76	13	37	13	22	27	- 1	2	28	14	17	21	3	4
77	11	32	12	19	24	+ 0	2	34	17	21	25	3	4
78	9	29	12	15	21	1	+ 1	38	20	24	27	3	4
79	7	23	11	9	16	1	- 0	43	23	27	30	2	4
1880	- 4	+ 15	- 9	- 1	+ 10	+ 2	- 1	- 47	+ 25	+ 28	- 32	+ 2	- 4
81	- 1	10	8	+ 4	7	2	2	49	27	28	34	1	4
82	+ 2	+ 5	8	9	+ 3	3	3	51	27	27	34	+ 0	3
83	6	- 4	7	16	- 4	3	4	52	26	23	34	- 1	3
84	9	11	8	21	8	2	4	51	26	19	33	1	2
85	11	16	8	23	12	2	4	50	26	16	32	2	1
86	14	23	9	26	17	1	4	48	25	10	30	2	- 0
87	16	30	9	28	22	+ 0	4	43	23	+ 2	26	3	+ 1
88	17	34	10	29	24	- 0	4	40	21	- 2	23	3	2
89	17	38	11	27	27	1	4	36	20	7	20	3	3
1890	+ 17	- 43	- 12	+ 24	- 30	- 2	- 3	- 28	+ 19	- 15	- 15	- 2	+ 3
91	15	46	14	20	32	2	2	22	19	20	10	2	4
92	14	48	15	17	33	2	1	17	18	23	- 7	1	4
93	11	48	16	11	34	3	- 0	10	19	26	- 1	- 0	4
94	8	48	15	+ 4	34	3	+ 1	- 1	19	27	+ 5	+ 1	4
95	6	48	13	- 1	33	2	2	+ 4	18	28	8	1	4
96	+ 3	46	11	6	32	2	2	10	17	28	12	2	4
97	- 1	42	10	14	29	1	3	19	16	25	18	2	3
98	4	38	7	18	26	- 0	4	25	15	21	22	3	2
99	6	35	- 4	21	23	+ 0	4	29	14	18	25	3	1
1900	- 9	- 29	+ 0	- 25	- 19	+ 1	+ 4	+ 34	+ 14	- 13	+ 28	+ 3	+ 0
01	12	21	5	28	14	2	4	39	13	5	31	2	- 1
02	12	16	8	28	11	2	4	42	10	- 1	32	2	1
03	13	10	11	28	- 7	3	4	44	9	+ 4	33	+ 1	2
04	13	- 4	15	25	+ 0	3	3	46	7	13	34	- 0	3
05	12	+ 6	18	22	6	3	3	46	5	17	33	1	4
06	12	11	21	19	8	2	2	46	+ 3	20	33	1	4
07	9	20	24	14	13	2	+ 1	44	- 1	25	32	2	4
08	6	28	27	7	19	1	- 0	41	4	27	31	2	4
09	4	32	27	- 2	22	+ 0	1	38	4	28	28	3	4
1910	- 1	+ 37	+ 28	+ 3	+ 25	- 0	- 2	+ 35	- 5	+ 28	+ 23	- 3	- 4

Einheit: 5. Dezimale in Teilen des Radius.

Tafel IV b.
Die W-Koeffizienten für 1860 bis 1910.

Jan 0,0	W ₀	W ₁	W ₂	W ₃	W ₄	W ₅	W ₆	W ₇	W ₁ ^s	W ₂ ^s	W ₃ ^s	W ₄ ^s	W ₅ ^s	W ₆ ^s	W ₇ ^s
1860	+ 16	+ 116	- 22	- 16	+ 43	+ 4	+ 7	- 11	+ 18	+ 26	- 57	+ 4	- 7	+ 12	- 1
61	+ 9	119	22	25	44	3	9	11	+ 4	28	52	- 1	7	11	+ 0
62	- 2	120	22	39	43	1	12	11	- 23	30	43	9	7	8	2
63	- 12	116	22	46	41	+ 0	13	10	43	34	34	15	7	5	4
64	17	113	22	50	39	- 1	14	10	56	37	27	19	6	3	5
65	24	105	22	54	36	2	14	9	75	42	- 16	25	5	+ 1	6
66	33	91	21	55	30	2	14	8	96	47	+ 1	31	4	- 3	8
67	36	82	21	54	27	3	13	7	107	50	11	35	3	6	9
68	39	71	19	50	23	3	12	6	116	54	20	38	2	8	9
69	40	52	15	41	15	2	9	4	130	60	33	41	1	11	10
1870	- 39	+ 34	- 12	- 32	+ 9	- 2	+ 6	- 2	- 137	+ 65	+ 43	- 43	- 0	- 13	+ 11
71	37	22	9	26	+ 4	1	4	- 1	141	66	46	43	0	14	11
72	32	+ 4	- 3	- 14	- 2	- 0	+ 1	+ 1	144	68	50	44	0	14	11
73	25	- 21	+ 3	+ 2	11	+ 1	- 4	3	142	69	53	42	0	14	11
74	20	34	7	11	15	2	5	4	140	69	51	41	1	13	10
75	13	47	12	20	19	3	7	5	136	68	49	39	2	12	10
76	- 2	69	19	34	27	3	11	7	121	67	40	34	3	10	9
77	+ 7	83	23	44	32	2	12	8	112	60	32	30	4	7	8
78	13	92	27	47	35	2	14	9	103	56	26	27	5	5	7
79	22	103	30	52	38	2	14	9	86	49	+ 14	21	6	- 2	5
1880	+ 30	- 114	+ 32	+ 56	- 41	+ 0	- 15	+ 10	- 65	+ 42	- 1	- 14	- 7	+ 2	+ 4
81	34	118	33	54	43	- 1	14	11	50	38	11	9	7	5	2
82	37	121	34	53	43	2	12	11	37	33	20	- 4	7	7	+ 1
83	40	122	34	46	43	4	10	11	- 10	26	35	+ 5	7	11	- 1
84	40	121	35	37	42	6	8	11	+ 10	21	44	11	7	12	3
85	38	117	34	30	41	7	6	10	23	17	49	15	6	13	4
86	34	112	33	19	40	8	- 2	10	42	14	55	21	5	14	5
87	28	97	33	+ 4	34	8	+ 2	9	65	11	58	28	3	15	7
88	23	88	33	- 5	30	9	4	7	77	8	58	31	2	14	8
89	17	77	33	14	26	8	6	6	89	7	56	35	- 0	13	9
1890	+ 5	- 55	+ 36	- 30	- 19	- 8	+ 10	+ 5	+ 106	+ 5	- 50	+ 39	+ 2	+ 11	- 10
91	- 3	39	38	39	13	7	12	3	115	3	42	42	3	8	10
92	8	- 26	40	43	9	6	12	2	120	2	36	43	4	6	11
93	18	- 6	43	50	- 2	4	14	+ 1	126	+ 0	25	44	4	+ 3	11
94	27	+ 19	47	55	+ 6	3	14	- 1	129	- 2	10	43	4	- 1	11
95	31	33	50	56	11	2	14	3	128	4	- 1	42	4	3	11
96	35	48	54	54	16	1	13	4	125	6	+ 8	41	4	5	10
97	40	73	57	48	23	0	11	6	118	12	24	37	3	9	9
98	40	87	59	41	28	0	9	7	109	18	33	33	3	11	8
99	39	98	60	36	31	0	7	8	101	22	39	30	2	12	7
1900	- 36	+ 113	+ 62	- 24	+ 35	- 0	+ 4	- 9	+ 87	- 27	+ 47	+ 25	+ 0	- 14	- 6
01	31	127	61	10	40	1	+ 0	10	69	33	52	18	- 1	14	5
02	27	133	60	- 1	41	1	- 2	10	58	37	52	14	1	14	4
03	20	138	57	+ 10	43	1	5	11	43	42	52	+ 8	1	13	- 2
04	9	141	51	25	44	3	8	11	19	45	46	- 0	1	12	+ 0
05	- 2	142	46	34	43	4	11	11	+ 2	49	41	6	1	10	2
06	+ 5	139	42	41	42	5	12	11	- 11	50	34	11	- 0	8	3
07	14	133	34	49	40	5	14	10	31	52	24	17	+ 1	4	4
08	- 23	124	26	54	36	6	14	9	50	51	10	24	2	- 1	6
09	29	117	22	56	33	6	15	9	62	51	+ 2	28	3	+ 2	7
1910	+ 34	+ 106	+ 17	+ 55	+ 30	- 6	- 14	- 8	- 76	- 48	- 9	- 32	+ 4	+ 4	+ 8

Einheit: 5. Dezimale in Teilen.

Tafel IVc.

Die R -Koeffizienten für 1910 bis 1960.

Jan. 0,0	R_0	R_1^c	R_2^c	R_3^c	R_4^c	R_5^c	R_6^c	R_1^s	R_2^s	R_3^s	R_4^s	R_5^s	R_6^s
1910	- 1	+ 37	+ 28	+ 3	+ 25	- 0	- 2	+ 35	- 5	+ 28	+ 23	- 3	- 4
11	+ 3	+ 42	+ 27	+ 11	+ 29	1	3	+ 27	6	+ 27	+ 18	2	3
12	7	+ 47	+ 27	+ 17	+ 31	2	3	+ 22	6	+ 24	+ 14	2	3
13	9	+ 49	+ 27	+ 20	+ 32	2	4	+ 17	6	+ 21	+ 11	2	2
14	12	+ 51	+ 26	+ 24	+ 34	2	4	+ 11	6	+ 16	+ 5	- 1	- 1
15	14	+ 53	+ 25	+ 26	+ 34	3	4	+ 3	5	+ 9	- 1	+ 0	+ 0
16	16	+ 53	+ 24	+ 28	+ 34	3	4	- 3	4	+ 5	5	1	1
17	17	+ 52	+ 24	+ 28	+ 33	3	4	+ 9	- 2	- 1	9	1	2
18	17	+ 49	+ 23	+ 26	+ 30	2	3	+ 18	+ 1	- 9	15	2	3
19	17	+ 46	+ 23	+ 25	+ 28	1	3	+ 23	2	+ 14	+ 19	2	3
1920	+ 16	+ 43	+ 23	+ 22	+ 26	- 0	- 2	- 27	+ 3	- 18	- 22	+ 3	+ 4
21	14	+ 38	+ 23	+ 17	+ 22	+ 0	- 1	+ 33	4	+ 23	+ 26	+ 3	+ 4
22	11	+ 32	+ 22	+ 10	+ 17	1	- 0	+ 38	4	+ 26	+ 29	2	4
23	9	+ 26	+ 22	+ 6	+ 14	2	+ 1	+ 41	3	+ 27	+ 31	2	4
24	6	+ 20	+ 21	- 0	+ 10	2	2	+ 44	2	+ 28	+ 33	2	4
25	+ 2	+ 11	+ 20	+ 8	+ 3	3	3	+ 45	+ 1	+ 27	+ 34	+ 1	3
26	- 1	+ 6	+ 19	+ 12	- 1	3	3	+ 46	- 1	+ 25	+ 34	- 0	3
27	3	+ 1	+ 18	+ 17	+ 5	3	4	+ 46	3	+ 23	+ 34	1	2
28	6	- 10	+ 15	+ 22	+ 11	2	4	+ 44	5	+ 17	+ 32	2	1
29	9	+ 17	+ 10	+ 25	+ 16	2	4	+ 41	7	+ 12	+ 30	2	+ 0
1930	- 11	- 22	+ 8	- 27	- 19	+ 1	+ 4	- 38	- 9	- 8	- 28	- 2	- 0
31	12	+ 27	+ 6	+ 28	+ 22	+ 0	4	+ 35	12	- 1	+ 26	3	1
32	13	+ 36	+ 1	+ 27	+ 27	- 1	4	+ 28	16	+ 7	+ 21	3	2
33	13	+ 39	- 2	+ 26	+ 29	1	3	+ 24	18	+ 11	+ 17	2	3
34	12	+ 42	+ 5	+ 24	+ 31	2	3	+ 19	19	+ 15	+ 14	2	3
35	10	+ 46	+ 11	+ 18	+ 33	2	2	+ 10	20	+ 22	+ 8	1	4
36	8	+ 48	+ 13	+ 13	+ 34	3	+ 1	- 4	20	+ 25	- 3	- 0	4
37	6	+ 49	+ 14	+ 9	+ 34	3	- 0	+ 1	20	+ 26	+ 1	+ 0	4
38	3	+ 49	+ 16	- 4	+ 33	3	2	+ 8	21	+ 28	+ 5	1	4
39	- 0	+ 48	+ 18	+ 6	+ 32	2	2	+ 17	21	+ 28	+ 12	2	4
1940	+ 3	- 46	- 19	+ 10	- 30	- 2	- 3	+ 23	- 21	+ 26	+ 16	+ 2	- 3
41	6	+ 43	+ 20	+ 14	+ 28	1	3	+ 28	20	+ 25	+ 19	+ 2	3
42	9	+ 40	+ 18	+ 20	+ 24	- 0	4	+ 35	20	+ 19	+ 24	3	2
43	12	+ 34	+ 17	+ 24	+ 20	+ 1	4	+ 41	19	+ 14	+ 27	3	1
44	14	+ 30	+ 16	+ 26	+ 17	1	4	+ 44	20	+ 10	+ 29	2	- 0
45	16	+ 24	+ 14	+ 28	+ 13	2	4	+ 47	20	+ 4	+ 31	2	+ 1
46	17	+ 16	+ 13	+ 28	+ 7	2	4	+ 50	20	- 3	+ 33	1	2
47	17	+ 11	+ 12	+ 27	- 3	3	3	+ 51	20	+ 8	+ 34	+ 0	3
48	17	- 6	+ 11	+ 26	+ 1	3	3	+ 52	20	+ 12	+ 34	- 0	3
49	15	+ 4	+ 10	+ 21	+ 7	2	2	+ 51	21	+ 20	+ 33	1	4
1950	+ 14	+ 12	- 8	+ 16	+ 12	+ 2	- 1	+ 48	- 22	- 24	+ 32	- 2	+ 4
51	12	+ 15	+ 6	+ 12	+ 16	2	- 0	+ 47	21	+ 25	+ 30	- 2	4
52	9	+ 21	+ 8	+ 6	+ 20	1	+ 1	+ 43	20	+ 27	+ 28	3	4
53	5	+ 29	+ 8	- 2	+ 25	+ 0	2	+ 37	19	+ 28	+ 23	3	4
54	+ 2	+ 33	+ 9	+ 7	+ 27	- 1	2	+ 33	18	+ 28	+ 20	3	4
55	- 0	+ 37	+ 10	+ 12	+ 29	1	3	+ 29	16	+ 26	+ 17	2	3
56	4	+ 41	+ 11	+ 18	+ 32	2	4	+ 20	13	+ 22	+ 11	2	2
57	7	+ 43	+ 12	+ 22	+ 33	3	4	+ 13	11	+ 16	+ 6	1	1
58	9	+ 44	+ 13	+ 25	+ 34	3	4	+ 8	7	+ 13	+ 3	- 0	+ 1
59	11	+ 44	+ 13	+ 27	+ 34	3	4	+ 1	- 2	- 7	- 2	+ 0	- 0
1960	- 12	+ 44	- 14	- 30	+ 33	- 2	+ 4	- 10	+ 2	+ 1	- 9	+ 1	- 2

Einheit: 5. Dezimale in Teilen des Radius.

Tafel IVd.

Die W-Koeffizienten für 1910 bis 1960.

Jan. 0,0	W_0	W_1^c	W_2^c	W_3^c	W_4^c	W_5^c	W_6^c	W_7^c	W_1^s	W_2^s	W_3^s	W_4^s	W_5^s	W_6^s	W_7^s
1910	+ 34	+ 106	+ 17	+ 55	+ 30	- 6	- 14	- 8	- 76	- 48	- 9	- 32	+ 4	+ 4	+ 8
11	38	85	9	50	23	5	12	6	93	44	26	37	6	8	9
12	39	70	5	46	18	4	10	5	102	42	34	40	7	10	10
13	39	57	+ 1	40	14	3	8	4	107	40	42	41	8	12	11
14	37	35	- 2	27	+ 6	- 1	5	- 2	114	37	50	43	8	13	11
15	33	+ 11	5	16	- 1	+ 0	- 1	+ 0	117	35	56	44	9	14	11
16	29	- 3	7	+ 8	6	1	+ 1	2	118	33	57	43	8	14	11
17	23	21	9	- 3	11	3	3	3	116	31	57	42	8	14	11
18	13	47	12	19	20	4	7	5	107	32	55	39	7	13	10
19	+ 5	63	13	29	24	5	9	6	101	32	50	36	6	11	9
1920	- 1	- 76	- 15	- 36	- 28	+ 5	+ 11	+ 7	- 95	- 33	- 41	- 34	+ 5	+ 9	+ 9
21	11	95	18	46	33	6	13	9	80	36	34	28	3	6	8
22	20	110	22	52	38	6	14	10	64	39	21	22	2	+ 2	6
23	25	118	25	55	40	5	14	10	52	40	13	18	+ 1	- 0	5
24	30	128	29	55	42	5	14	11	37	42	- 2	12	- 1	3	3
25	36	135	35	53	43	4	12	11	- 12	43	+ 15	- 4	1	7	+ 1
26	39	137	39	48	44	3	12	11	+ 3	43	23	+ 1	1	9	- 0
27	39	139	43	44	43	2	10	11	17	44	31	6	1	11	2
28	38	137	50	33	41	1	6	11	38	42	41	14	1	12	4
29	35	131	56	21	39	0	3	10	58	40	48	20	1	13	5
1930	- 32	- 126	- 59	- 13	- 36	+ 0	+ 1	+ 9	+ 71	- 36	+ 51	+ 24	- 0	- 14	- 6
31	26	117	62	- 2	33	0	- 2	9	85	32	52	29	+ 1	14	7
32	17	101	65	+ 14	26	0	6	7	104	25	50	35	2	13	9
33	10	89	65	24	22	0	8	6	112	20	47	38	3	12	10
34	- 3	76	64	31	18	1	10	5	120	17	41	40	4	10	10
35	+ 7	56	63	43	13	2	12	3	128	10	32	43	5	7	11
36	16	35	60	50	- 3	3	14	+ 1	133	- 3	21	44	4	4	11
37	21	22	58	53	+ 1	4	14	- 0	133	+ 0	13	44	4	- 1	11
38	28	- 4	54	54	7	5	15	2	133	6	+ 1	43	3	+ 1	11
39	34	+ 21	48	54	15	7	13	4	127	12	- 15	41	2	5	11
1940	+ 38	+ 35	- 44	+ 51	+ 20	+ 8	- 13	- 5	+ 121	+ 14	- 24	+ 39	+ 1	+ 7	- 10
41	39	48	40	47	24	8	11	6	114	16	32	36	+ 0	9	9
42	39	69	35	38	31	9	8	8	99	18	44	31	- 2	12	8
43	37	84	31	27	35	8	4	9	85	20	52	26	3	13	7
44	34	94	29	19	37	8	- 2	10	72	22	55	22	4	14	6
45	29	102	26	+ 7	40	7	+ 1	10	56	23	58	17	5	14	4
46	20	114	23	- 9	43	5	5	11	31	24	57	9	7	14	2
47	13	117	23	18	44	4	7	11	16	26	56	+ 4	7	13	- 1
48	+ 8	119	22	27	44	3	9	11	+ 1	28	51	- 1	7	12	+ 0
49	- 3	120	22	39	43	+ 2	12	11	- 15	32	42	9	7	8	2
1950	- 13	+ 116	- 23	- 47	+ 41	- 0	+ 13	- 11	- 36	+ 35	- 33	- 16	- 7	+ 5	+ 4
51	17	113	22	51	39	1	14	10	58	37	25	20	6	+ 3	5
52	25	104	21	55	35	2	14	9	77	41	- 15	25	5	- 0	7
53	30	90	21	54	30	2	14	8	98	46	+ 3	32	4	4	8
54	36	81	20	53	26	3	13	7	109	50	12	35	3	6	9
55	38	70	18	50	22	3	12	6	118	55	21	38	2	8	10
56	39	49	15	41	14	2	9	4	132	60	34	41	1	11	11
57	38	32	12	32	8	2	0	2	139	65	42	42	0	13	11
58	37	+ 19	7	25	+ 4	- 1	4	- 1	141	67	47	43	0	14	11
59	32	- 1	- 3	- 13	- 3	+ 1	+ 1	+ 1	144	68	51	44	0	14	11
1960	- 23	- 23	+ 5	+ 3	- 11	+ 2	- 4	+ 3	- 142	+ 69	+ 53	- 42	- 0	- 13	+ 11

Einheit: 5. Dezimale in Teilen des Radius.

