daran, dass der Rechner auf Exponentialanzeige umstellt. Dies trifft beim folgenden Beispiel 2 zu.

*Beispiel 2*

$$\begin{aligned} \alpha(x) &= \varphi_0(x) = 3x^5 + 5x^4 - 3x^3 + x^2 + 7x - 5, \\ \beta(x) &= \varphi_1(x) = \quad 15x^4 + 20x^3 - 9x^2 + 2x + 7. \end{aligned}$$

Der Ausdruck des Rechners ist - soweit er ganzzahlig ist - in der rechten Spalte von Figur 5 festgehalten. Bei $\varphi_4(x)$ angelangt, hat der Rechner als nächstes mit dem Faktor $h = 47023^2 = 2\,213\,043\,849$ das zu $\varphi_3(x)$ assoziierte Polynom zu bestimmen. Da schon $h$ eine 10stellige Zahl ist, gerät man mit diesem Schritt über den Bereich der Ganzzahligkeit hinaus. (Fortsetzung im nächsten Heft.)

M. Jeger, Mathematisches Seminar, ETH Zürich

LITERATURVERZEICHNIS

1 G. Birkhoff und S. Mac Lane: A Survey of modern Algebra, 4. Aufl. New York, London 1977.
2 M. Jeger: Algorithmische Kombinatorik auf der Stufe programmierbarer Taschen-Rechner. ZAMP, Heft 2, S. 243-260 (1979).
3 R. Kochendörffer: Einführung in die Algebra, 4. Aufl. Berlin 1974.
4 W. Krull: Elementare und klassische Algebra vom modernen Standpunkt, Band I. Sammlung Göschen, Bd. 930, 3. Aufl. Berlin 1963.
5 N. Obreschkoff: Verteilung und Berechnung der Nullstellen reeller Polynome. Berlin 1963.

# Kleine Mitteilungen

## Die Cantorsche Abbildung ist ein Borel-Isomorphismus

Die Cantorsche Abbildung benutzt man im allgemeinen, um zu zeigen, dass $J = ]0,1]$ und $J \times J$ dieselbe Mächtigkeit haben. Sie ist folgendermassen definiert (vgl. [2], S. 66): Jedes $x \in J$ hat eine eindeutige Darstellung $x = \sum_{n=1}^{\infty} 2^{-a_1 - \cdots - a_n}$, wobei $\{a_n\}$ eine Folge von natürlichen Zahlen ist. Dies gilt, da sich $x$ in eindeutiger Weise in einen dyadischen Bruch mit unendlich vielen Einsen entwickeln lässt. Die Darstellung liefert für jedes $n \in \mathbf{N}$ [$\mathbf{N}$ bezeichnet die natürlichen Zahlen (ohne Null)] eine Abbildung $X_n$ von $J$ nach $\mathbf{N}$, die durch $X_n(x) = a_n$ gegeben ist. Für alle $x, y \in J$ sei $f(x,y) \in J$ definiert vermöge $X_{2n-1}(f(x,y)) = X_n(x)$ und $X_{2n}(f(x,y)) = X_n(y)$, $n \in \mathbf{N}$. $f$ ist eine bijektive Abbildung von $J \times J$ auf $J$. Hausdorff ([2], S. 377) nennt sie Cantorsche Abbildung. Er sagt, sie rühre im Prinzip von Cantor her (vgl. [1]).
Es ist wohlbekannt, dass es keine stetige bijektive Abbildung von $J \times J$ auf $J$ gibt ([2], S. 377). Also ist $f$ nicht stetig. Es ist nicht schwierig zu zeigen, dass die Unstetigkeitsstellen von $f$ auf abzählbar vielen Hyperebenen $\mathbf{R} \times \{y\}$ bzw. $\{x\} \times \mathbf{R}$ liegen, wobei $x, y \in \{z \in J : z = k \cdot 2^{-l}, k, l \in \mathbf{N}\}$ gilt und $\mathbf{R}$ die reellen Zahlen bezeichne. Das Ziel dieser Note ist es, einen elementaren Beweis dafür zu geben, dass $f$ ein Borel-Isomorphismus ist.