benutzt, und überall, wo ich mich auf sie beziehe, handelt es sich um untenstehende Veröffentlichungen. Die Berechnung der Bewegungstafel für Sappho unterscheidet sich insofern von den a. a. O. mitgeteilten Methoden, als hier nicht die mittlere Länge als unabhängige Variable eingeführt wird, wie es Herr Brendel tut, auch nicht die wahre Länge in der Bahn als Tafelargument beibehalten wird, wie es bei Herrn Kramer geschehen ist, sondern eine Größe als unabhängige Variable benutzt wird, welche der wahren Länge in der ungestörten Ellipse entspricht und die gleichzeitig den Hauptteil der säkularen Störungen der Perihellänge in der Mittelpunktsgleichung berücksichtigt. Es ist dies besonders bei größeren Exzentrizitäten von Vorteil, wo sonst bei Herausnahme der Mittelpunktsgleichung aus den Argumenten nach Potenzen letzterer Größe entwickelt werden muß, während bei unserer Methode nur Größen von der Ordnung der Störungen selbst aus den Argumenten genommen werden.

Zum Schlusse möchte ich nicht verfehlen, Herrn Professor Cohn für die bereitwillige Überlassung des Materials des Recheninstitutes zu danken, sowie Herrn Dr. Kramer für manche wertvolle Anregung, die ich im Laufe der Arbeit von ihm empfing [1]).

Erstes Kapitel.

Ableitung genäherter absoluter Elemente für den Planeten Sappho (80).

1. Zunächst sind zur Aufstellung der Störungsgleichungen genäherte absolute Elemente herzuleiten. Bei dieser Gelegenheit sei nochmals darauf hingewiesen, daß ich mich in der Bezeichnungsweise dem II. und III. Teile des Brendelschen Werkes anschließe, und daß in bezug auf die Einzelheiten in Formeln und in den Konstanten für die elliptische Jupiterbewegung alles Erforderliche dort nachzusehen ist. Erst bei der Einführung der Zeit als Hauptvariable tritt ein Unterschied gegen die Brendelschen Formeln ein, und es werden von da ab die Schlußformeln ausführlicher mitgeteilt.

Zur Berechnung der Funktionen R, W, Z werden für die der elliptischen Exzentrizität und der Neigung entsprechenden Größen η und j folgende Näherungswerte angenommen:

$$1)\qquad \eta = \eta_0 . \gamma = (9{,}30220)\,\gamma, \quad \sin j = \sin j_0 . \varepsilon = (9{,}17571)\,\varepsilon.$$

Die Größen γ und ε werden, falls die Näherungswerte bereits recht gut sind, nur wenig von 1 abweichen. Mit diesen Ausdrücken für η und $\sin j$ wurden nun die aus den Brendelschen Tafeln entnommenen Störungskoeffizienten multi-

---

1) Nach dem Tode des Verfassers habe ich in Gemeinschaft mit Herrn Prof. Lemke eine Durchsicht der Arbeit übernommen und die Drucklegung überwacht. J. Kramer.

pliziert, und es ergaben sich unter Berücksichtigung der entsprechenden Größen für Jupiter folgende Ausdrücke:

$$
2)\quad \begin{array}{lll}
R = +(5{,}241) & -(5{,}617)\gamma\cos(w-\mathrm{v}) & +(6{,}018)\gamma^2\cos(2w-2\mathrm{v}) \\
\quad -(6{,}278)\cos w & +(6{,}687)\gamma\cos(2w-\mathrm{v}) & -(6{,}571)\gamma^2\cos(3w-2\mathrm{v}) \\
\quad +(6{,}530)\cos 2w & -(6{,}722)\gamma\cos(3w-\mathrm{v}) & -(6{,}197)\gamma^2\cos(4w-2\mathrm{v}) \\
\quad +(5{,}633)\cos 3w & +(6{,}399)\gamma\cos(3w-\mathrm{v}-\mathrm{v}_1) & \\
\quad +(6{,}427)\cos(3w-\mathrm{v}_1) & +(6{,}162)\gamma\cos(4w-\mathrm{v}-\mathrm{v}_1) & \\
\quad -(5.509)\cos(4w-2\mathrm{v}_1) & &
\end{array}
$$

$$
3)\quad \begin{array}{lll}
W = +(6{,}704)\sin w & -(5{,}636)\gamma\sin(w+\mathrm{v}) & +(5{,}704)\gamma^2\sin w \\
\quad -(6{,}738)\sin 2w & +(6{,}054)\gamma\sin(2w+\mathrm{v}) & +(6{,}042)\gamma^2\sin 2w \\
\quad -(5{,}756)\sin 3w & +(6{,}296)\gamma\sin(w-\mathrm{v}) & -(6{,}217)\gamma^2\sin 3w \\
\quad -(5{,}824)\sin(w-\mathrm{v}_1) & -(7{,}146)\gamma\sin(2w-\mathrm{v}) & -(5{,}906)\gamma^2\sin(2w-2\mathrm{v}) \\
\quad +(5{,}998)\sin(2w-\mathrm{v}_1) & +(7{,}005)\gamma\sin(3w-\mathrm{v}) & +(7{,}292)\gamma^2\sin(3w-2\mathrm{v}) \\
\quad -(6{,}696)\sin(3w-\mathrm{v}_1) & +(5{,}647)\gamma\sin(4w-\mathrm{v}) & +(6{,}519)\gamma^2\sin(4w-2\mathrm{v}) \\
\quad +(5{,}861)\sin(3w-2\mathrm{v}_1) & +(5{,}921)\gamma\sin(3w+\mathrm{v}+\mathrm{v}_1) & \\
\quad +(5{,}868)\sin(4w-2\mathrm{v}_1) & -(7{,}258)\gamma\sin(3w-\mathrm{v}-\mathrm{v}_1) & -(5{,}673)\varepsilon\sin(3w-\mathfrak{v}-\mathfrak{v}_1) \\
\quad -(5{,}569)\sin(v-\omega) & -(6{,}497)\gamma\sin(4w-\mathrm{v}-\mathrm{v}_1) & -(5{,}631)\varepsilon^2\sin w \\
 & & +(6{,}189)\varepsilon^2\sin(3w-2\mathfrak{v})
\end{array}
$$

$$
4)\quad \begin{array}{l}
\mathfrak{Z} = +(5{,}525)\varepsilon\sin(2w-\mathfrak{v}) \\
\qquad -(5{,}775)\varepsilon\sin(3w-\mathfrak{v})
\end{array}
$$

$$
5)\quad \mathfrak{N} - \Sigma = 0.
$$

Es wurden nur die Koeffizienten berücksichtigt, die größer als (5,5) waren; bei den konstanten Gliedern, die, welche größer als (5,0) waren. Für $\varkappa$ wurde als erste Näherung in dem sehr kleinen Ausdruck $-2\varsigma\varkappa\sin(v-\omega)$ der Wert η_0 eingeführt. Aus Tafel 43 ergab sich $\varsigma = \tau = (5{,}966)$.

Da wir für die spätere Rechnung auch die Differentialquotienten $\frac{dR}{dv}$ und $\frac{d\mathfrak{Z}}{dv}$ nötig haben, so seien sie hier gleich mit hingeschrieben. Alle Glieder, die in R und $\mathfrak{Z}$ unterhalb der Genauigkeitsgrenze von (5,5) waren, aber durch das Differenzieren sie überschritten. wurden berücksichtigt, die, welche durch Bildung von $\frac{dR}{dv}$ und $\frac{d\mathfrak{Z}}{dv}$ unter die Genauigkeitsgrenze fielen, wurden vernachlässigt.

$$
6)\quad \begin{array}{lll}
\dfrac{dR}{dv} = +(6{,}127)\sin w & -(6{,}303)\gamma\sin(2w-\mathrm{v}) & +(5{,}786)\gamma^2\sin(2w-2\mathrm{v}) \\
\quad -(6{,}680)\sin 2w & +(6{,}771)\gamma\sin(3w-\mathrm{v}) & +(5{,}651)\gamma^2\sin(3w-2\mathrm{v}) \\
\quad -(5{,}959)\sin 3w & +(5{,}697)\gamma\sin(4w-\mathrm{v}) & +(6{,}114)\gamma^2\sin(4w-2\mathrm{v}) \\
\quad -(6{,}476)\sin(3w-\mathrm{v}_1) & -(6{,}079)\gamma\sin(4w-\mathrm{v}-\mathrm{v}_1) &
\end{array}
$$

7) $\frac{d\mathfrak{Z}}{dv} = -(5{,}824)\,\varepsilon \cos(3w - \mathfrak{v})$.

Alle diese numerischen Koeffizienten sind in Einheiten des Radius ausgedrückt. Um W in Graden, Minuten oder Sekunden zu erhalten, muß man mit der entsprechenden Konstanten multiplizieren; dies geschieht am besten erst am Schluß der Rechnung.

2. Aus dem Material des Recheninstitutes wurden nun zur genäherten Bestimmung der Konstanten drei Elementensysteme entnommen und auf das mittlere Äquinoktium 1900,0 bezogen. Bei der Wahl dieser Systeme ist darauf zu achten, daß sie einen langen Zeitraum umfassen und möglichst gleichmäßig über die Bahn verteilt sind. Die Anfangsepoche legen wir ebenfalls möglichst in die Nähe von 1900,0, da v nicht in Perioden sondern von $-\infty$ bis $+\infty$ gezählt wird.

System	Epoche, mittl. Berl. Zeit	Mittlere Anomalie	π	Ω	i	φ	Mittlere Bewegung	log $\bar{a}$
I.	1864 Mai 12,0	264° 59′ 55″	355° 27′ 10″	219° 1′ 56″	8° 36′ 42″	11° 32′ 47″	1019,″3683	0,361 1170
II.	1887 Jan. 12,0	90 25 8	355 44 35	218 44 15	8 37 31	11 36 56	1020,3041	0,360 8513
III.	1896 Okt. 11,0	19 11 20	355 35 20	218 40 49	8 37 30	11 34 30	1020,1089	0,360 9067

Zunächst müssen wir die wahre Länge v bestimmen. Wir berechnen aus den mittleren Anomalien und den Exzentrizitäten mit Hilfe der Keplerschen Gleichung die exzentrischen Anomalien und daraus nach bekannten Formeln die wahren Anomalien, die folgende Werte haben:

8) I. 243° 10′ 29″ II. 112° 51′ 36″ III. 29° 0′ 15″.

Durch Addition von π ergeben sich für die wahren Längen, wenn gleich durchgezählt wird:

9) I. −3721° 22′ 22″ II. −1331° 23′ 49″ III. −335° 24′ 25″.

Wir setzen nun

$$
10)\quad
\begin{aligned}
&\mathrm{v} = \mathrm{v}_0 + \Delta\mathrm{v} \qquad \mathrm{v}_0 = v - \pi \qquad \mathfrak{v} = \mathfrak{v}_0 + \Delta\mathfrak{v} \qquad \mathfrak{v}_0 = v - \Omega \\
&\qquad\qquad\qquad\quad \mathrm{v}_1 = v - \Pi' \qquad\qquad\qquad\qquad\quad \mathfrak{v}_1 = v - \Omega' \\
&w = w_0 + \Delta w \qquad w_0 = (1-\mu)v - L' + \mu L = (v - L') - \mu(v - L).
\end{aligned}
$$

Hierin sind L und L' die mittleren Längen zu obigen drei Epochen. Sie sind bestimmt aus:

11) L = mittlere Anomalie $+\,\pi$ $\qquad L' = \Lambda' + n't$.

Wählt man für w_0 den zweiten Ausdruck, so fallen, da L und L' ebenfalls durchgezählt werden müssen, die Vielfachen von 360° heraus. Man erhält schließlich folgende Näherungswerte:

		v_0	v_1	$\mathfrak{v}_0$	$\mathfrak{v}_1$	w_0
	I.	243° 10′,48	225° 54′,91	19° 35′,70	139° 11′,35	8° 29′,74
12)	II.	112 51,60	95 53,46	249 51,93	9 9,90	257 29,72
	III.	29 0,25	11 52,86	165 54,76	285 9,30	241 22,98.

Diese Werte setzt man nun in die Formeln für R, $\frac{dR}{dv}$, W, $\mathfrak{Z}$, $\frac{d\mathfrak{Z}}{dv}$ ein und behält als Unbekannte die Größen γ, ε, $\varDelta\mathrm{v}$, $\varDelta\mathfrak{v}$, $\varDelta w$ bei.

Entwickelt man diese Formeln nach dem Taylorschen Satze, so kann man sie bei Vernachlässigung der Glieder höherer Ordnung in dieser Form schreiben:

$$\begin{aligned}
R &= R_0 + R_1\gamma + R_2\gamma^2 + \frac{\partial R}{\partial \mathrm{v}}\varDelta\mathrm{v} + \frac{\partial R}{\partial w}\varDelta w \\
\frac{dR}{dv} &= \frac{dR_0}{dv} + \frac{dR_1}{dv}\gamma + \frac{dR_2}{dv}\gamma^2 + \frac{\partial}{\partial \mathrm{v}}\left(\frac{dR}{dv}\right)\varDelta\mathrm{v} + \frac{\partial}{\partial w}\left(\frac{dR}{dv}\right)\varDelta w \\
\mathfrak{Z} &= \mathfrak{Z}_1\varepsilon + \frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial \mathfrak{v}}\varDelta\mathfrak{v} + \frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial w}\varDelta w \\
\frac{d\mathfrak{Z}}{dv} &= \frac{d\mathfrak{Z}_1}{dv}\varepsilon + \frac{\partial}{\partial \mathfrak{v}}\left(\frac{d\mathfrak{Z}}{dv}\right)\varDelta\mathfrak{v} + \frac{\partial}{\partial w}\left(\frac{d\mathfrak{Z}}{dv}\right)\varDelta w \\
W &= W_0 + W_1\gamma + W_2\gamma^2 + W_3\varepsilon + W_4\varepsilon^2 + \frac{\partial W}{\partial \mathrm{v}}\varDelta\mathrm{v} + \frac{\partial W}{\partial \mathfrak{v}}\varDelta\mathfrak{v} + \frac{\partial W}{dw}\varDelta w.
\end{aligned} \tag{13}$$

Die Gleichungen lauten für die 3 Systeme numerisch:

$$R\left\{\begin{aligned}
\mathrm{I.} &= -(5{,}771) + (6{,}068)\gamma + (5{,}551)\gamma^2 + (6{,}658)\varDelta\mathrm{v} - (6{,}752)\varDelta w \\
\mathrm{II.} &= -(5{,}740) - (5{,}982)\gamma + (6{,}606)\gamma^2 + (6{,}607)\varDelta\mathrm{v} - (7{,}179)\varDelta w \\
\mathrm{III.} &= +(6{,}367) - (6{,}610)\gamma - (5{,}301)\gamma^2 + (7{,}123)\varDelta\mathrm{v} - (7{,}452)\varDelta w
\end{aligned}\right.$$

$$\frac{dR}{dv}\left\{\begin{aligned}
\mathrm{I.} &= -(6{,}452) + (6{,}521)\gamma - (6{,}365)\gamma^2 + (6{,}615)\varDelta\mathrm{v} - (7{,}217)\varDelta w \\
\mathrm{II.} &= -(6{,}299) - (6{,}884)\gamma + (5{,}851)\gamma^2 - (5{,}663)\varDelta\mathrm{v} + (6{,}688)\varDelta w \\
\mathrm{III.} &= -(6{,}681) - (6{,}641)\gamma + (5{,}344)\gamma^2 - (6{,}655)\varDelta\mathrm{v} + (6{,}899)\varDelta w
\end{aligned}\right.$$

$$\mathfrak{Z}\left\{\begin{aligned}
\mathrm{I.} &= +(5{,}412)\varDelta\mathfrak{v} - (6{,}045)\varDelta w \\
\mathrm{II.} &= -(5{,}708)\varepsilon - (5{,}755)\varDelta\mathfrak{v} + (6{,}232)\varDelta w \\
\mathrm{III.} &= -(5{,}908)\varDelta\mathfrak{v} + (6{,}340)\varDelta w
\end{aligned}\right. \tag{14}$$

$$\frac{d\mathfrak{Z}}{dv}\left\{\begin{aligned}
\mathrm{I.} &= -(5{,}822)\varepsilon + (5{,}311)\varDelta w \\
\mathrm{II.} &= +(5{,}804)\varepsilon - (5{,}299)\varDelta\mathfrak{v} + (5{,}776)\varDelta w \\
\mathrm{III.} &= +(5{,}802)\varepsilon + (5{,}319)\varDelta\mathfrak{v} - (5{,}796)\varDelta w
\end{aligned}\right.$$

$$W\left\{\begin{aligned}
\mathrm{I.} &= -(6{,}542) + (7{,}270)\gamma - (7{,}346)\gamma^2 + (5{,}535)\varepsilon - (5{,}564)\varepsilon^2 \\
&\qquad + (6{,}964)\varDelta\mathrm{v} - (6{,}521)\varDelta\mathfrak{v} - (7{,}266)\varDelta w \\
\mathrm{II.} &= -(6{,}555) - (7{,}170)\gamma + (5{,}602)\gamma^2 - (6{,}049)\varepsilon^2 \\
&\qquad + (7{,}566)\varDelta\mathrm{v} - (5{,}625)\varDelta\mathfrak{v} - (7{,}683)\varDelta w \\
\mathrm{III.} &= -(6{,}868) - (6{,}746)\gamma - (7{,}217)\gamma^2 + (5{,}672)\varepsilon + (6{,}079)\varepsilon^2 \\
&\qquad - (7{,}270)\varDelta\mathrm{v} - (6{,}417)\varDelta\mathfrak{v} - (6{,}640)\varDelta w
\end{aligned}\right.$$

3. Wir wollen nun zunächst γ und $\Delta \mathrm{v}$ aus den Gleichungen für R und $\frac{dR}{dv}$ berechnen. Nach Brendel III, pg. 20, ist:

$$15)\quad \begin{aligned} \eta \cos \mathrm{v} &= \frac{a_0}{r} - 1 + \frac{a_0}{r}(1-\eta^2)f - \frac{a_0}{r}\eta^2 - R \\ \eta \sin \mathrm{v} &= \frac{a_0}{r^2}\frac{dr}{dv} + \frac{a_0}{r^2}(1-\eta^2)f\frac{dr}{dv} - \frac{a_0}{r^2}\frac{dr}{dv}\eta^2 + \frac{a}{r}\frac{d\eta^2}{dv} + \frac{dR}{dv} + \lambda. \end{aligned}$$

Hierbei bedeutet a_0 einen Näherungswert der großen Halbachse der Bahn, der durch Mittelbildung der Werte aus 17 Elementensystemen erhalten wurde. Die absolute unveränderliche Halbachse a ist mit ihrem Näherungswert a_0 durch die sehr kleine Korrektionsgröße f in folgender Weise verbunden:

$$16)\quad a = a_0(1+f) = (0{,}360\,9264)\,[1+f].$$

Aus den elliptischen Elementen berechnet man r und $\frac{dr}{dv}$; man berücksichtigt ferner in unserem Falle die kleine Größe $\lambda = \varsigma\varkappa \sin(v-\omega)$, kann aber die Größe $\frac{d\eta^2}{dv}$ ganz fortlassen. Dann kann man die Gleichungen 15) in der Form schreiben:

$$17)\quad \begin{aligned} -\eta \cos \mathrm{v} &= \alpha_0 + R_1\gamma + \alpha_2\gamma^2 + \alpha_3 f + \frac{\partial R}{\partial \mathrm{v}}\Delta \mathrm{v} + \frac{\partial R}{\partial w}\Delta w \\ +\eta \sin \mathrm{v} &= \alpha_0' + \frac{dR_1}{dv}\gamma + \alpha_2'\gamma^2 + \alpha_3' f + \frac{\partial}{\partial \mathrm{v}}\left(\frac{dR}{dv}\right)\Delta \mathrm{v} + \frac{\partial}{\partial w}\left(\frac{dR}{dv}\right)\Delta w. \end{aligned}$$

Hierin sind $\alpha_0, \alpha_2, \alpha_3$; $\alpha_0', \alpha_2', \alpha_3'$ definiert durch:

$$18)\quad \begin{aligned} \alpha_0 &= 1 - \frac{a_0}{r} + R_0 & \alpha_0' &= \frac{a_0}{r^2}\frac{dr}{dv} + \lambda + \frac{dR_0}{dv} \\ \alpha_2 &= \frac{a_0}{r}\eta_0^2 + R_2 & \alpha_2' &= -\frac{a_0}{r^2}\frac{dr}{dv}\eta_0^2 + \frac{dR_2}{dv} \\ \alpha_3 &= -\frac{a_0}{r}(1-\eta_0^2) & \alpha_3' &= \frac{a_0}{r^2}(1-\eta_0^2)\frac{dr}{dv}. \end{aligned}$$

Berechnet man alle diese Werte und führt noch auf den linken Seiten der Gleichungen 17) für η seinen Näherungswert $\eta_0\gamma$ ein, so erhält man schließlich:

$$19)\quad \begin{aligned} &\text{I.} \begin{cases} \gamma \cos \mathrm{v} = -(9{,}419\,76) - (6{,}766)\gamma - (9{,}279\,06)\gamma^2 + (0{,}656)f - (7{,}356)\Delta \mathrm{v} + (7{,}450)\Delta w \\ \gamma \sin \mathrm{v} = -(9{,}968\,00) + (7{,}219)\gamma + (8{,}5580)\gamma^2 - (9{,}949)f + (7{,}313)\Delta \mathrm{v} - (7{,}915)\Delta w \end{cases} \\ &\text{II.} \begin{cases} \gamma \cos \mathrm{v} = -(9{,}289\,42) + (6{,}680)\gamma - (9{,}289\,39)\gamma^2 + (0{,}663)f - (7{,}305)\Delta \mathrm{v} + (7{,}877)\Delta w \\ \gamma \sin \mathrm{v} = +(9{,}983\,85) - (7{,}582)\gamma - (8{,}5847)\gamma^2 + (9{,}966)f - (6{,}361)\Delta \mathrm{v} + (7{,}386)\Delta w \end{cases} \\ &\text{III.} \begin{cases} \gamma \cos \mathrm{v} = +(0{,}049\,244) + (7{,}308)\gamma - (9{,}390\,11)\gamma^2 + (0{,}768)f - (7{,}821)\Delta \mathrm{v} + (8{,}150)\Delta w \\ \gamma \sin \mathrm{v} = +(9{,}701\,71) - (7{,}339)\gamma - (8{,}3058)\gamma^2 + (9{,}686)f - (7{,}353)\Delta \mathrm{v} + (7{,}597)\Delta w \end{cases} \end{aligned}$$

Diese Gleichungen löst man durch sukzessive Annäherung auf und bestimmt zunächst γ als Funktion von f, $\varDelta \mathrm{v}$, $\varDelta w$.

$$
20)\quad
\begin{aligned}
&\text{I.} & \gamma &= (9{,}999\,99) - (0{,}151)f - (6{,}952)\varDelta\mathrm{v} + (7{,}831)\varDelta w \\
&\text{II.} & \gamma &= (9{,}999\,99) - (0{,}005)f + (6{,}793)\varDelta\mathrm{v} - (6{,}869)\varDelta w \\
&\text{III.} & \gamma &= (9{,}999\,93) + (0{,}569)f - (7{,}677)\varDelta\mathrm{v} + (7{,}993)\varDelta w.
\end{aligned}
$$

Diese Werte werden in 19) eingesetzt und außerdem berücksichtigt, daß

$$
21)\quad
\begin{aligned}
\cos \mathrm{v} &= \cos \mathrm{v}_0 - \varDelta\mathrm{v} \sin \mathrm{v}_0 \\
\sin \mathrm{v} &= \sin \mathrm{v}_0 + \varDelta\mathrm{v} \cos \mathrm{v}_0
\end{aligned}
$$

ist; dann ergeben sich folgende Gleichungen:

$$
22)\quad
\begin{aligned}
&\text{I.}\left\{
\begin{aligned}
\cos \mathrm{v} &= -(9{,}656\,68) + (0{,}646)f - (7{,}368)\varDelta\mathrm{v} + (7{,}520)\varDelta w \\
&= -(9{,}654\,44) + (9{,}950\,55)\varDelta\mathrm{v} \\
\sin \mathrm{v} &= -(9{,}949\,97) - (0{,}354)f - (7{,}075)\varDelta\mathrm{v} - (7{,}224)\varDelta w \\
&= -(9{,}950\,55) - (9{,}654\,44)\varDelta\mathrm{v}
\end{aligned}\right. \\
&\text{II.}\left\{
\begin{aligned}
\cos \mathrm{v} &= -(9{,}589\,91) + (0{,}663)f - (7{,}305)\varDelta\mathrm{v} + (7{,}877)\varDelta w \\
&= -(9{,}589\,37) - (9{,}964\,47)\varDelta\mathrm{v} \\
\sin \mathrm{v} &= +(9{,}964\,39) + (0{,}287)f - (6{,}930)\varDelta\mathrm{v} + (7{,}501)\varDelta w \\
&= +(9{,}964\,47) - (9{,}589\,37)\varDelta\mathrm{v}
\end{aligned}\right. \\
&\text{III.}\left\{
\begin{aligned}
\cos \mathrm{v} &= +(9{,}942\,90) + (9{,}905)f - (6{,}112)\varDelta\mathrm{v} + (6{,}819)\varDelta w \\
&= +(9{,}941\,80) - (9{,}685\,63)\varDelta\mathrm{v} \\
\sin \mathrm{v} &= +(9{,}682\,00) - (0{,}163)f + (6{,}370)\varDelta\mathrm{v} - (7{,}079)\varDelta w \\
&= +(9{,}685\,63) + (9{,}941\,80)\varDelta\mathrm{v}.
\end{aligned}\right.
\end{aligned}
$$

Hieraus findet man für jedes System zur Kontrolle 2 Werte von $\varDelta\mathrm{v}$.

$$
23)\quad
\begin{aligned}
&\text{I.}\left\{
\begin{aligned}
\varDelta\mathrm{v} &= -(7{,}416) + (0{,}694)f + (7{,}568)\varDelta w \\
\varDelta\mathrm{v} &= -(7{,}422) + (0{,}700)f + (7{,}570)\varDelta w
\end{aligned}\right. \\
&\text{II.}\left\{
\begin{aligned}
\varDelta\mathrm{v} &= +(5{,}722) - (0{,}700)f - (7{,}914)\varDelta w \\
\varDelta\mathrm{v} &= +(5{,}722) - (0{,}699)f - (7{,}913)\varDelta w
\end{aligned}\right. \\
&\text{III.}\left\{
\begin{aligned}
\varDelta\mathrm{v} &= -(7{,}662) - (0{,}219)f - (7{,}133)\varDelta w \\
\varDelta\mathrm{v} &= -(7{,}664) - (0{,}221)f - (7{,}137)\varDelta w.
\end{aligned}\right.
\end{aligned}
$$

Als Mittelwerte dieser Gleichungen ergeben sich:

$$
24)\quad
\begin{aligned}
&\text{I.} & \varDelta\mathrm{v} &= -\ 9{,}02 + (0{,}697)f + (7{,}569)\varDelta w \\
&\text{II.} & \varDelta\mathrm{v} &\doteq +\ 0{,}18 - (0{,}700)f - (7{,}913)\varDelta w \\
&\text{III.} & \varDelta\mathrm{v} &= -15{,}81 - (0{,}220)f - (7{,}135)\varDelta w
\end{aligned}
$$

und mit Hilfe von 10) und 12)

$$25)\quad \begin{array}{rl} \text{I.} & \mathrm{v} = 243^0\ 1',46 + (0{,}697)f + (7{,}569)\Delta w \\ \text{II.} & \mathrm{v} = 112\ 51{,}78 - (0{,}700)f - (7{,}913)\Delta w \\ \text{III.} & \mathrm{v} = 28\ 44{,}44 - (0{,}220)f - (7{,}135)\Delta w \end{array}$$

$$26)\quad \begin{array}{rl} \text{I.} & \Pi = 355^0 36',17 - (0{,}697)f - (7{,}569)\Delta w \\ \text{II.} & \Pi = 355\ 43{,}40 + (0{,}700)f + (7{,}913)\Delta w \\ \text{III.} & \Pi = 355\ 51{,}14 + (0{,}220)f + (7{,}135)\Delta w \end{array}$$

$$27)\quad \begin{array}{rl} \text{I.} & \gamma = (9{,}999\,99) - (0{,}152)f + (7{,}831)\Delta w \\ \text{II.} & \gamma = (9{,}999\,99) - (0{,}006)f - (6{,}872)\Delta w \\ \text{III.} & \gamma = (9{,}999\,93) + (0{,}570)f + (7{,}993)\Delta w \end{array}$$

$$28)\quad \begin{array}{rl} \text{I.} & \eta = (9{,}302\,19) - (9{,}454)f + (7{,}133)\Delta w \\ \text{II.} & \eta = (9{,}302\,19) - (9{,}308)f - (6{,}174)\Delta w \\ \text{III.} & \eta = (9{,}302\,13) + (9{,}872)f + (7{,}295)\Delta w. \end{array}$$

4. Die Werte für $\Delta\mathrm{v}$ und γ werden in die Formeln für W eingesetzt, gleichzeitig $\varepsilon = 1$ gesetzt und die sehr kleinen Glieder mit $\Delta\mathfrak{v}$ vernachlässigt.

$$29)\quad \begin{array}{rl} \text{I.} & W = -(6{,}851) + (7{,}916)f - (7{,}270)\Delta w \\ \text{II.} & W = -(7{,}281) - (8{,}231)f - (7{,}686)\Delta w \\ \text{III.} & W = -(7{,}444) - (8{,}050)f - (6{,}674)\Delta w. \end{array}$$

Ferner ergibt sich für die Mittelpunktsgleichung:

$$30)\quad \begin{array}{rl} \text{I.} & \Sigma B_n \sin n\mathrm{v} = +(9{,}581\,27) + (8{,}988)f - (7{,}188)\Delta w \\ \text{II.} & \Sigma B_n \sin n\mathrm{v} = -(9{,}591\,11) - (9{,}041)f - (7{,}068)\Delta w \\ \text{III.} & \Sigma B_n \sin n\mathrm{v} = -(9{,}229\,76) - (8{,}964)f + (7{,}428)\Delta w. \end{array}$$

Nehmen wir nun 1900,0 als Anfangsepoche, so hat man in bekannter Weise unter Weglassen der Glieder mit f und Δw:

$$31)\quad \begin{array}{rl} \text{I.} & -13016n + A = -3699^0 34',01 \\ \text{II.} & -\ \ 4736n + A = -1353\ 51{,}24 \\ \text{III.} & -\ \ 1176n + A = -\ \ 345\ 17{,}46. \end{array}$$

Um n zu bestimmen, bilde man III.—I. und III.—II.:

$$32)\quad \begin{array}{rlrl} 11\,840n &= 3354^0 16',55 & 3560n &= 1008^0 37',14 \\ n &= 1019'',8812 & n &= 1019'',8953 \\ A &= -12^0 7',80 & A &= -12^0 7',50. \end{array}$$

Aus $a^{\frac{3}{2}}n = (3.550\,0066)$ berechnet man mit Hilfe von 16) a und f

$$33)\quad \begin{array}{rlrl} \log a &= 0{,}360\,9713 & \log a &= 0{,}360\,9673 \\ \log f &= 6{,}015 & \log f &= 5{,}974. \end{array}$$

Man nehme aus den beiden n den Mittelwert, bestimme mit n' die Größe μ und berechne aus $w = (v - \varDelta') - \mu(v - \varDelta)$ und $w = w_0 + \varDelta w$ die Größen $\varDelta w$. Es ergab sich:

34) I. $\varDelta w = -0^\circ{,}012$ II. $\varDelta w = -0^\circ{,}003$ III. $\varDelta w = -0^\circ{,}021$.

Diese Werte und den Mittelwert von f setzt man in 29) und 30) ein und führt die Rechnung solange durch bis sich f und $\varDelta w$ nicht mehr ändern.

35)
$$n = 1019''{,}8814 \qquad n = 1019''{,}8968$$
$$\varDelta = -12^\circ 7'{,}746 \qquad \varDelta = -12^\circ 7'{,}446$$
$$\log f = 5.993.$$

Ferner ergeben sich für v, Π, η die Werte:

36)
$$\text{I.}\quad \mathrm{v} = 243^\circ\ 3'15 \qquad \Pi = 355^\circ 34'{,}48 \qquad \log\eta = 9{,}30217$$
$$\text{II.}\quad \mathrm{v} = 112\ 50{,}08 \qquad \Pi = 355\ 46{,}10 \qquad \log\eta = 9{,}30217$$
$$\text{III.}\quad \mathrm{v} = 28\ 43{,}88 \qquad \Pi = 355\ 51{,}70 \qquad \log\eta = 9{,}30219.$$

5. Wir gehen nun zu den Neigungsstörungen über. Sie sind in unserm Falle so klein, daß wir sie ganz vernachlässigen können. Wir setzen also ohne weiteres:

37)
$$\sin i = \sin j, \quad \mathfrak{v} = v - \sigma = v - \Omega = v - \Sigma,$$

und damit werden $\varepsilon = 1$ und $\varDelta\mathfrak{v} = 0$. Wir hatten uns in W früher bereits diese Vereinfachung erlaubt, brauchen also deshalb die Rechnung nicht noch einmal durchzuführen. Wir nehmen also für σ und $\sin j$ die elliptischen Werte:

38)
$$\text{I.}\quad \sigma = 219^\circ\ 1'{,}94 \qquad \log\sin j = 9{,}17533$$
$$\text{II.}\quad \sigma = 218\ 44{,}25 \qquad \log\sin j = 9{,}17600$$
$$\text{III.}\quad \sigma = 218\ 40{,}82 \qquad \log\sin j = 9{,}17587.$$

6. Es sind nun in bekannter Weise aus den η, Π, $\sin j$, σ die absoluten Elemente zu berechnen, wobei $\varsigma = \tau = (5{,}966)$ und $\varkappa_1 = (8{,}414)$ aus Brendel III Tafel 43 zu entnehmen ist. Es ergaben sich schließlich folgende Werte für die absoluten Elemente:

39)

	$\log\varkappa$	Γ	$\log\sin\iota$	Θ	$\varDelta$	n
1864 Mai 12,0	9,24516	353° 25',61	9,21015	225° 43',17	— 12° 7',746	1019",8814
1887 Jan. 12,0	9,24504	353 25,39	9,21050	225 39,62	— 12 7,446	1019,8968
1896 Okt. 11,0	9,24500	353 26,35	9,21034	225 42,10		

Das Mittel aus diesen verschiedenen Bestimmungen gibt uns folgende genäherte absolute Elemente: