Werk

Label: Chapter

Jahr: 1907

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?251726223_0005|log22

Kontakt/Contact

Digizeitschriften e.V.
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

info@digizeitschriften.de

Man erkennt in diesen Zahlen eine so gute Bestätigung des Turnerschen Gesetzes, als die geringe Genauigkeit unserer Zahlen und die Unregelmässigkeit der Korona irgend erwarten lassen konnte.

Die Gesamthelligkeit der Korona, verglichen mit der Sonne, folgt aus dem Integral:

$$\frac{2}{R^2}\int_{r=R}^{r=\infty} i(r)\,r dr.$$

Dasselbe giebt unter Benutzung des Ansatzes (17) ausgeführt $\frac{2\,i_0}{n-2}$.

Damit folgt für $n = 6$:

Die Gesamthelligkeit der Korona beträgt

$3{,}2 \cdot 10^{-7}$ oder 16^m3 verglichen mit der Sonne
$0{,}17$ „ 1^m9 „ „ dem Monde.

Abschnitt V. Die Form der Mondoberfläche beim zweiten Kontakt und die Helligkeit des Sonnenrandes.

§ 20.

Das kontinuierliche Spektrum der schmalen Sonnensichel, welches man bei Aufnahmen mit der Prismenkamera kurz vor Beginn oder kurz nach Ende der Totalität erhält, ist durchsetzt von Längsstreifen wechselnder Helligkeit, welche den Unregelmässigkeiten des Mondrandes entstammen. Jeder Mondberg wird durch eine streifenformige Schwächung oder Unterbrechung, jedes Tal des Mondes durch einen Streifen stärkeren kontinuierlichen Photosphärenlichtes bezeichnet. Die Helligkeitsverteilung in einem solchen Spektrum wird daher bestimmt durch 2 Dinge: erstens durch die Form des Mondrandes, zweitens durch die Helligkeit der hinter dem Mondrand hervorblickenden Randstücke der Sonnenphotosphäre,

Es soll versucht werden, sowohl die Form des Mondrandes, als auch die Randhelligkeit der Sonne aus den Spektren auf Film Z_a, abzuleiten.

§ 21. Photometrische Durchmessung für die Wellenlänge $\lambda = 455\,\mu\mu$.

Die erste Arbeit bestand darin, für eine bestimmte Wellenlänge „Helligkeitsprofile“ quer durch die auf Film Z_a befindlichen flash-Spektren hindurch aufzunehmen. Ich wählte speziell die Wellenlänge $\lambda = 455\,\mu\mu$ und folgte der Krümmung der benachbarten Chromosphärenlinien bei der Durchmessung unter dem Mikrophotometer, um genau in einer Wellenlänge zu bleiben. Das Resultat der

Messungen der Spektren Nr. 9, 12 und 15 ist in Figur 2 (pag. 46.) dargestellt. Der Messapparat unter dem Mikrophotometer gestattete eine Ablesung auf 0.01 mm = 2″. Man darf an die Genauigkeit der Messungen keine übertriebenen Anforderungen stellen, denn es war oft nötig, feine Spektralstreifen zu photometrieren, die den Photometerfleck keineswegs ausfüllten. Es hätte sich eine etwas abgeänderte Photometerkonstruktion empfohlen, die noch kleinere Bereiche zu messen erlaubte. Es wurde etwa von 0.2 zu 0.2 mm gemessen und das Detail dazwischen schätzungsweise in die Kurven eingezeichnet, wobei ich Maxima und Minima tunlichst messend kontrollierte.

Die Abszissen S der Figur sind in einem gleich zu erläuternden ungleichmässigen Massstab gezeichnete Schwärzungen, die Ordinaten geben Millimeter senkrecht zur Erstreckung des Spektrums und von der Mitte des Mondes an gezählt. Die positive Richtung geht nach Süden. Die Mitte des Mondes liess sich dadurch auf den Aufnahmen festlegen, dass die Aufnahmen beiderseits durch das Koronaspektrum begrenzt waren, welches die Tangenten an den Mondrand bezeichnete.

Für die Beziehungen der Schwärzungen zu den Helligkeiten hat man einen Anhalt in den drei Spektren der abgeblendeten Sonne, welche vor der Finsternis auf demselben Film aufgenommen worden waren. Die Abblendungen berechnen sich aus den Durchmessern der verwendeten Löcher unter Berücksichtigung der Phase der Sonne bei der Aufnahme zu:

Lochgrösse:	0.52	1.06	3.19
Abblendungen:	$11^m.7$	10.2	7.8

Die Schwärzungen in den drei Spektren an der Stelle, welcher der Wellenlänge 455 $\mu\mu$ entsprach, und zwar in der Mitte des Streifens, in welchem also der volle Sonnendurchmesser wirkte, waren:

$$S = 62.5 \quad 66.0 \quad 71.4.$$

Diese Zahlen geben die lineare Beziehung zwischen Schwärzung S und Grössenklassen

$$S = 89.2 - 2.27m, \quad m = 0.440\ (89.2 - S).$$

Daraus folgt für die Intensitäten $J(= 0.4^m)$:

$$\log J = 0.176\ (S - 89.2).$$

Ich füge gleich den Ausdruck hinzu:

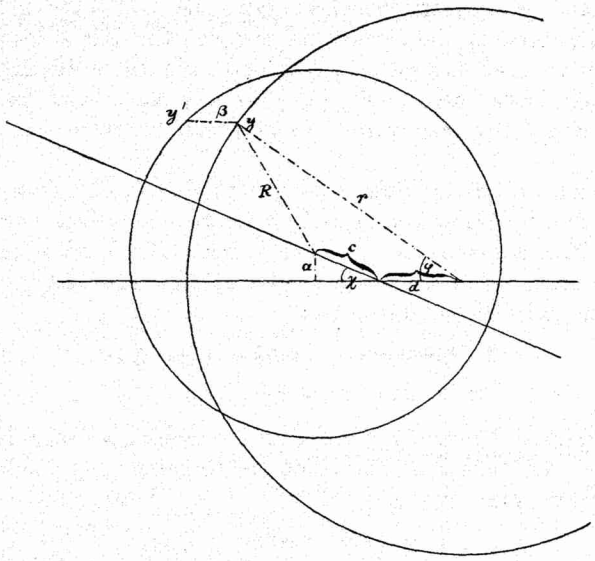
$$21) \qquad \log 2RJ = 0.176\ (S - 70.6),$$

in welchem R den Sonnenradius in Bogensekunden bedeutet. Die Größe $2RJ$ ist es, welche bei der Zeichnung der Helligkeitsprofile als gleichförmige Abscisse verwandt wurde und aus deren Verwendung die in Fig. 2 angegebene ungleichförmige Scale der Schwärzungen hervorging. Die Abscissen in Fig. 2 stellen dadurch bereits Helligkeiten und nicht mehr Schwärzungen dar.

§ 22. Theorie.

Wie hängen die gemessenen Helligkeiten oder Schwärzungen quantitativ mit der Form des Mondrandes und der Helligkeit des Sonnenrandes zusammen?

Man wähle ein rechtwinkliches Koordinatensystem, dessen Nullpunkt der Mittelpunkt des für den Augenblick kreisförmig vorausgesetzten Mondes sei, dessen y-Axe parallel der Dispersionsrichtung des Spektrums liegt, dessen x-Koordinaten also mit den ebenso bezeichneten Werten in Fig. 2 übereinstimmen. Der Mondradius sei r, der Sonnenradius sei R. Der Mittelpunkt der Sonne habe in diesem System die Koordinaten a, b (vgl. Fig. 1). Dann entspricht einer bestimmten x-Koordinate auf dem Mondrand der Punkt:



Figur 1.

$$y = \sqrt{r^2 - x^2}$$

und auf dem Sonnenrand der Punkt:

$$y' = b + \sqrt{R^2 - (x-a)^2}.$$

Sei:

$$x = r\sin\varphi, \qquad a = c\sin\chi, \qquad b = c\cos\chi + d, \qquad r - R = \varrho,$$

sodass φ der Positionswinkel am Mondmittelpunkt, χ die Neigung der relativen Bahn von Mond und Sonne gegen die Dispersionsrichtung des Spektrums ist und d die Abweichung der Verfinsterung von der genauen Zentralität misst. Damit ergiebt sich die „Sichelbreite β" an jeder Stelle:

$$\beta = y' - y = d + c\cos\chi - r\cos\varphi + \sqrt{r^2\cos^2\varphi - 2\varrho r + \varrho^2 + 2rc\sin\varphi\sin\chi - c^2\sin^2\chi}$$

oder, solange $r\cos\varphi$ gross gegen ϱ und c ist, durch Taylor-Entwicklung:

21) $$\beta = y' - y = d + \frac{c\cos(\chi-\varphi)-\varrho}{\cos\varphi} - \frac{(\varrho\sin\varphi - c\sin\chi)^2}{2r\cos^3\varphi}.$$

Dieser Differenz wird die Helligkeit des Spektrums J proportional sein. Wählt man als Einheit die Helligkeit, die ein Sonnendurchmesser erzeugen würde, so gilt:

$$J = \frac{i(R)}{2R}(y'-y).$$

Dabei ist $i(R)$ die Helligkeit des Sonnenrandes, verglichen mit der durchschnittlichen Helligkeit auf einem Sonnendurchmesser, und es ist angenommen, dass die Helligkeit in der Nachbarschaft des Sonnenrandes konstant ist, eine Voraussetzung, die wir später zu prüfen haben.

Hat nun der Mond an einer Stelle eine Einsenkung h, so ist J zu ersetzen durch:

22) $$J = \frac{i(R)}{2R}\left(y' - y - \frac{h}{\cos\varphi}\right).$$

Für einen Berg ist h positiv zu zählen. Sobald dieser Ausdruck negativ wird, ist er durch Null zu ersetzen, da dies vollständige Verdeckung der Photosphäre bedeutet. Man setze noch $c-\varrho = \xi$. Dann folgt:

$$J = \frac{i(R)}{2R}\left\{d - \varrho\frac{1-\cos(\chi-\varphi)}{\cos\varphi} - \frac{[\varrho(\sin\varphi-\sin\chi)-\xi\sin\chi]^2}{2r\cos^3\varphi} + \frac{\xi\cos(\chi-\varphi)}{\cos\varphi} - \frac{h}{\cos\varphi}\right\}$$

oder, da man in dem vorletzten Glied für die später in Frage kommenden Fälle ξ vernachlässigen darf:

23) $$J = \frac{i(R)}{2R}\left(a\xi + b - \frac{h}{\cos\varphi}\right)$$

$$a = \frac{\cos(\chi-\varphi)}{\cos\varphi} \qquad b = d - \varrho\cdot\frac{1-\cos(\chi-\varphi)}{\cos\varphi} - \frac{\varrho^2}{2r}\frac{(\sin\varphi-\sin\chi)^2}{\cos^3\varphi}.$$

Es sei noch angemerkt, dass der Eintritt der Totalität erfolgt für $\xi = \xi_0$, wo:

$$\xi_0 = -d\cos\chi - \varrho + \sqrt{\varrho^2 - d^2\sin^2\chi} \quad \text{ist.}$$

Für die in den vorstehenden Formeln auftretenden Grössen hat man folgende numerische Angaben. Aus den Daten der Finsternis findet man:

24) $$\xi = \xi_0 - 0''.416\,t^s \quad (t \text{ vom Eintritt der Totalität an gerechnet})$$
$$\varrho = 41''.5.$$

Ferner ergab die Abmessung am Instrument den Positionswinkel des Spektrums in der Richtung Rot-Violett:

$$p = 106^0.$$

Der Positionswinkel der scheinbaren Mondbahn relativ zur Sonne ergab sich rechnerisch zu 115°.5. Daher hatte der Winkel χ den Betrag:

$$\chi = 115^0.5 - 106^0 = 9^0.5.$$

Mit diesen Angaben fand sich folgendes Täfelchen für a und $b—d$:

Tabelle XII.

x	—3.0	—2.5	—2.0	—1.5	—1.0	—0.5	0.0	+0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
φ	—34°5	—28.2	—22.2	—16.4	—10.9	—5.4	0.0	+5.4	10.9	16.4	22.2	28.2	34.5	41.4	49.0	58.0	70.6
a	0.87	0.90	0.92	0.93	0.95	0.97	0.99	1.00	1.02	1.03	1.05	1.07	1.10	1.13	1.18	1.25	1.55
b-d	—16″5	—11.4	—7.8	—5.0	—3.0	—1.6	—0.6	—0.1	0.0	—0.4	—1.2	—2.9	—5.5	—9.9	—17.1	—32.2	—88.4

§ 23. Die Korrektion des Mondortes und die Randhelligkeit der Sonne.

Unbekannt sind noch, abgesehn von den Unebenheiten des Mondrandes h, die Grössen ξ und d, welche den Ort des Mondmittelpunktes gegen den Sonnenmittelpunkt festlegen, und die Randhelligkeit der Sonne i. Sobald man auf die Unregelmässigkeit des Mondrandes Rücksicht nimmt, wird der Mittelpunkt der Mondscheibe in gewissem Grade unbestimmt und man könnte daher ξ und d willkürlich ansetzen und hätte dann unter h eben die Abweichungen des Mondrandes von einem Kreis um diesen willkürlich gewählten Mittelpunkt zu verstehen. Es bliebe dann noch die Grösse i zu bestimmen. Das wäre aber auf keine Weise möglich, wofern nur die Helligkeiten J bekannt sind, denn jede Aenderung von i würde sich einfach auf die ebenfalls unbekannten Grössen h werfen. Das nötige neue Datum hätte man zur Verfügung, wenn die Zeiten der Spektralaufnahmen beobachtet wären. Da diese Beobachtung aber nicht erfolgt ist, so sind wir auf die Benutzung fremder Angaben angewiesen.

Das Profil des Mondrandes in grossen Zügen hat Herr Hayn aus heliometrischen Messungen abgeleitet (Astron. Nachr. Bd. 168, pag. 1). Um von demselben Gebrauch machen zu können, müssen wir den Mondmittelpunkt in Uebereinstimmung mit dem von Hayn gewählten Punkt wählen. Die Genauigkeit der Mondtafeln ist, wie bekannt, nicht gross genug, um aus ihnen etwa den genauen Ort des Mondmittelpunktes zu errechnen. Wir müssen vielmehr den Haynschen Messungen 3 Daten entnehmen, welche zugleich d, ξ und i zu bestimmen gestatten, welche dann aber ausser der Randhelligkeit der Sonne auch noch die Korrektion des Mondortes festlegen.

Herr Hayn giebt die Abweichungen des Mondrandes von der Kreisform als Funktionen der selenographischen Koordinaten P und D, die für die Randstellen bei der Finsternis als Funktionen des Positionswinkels p folgende Werte hatten:

p	P	D	φ
95°	72°	—3″3	—11°
115°	92°	—3.5	+9°
135°	112°	—3.3	+29°
155°	132°	—2.7	+49°.

Zwischen dem Positionswinkel p und unserem Winkel φ besteht der Zusammenhang: $p = 106^0 + \varphi$.

Mit diesen Angaben liess sich aus den Haynschen Daten das in der gestrichelten Kurve der Figur 3 gezeichnete Mondprofil ableiten.

Ich entnehme demselben die folgenden drei Höhenwerte:

$$\begin{aligned} \varphi &= 34.^{\circ}5\,(x = +3.0) : h = -0.''2 \\ \varphi &= 5.4 \quad (x = +0.5) : h = +0.''5 \\ \varphi &= 10.9\,(x = -1.0) : h = +0.''1. \end{aligned}$$

Ich will zunächst Spektrum No. 9 an diese Daten anschliessen. Man entnimmt Kurve No. 9 der Figur 2 folgende Werte von $2\,JR$ für die drei Stellen: 0.57, 1.75, 1.15. Damit folgen unter Benutzung des Täfelchens XII nach (23) die 3 Gleichungen:

$$\begin{aligned} 0.57 &= i\,(1.10\,\xi + d - 5.3) \\ 1.75 &= i\,(1.00\,\xi + d - 0.6) \\ 1.15 &= i\,(0.95\,\xi + d - 3.1) \end{aligned}$$

deren Auflösung ergiebt:

$$i = 0.245 \quad \xi = -1.''2 \quad d = +8.''9.$$

Der hier erhaltene Wert i bedeutet die Helligkeit des Sonnenrandes im Verhältnis zur durchschnittlichen Helligkeit auf einem Sonnenradius. Letztere findet sich aus den Messungen von Vogel für die Wellenlänge 455 $\mu\mu$ zu 0.82 der Zentralhelligkeit der Sonne. Daraus ergiebt sich das Resultat:

$$i = 0.245 \,.\, 0.82 = 0{,}20 \text{ Zentralhelligkeit der Sonne.}$$

Nachdem i gefunden ist, kann man ferner durch Multiplikation mit $1/i$ die Grössen $J.R$ direkt in Bogensekunden verwandeln. Die hieraus sich ergebende Sekundenskale ist in Fig. 2 bereits angegeben. Mit Hülfe dieser Skale wurden nun die mit $\xi = -1.''2$ und $d = +8.''9$ berechneten Werte $a\xi + b$ für jedes x eingetragen. Es entstand so die „Normallinie" der Figur 2, die angiebt, wie der Abstand zwischen Mond- und Sonnenrand bei genau kreisförmiger Mondgestalt über die Sichel verteilt wäre. Die Abweichungen der beobachteten Kurve No. 9 von der berechneten geben (bis auf den Faktor $\sec\varphi$) die Höhen der Mondberge in Bogensekunden.

Wir fragen schliesslich, welche Verschiebung gegen den Mondort des Nautical Almanac der Wert $d = +8.''9$ bedeutet. Es handelt sich hierbei um eine Verschiebung senkrecht zur scheinbaren Mondbahn. Nennt man letztere Verschiebung D (positiv bei Verschiebung des Mondes nach Norden) so ist:

$$D = -d \sin\chi.$$

Nun lag unser Beobachtungsort 2.'0 seitlich der im *N. A.* angegebenen Zentralitätslinie nach Norden zu. Da der Totalitätsstreifen hier im ganzen eine Breite von 104′ hatte und diese Strecke den Mond um den Unterschied Sonnendurch-

messer — Monddurchmesser $= 2\varrho = 91''$ verschiebt, so wird durch die 2'.0 seitliche Entfernung von der Zentralitätslinie der Mond um:

$$D = -\frac{2'.0}{104} \cdot 91'' = -1''.8$$

nach Norden verschoben. Aus unsern Messungen folgt:

$$D = -8''.9 \sin 9°.5 = -1''.5$$

d. h. der Mond befand sich um 0''.3 in der Richtung senkrecht zur scheinbaren Mondbahn nördlicher, als die Ephemeride des Naut. Al. angiebt.

Um eine vollständige Korrektion des Mondortes zu erhalten, nehme man hinzu, dass nach den Beobachtungen der Herren Newall [1]) und Stephan [2]) alle Kontakte um durchschnittlich 20^s vor der Vorausberechnung des *N. A.* eingetreten sind. Das giebt eine Verschiebung A des Mondes in der Richtung der scheinbaren Mondbahn vom Betrag $0''.416 \cdot 20 = 8''.3$. Da die scheinbare Mondbahn den Positionswinkel 115°.5 hat, so folgte daraus die Korrektion des Mondortes des *N. A.* in *AR.* und δ:

$$\begin{aligned} \Delta\alpha \cos\delta &= 8''.3 \sin 115°.5 - 0.3 \cos 115°.5, \quad \Delta\alpha = +7''.6 \\ \Delta\delta &= 8''.3 \cos 115°.5 + 0.3 \sin 115°.5, \quad \Delta\delta = -3''.3. \end{aligned}$$

§ 24. Mängel der Aufnahmen. Versuch einer genaueren Discussion der Randhelligkeit der Sonne.

Die bisherige Discussion ging von der Ausnahme aus, dass die Helligkeit der Randpartien der Sonne, unabhängig von der Entfernung jeder Stelle vom Rande, als konstant betrachtet werden dürfe. Wenn im folgenden der Versuch gemacht wird, das genauere Gesetz der Helligkeitsabnahme der Sonnenscheibe in der Nachbarschaft des Randes abzuleiten, so darf man darin nur eine Erläuterung der Möglichkeit sehen, aus vollkommneren Aufnahmen derselben Art wirklichen Aufschluss über die Randhelligkeit der Sonne zu erhalten. Bei den vorliegenden Aufnahmen scheint leider der Verschluss sehr unregelmässig funktioniert zu haben oder die Empfindlichkeit des Filmbandes ist ungleichmässig gewesen. Denn die grosse Protuberanzengruppe, die nach Ausweis der Aufnahmen in Spanien und Aegypten höchst stabil war, giebt auf den Spektren No. 9—19 eine ständig wachsende Schwärzung. Dazu kommt die ungleichmässige Verschlussbewegung über das Gesichtsfeld hin (vgl. § 11). Diese scheint bei den Filmaufnahmen nicht so ausgeprägt gewesen zu sein, wie bei den späteren Aufnahmen auf Platte Z_c, da die Koronaspektren in Nord und Süd auf dem Film sehr nahe gleich geschwärzt sind. Deswegen habe ich im Vorhergehenden die Korrektion nicht angebracht. Immerhin kann auch hierdurch eine Verfälschung des photometrischen Mondprofils veranlasst worden sein.

1) Proceedings of the Roy. Soc. Vol. 77. 1905. Nov. 17.
2) Comptes rendus. Vol. 141. 1905, pag. 583.

Mit allem Vorbehalt, der aus diesen Mängeln entspringt, lässt sich nun aus den Aufnahmen No. 12 und 15 der Schluss ziehn, dass die oben gefundene Randhelligkeit i nicht nur ein Mittelwert für die bei No. 9 in Betracht kommenden 8 letzten Sekunden innerhalb der Sonnenscheibe ist, sondern dass i bis zu 1—2″ vom Sonnenrande nahe diesen Wert beibehält. Die Ueberlegung ist folgende:

Für die kleinen Werte von φ und ξ, die bei No. 12 und 15 nur noch in Betracht kommen, darf man $a = 1$ setzen und hat dann für die Sichelbreiten β:

$$\beta = \xi + b - \frac{h}{\cos\varphi}$$

$$\beta' = \xi' + b - \frac{h}{\cos\varphi}$$

$$\beta'' = \xi'' + b - \frac{h}{\cos\varphi}$$

wenn sich die Akzente auf No. 12 und 15 beziehen. Daher:

$$\beta'' - \beta' = \xi'' - \xi' \quad \beta' - \beta = \xi' - \xi.$$

In Worten: „Die Sichelbreiten vermindern sich von Aufnahme zu Aufnahme um Beträge, die über die ganze Sichel hin merklich konstant sind.“

Ist nun i konstant, so folgt das, was eben für die Sichelbreiten abgeleitet wurde, auch für J und spricht sich so aus: „die Kurven in Figur 2 müssen Parallelkurven sein.“ In der Tat, schiebt man die Kurve No. 9 um 3.0 resp. 5.0 nach links, so gelangt sie mit den beiden andern Kurven so genau zur Deckung, als die Messschwierigkeiten erwarten lassen.

Würde hingegen i nach dem Sonnenrande hin rasch kleiner, so würde eine Stelle mit an sich geringer Sichelbreite (entsprechend einem Mondberg) bei der Annäherung an die Totalität noch relativ rascher an photogr. Wirksamkeit verlieren, weil nur noch der schwach leuchtende äussere Sonnenrand bei ihr zur Wirkung käme. Betrachtet man z. B. die Stelle $x = 1.3 - 1.7$, so hat man hier bei No. 15 eine Sichelbreite von 2″.0. Wäre die Sonnenhelligkeit i auf diesem Randstück nur halb so gross, wie bei einer Sichelbreite von 4″, so dürfte diese Stelle nur eine Helligkeit J entsprechend 1″.0 unsrer Skale zeigen und nicht mehr denselben ausgeprägten Buckel bilden, wie auf Kurve No. 12. Es folgt also geringe Veränderlichkeit von i dicht am Sonnenrande.

Um dasselbe numerisch zu kontrollieren, habe ich die durchschnittlichen Intensitäten $2JR$ in den verschiedenen Strecken der Sichel abgeschätzt und folgendes erhalten:

x		No. 9	12	15
−1.0 bis	−0.5	1.2	0.3	—
−0.5	0.0	1.8	0.5	—
0.0	+0.5	1.7	0.8	—
0.5	1.0	1.8	0.8	0.2
1.0	1.5	1.5	1.0	0.3
1.5	2.0	1.7	0.9	0.3
2.0	2.5	2.6	1.5	0.8.

Es werde nun i nicht konstant, sondern mit dem Abstand σ vom Sonnenrande wachsend vorausgesetzt in der Form:

25) $$i = i_0 + i_1 \sigma.$$

Dann wird die Helligkeit $2RJ$ bei der Sichelbreite β nicht gleich $i\beta$, sondern es gilt:

$$2RJ = \int_0^\beta i d\sigma = \beta\left(i_0 + \frac{i_1}{2}\beta\right)$$

oder bei kleinem i_1 durch Umkehrung

26) $$\beta = \frac{2RJ}{i_0}\left(1 - \frac{i_1}{2i_0^2} 2RJ\right).$$

Diese Gleichung möge für Spektrum No. 9 gelten. Indem wir entsprechende mit ein resp. zwei Akzenten versehene Gleichungen für Spektrum No. 12 und 15 anschreiben und subtrahieren, erhalten wir:

$$\beta' - \beta = \frac{2R(J'-J)}{i_0} - \frac{2R^2}{i_0^3} i_1 (J'^2 - J^2)$$

$$\beta'' - \beta' = \frac{2R(J''-J')}{i_0} - \frac{2R^2}{i_0^3} i_1 (J''^2 - J'^2).$$

Wir haben oben abgeleitet, dass die Verminderungen $\beta' - \beta$ und $\beta'' - \beta'$ über die ganze Sichel hin, d. h. für alle Werte der Sichelbreite oder der Intensitäten J konstant sein müssen. Daher lässt sich i_1 aus der Bedingung bestimmen, dass die für verschiedene Sichelstellen erhaltenen Werte von $\beta' - \beta$ resp. $\beta'' - \beta'$ möglichst übereinstimmen sollen.

Dies wende man auf die obigen Zahlenwerte an. Man findet zunächst durch Zusammenfassung aus den obigen Zahlen:

x	$2JR$,	$2J'R$,	$2J''R$
2.0 bis 2.5	2.6	1.5	0.8
0.5 „ 2.0	1.7	0.9	0.3
−1.0 „ 0.5	1.6	0.5	

und daraus:

$$\alpha)\quad \beta - \beta' = \frac{1.1}{i_0} - 4.6\frac{i_1}{2i_0^3} \qquad \beta' - \beta'' = \frac{0.7}{i_0} - 1.6\frac{i_1}{2i_0^3}$$

$$\beta)\quad \beta - \beta' = \frac{0.8}{i_0} - 2.1\frac{i_1}{2i_0^3} \qquad \beta' - \beta'' = \frac{0.6}{i_0} - 0.7\frac{i_1}{2i_0^3}$$

$$\gamma)\quad \beta - \beta' = \frac{1.1}{i_0} - 2.3\frac{i_1}{2i_0^3}.$$

Die linken Seiten dieser Gleichungen stimmen schon für $i_1 = 0$, Konstanz der Helligkeit in der Nähe des Sonnenrandes, gut überein. Doch wird die Uebereinstimmung noch ein wenig verbessert, wenn man $\frac{i_1}{2i_0^2} = 0.07$ setzt. Man er-

hält dann:

$$\alpha)\quad \beta-\beta' = \frac{0.78}{i_0} \qquad \beta'-\beta'' = \frac{0.59}{i_0}$$

$$\beta)\quad \beta-\beta' = \frac{0.65}{i_0} \qquad \beta'-\beta'' = \frac{0.55}{i_0}$$

$$\gamma)\quad \beta-\beta' = \frac{0.94}{i_0}.$$

Mit dem gefundenen Wert von $\frac{i_1}{2i_0^2}$ lautet Gleichung (26):

$$\beta = \frac{2RJ}{i_0}[1-0.07.2RJ].$$

Um i_0 zu bestimmen, hat man sich daran zu erinnern, dass durch Anschluss an die Hayn'schen Messungen (vgl. Figur 2) für $2RJ = 2.0$ der Wert $\beta = 8''.1$ resultierte. Damit folgt $i_0 = 0.21$ und es ergiebt sich als Schlussresultat für die Helligkeit in der Nähe des Sonnenrandes nach Formel (25):

$$i = 0.21 + 0.006.\sigma$$

oder auf die Zentralhelligkeit der Sonne bezogen:

$$i = 0.17 + 0.005\sigma.$$

§ 25. Definitive Ableitung des Mondprofils.

Für das folgende habe ich wieder die kleine Variabilität von i vernachlässigt. Um die Form des Mondprofiles sicherer zu erhalten, habe ich nicht nur die 3 Kurven aus Figur No 1 durch die erwähnten Parallelverschiebungen zur Deckung gebracht, sondern ausserdem noch die entsprechenden Kurven von Spektrum No. 14 und 16 gezeichnet und sie in gleicher Weise behandelt. Es ergaben sich die notwendigen Parallelverschiebungen zu 4''.5 resp. 5.7. Aus den übereinandergeschobenen Kurven habe ich dann eine Art Mittel genommen, indem ich für das Detail an jeder Stelle diejenige Kurve auswählte, die mir die sicherste zu sein schien. Indem ich von den Abscissen der Mittel-Kurve die Werte der Normallinie abzog, erhielt ich in den Differenzen eine Kurve für $\frac{h}{\cos\varphi}$, aus welcher durch Multiplikation mit $\cos\varphi$ die in Figur No. 3 gezeichnete Profillinie des Mondes hervorging.

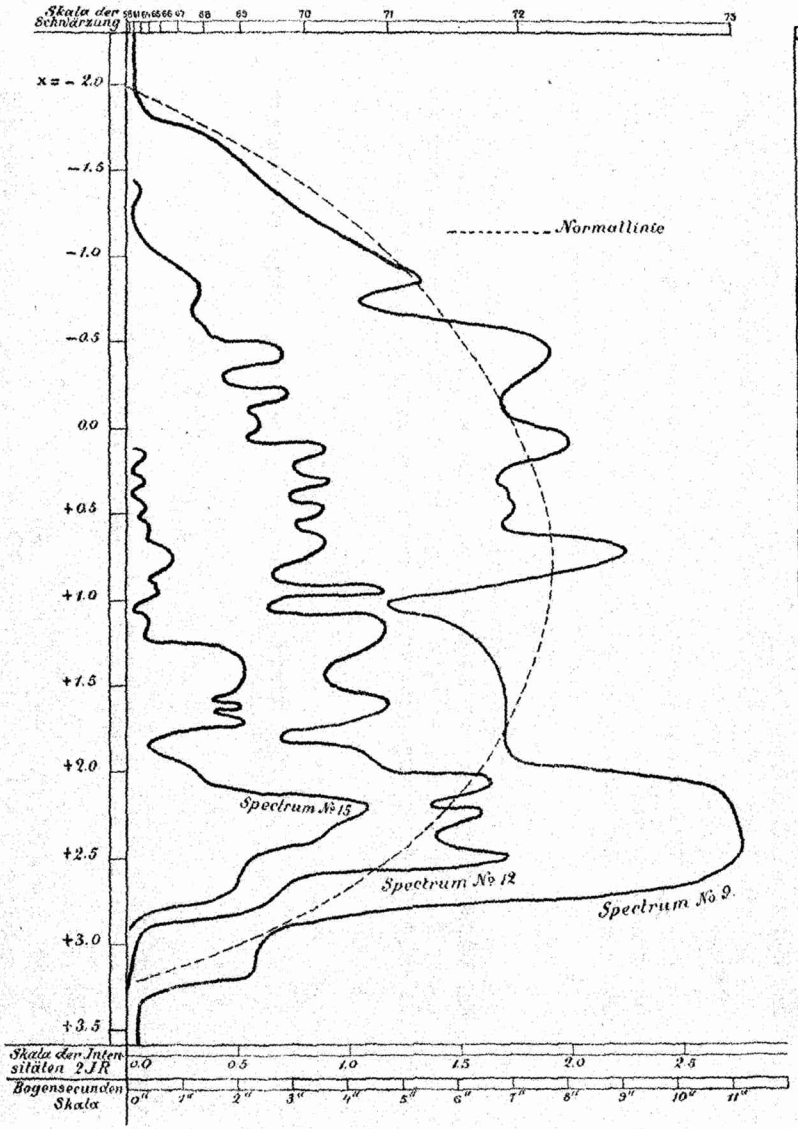

Skala der Schwärzung
63 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73
x = − 2.0
−1.5
−1.0
−0.5
0.0
+0.5
+1.0
+1.5
+2.0
+2.5
+3.0
+3.5
Normallinie
Spectrum № 15
Spectrum № 12
Spectrum № 9.
Skala der Intensitäten 2 J R
0.0 0.5 1.0 1.5 2.0 2.5
Bogensecunden Skala
0″ 1″ 2″ 3″ 4″ 5″ 6″ 7″ 8″ 9″ 10″ 11″

Fig. 2.

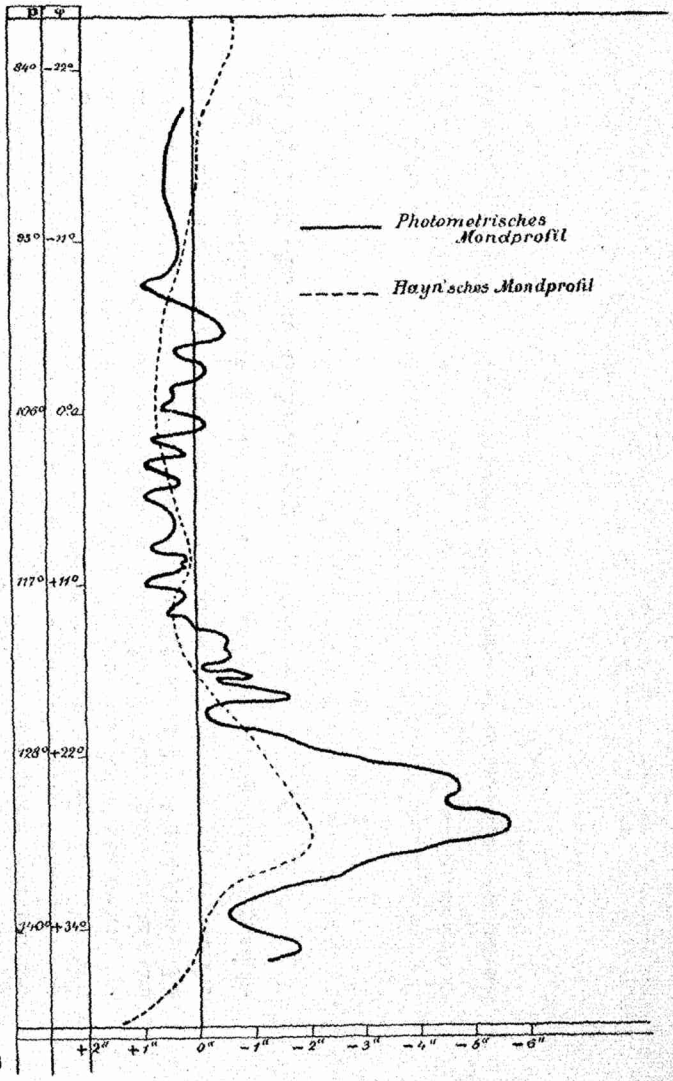

p
φ
84° −22°
93° −11°
106° 0°.2
117° +11°
128° +22°
Photometrisches Mondprofil
Hayn'sches Mondprofil
+2″ +1″ 0″ −1″ −2″ −3″ −4″ −5″ −6″

Fig. 3.