(Diese *Übergangswahrscheinlichkeiten* w_{jk} sind als bedingte Wahrscheinlichkeiten nicht definiert für jene j, für die $P(Y_n = j) = 0$ ist.)

Diesen Galton-Watson-Prozess, der also eine spezielle Markoffsche Kette darstellt, haben wir in unseren obigen Betrachtungen daraufhin untersucht, dass er spätestens in der n-ten Generation abbricht, wofür wir die Wahrscheinlichkeit

$$q_n = P(Y_n = 0)$$

durch (1) angegeben haben. Ist aber $Y_n = 0$, so folgt aus der Definition des Prozesses

$$P\,(Y_{n+1} = 0/Y_n = 0) = w_{00} = 1\,.$$

Das heisst aber, dass mit der n-ten auch alle spätern Generationen 0 Objekte haben: Die Linie erlischt, das Geschlecht stirbt aus. Der Zustand $Y_n = 0$ stellt einen *absorbierenden* Zustand dar; er kann nicht mehr verlassen werden. – Mit $q = \lim_{n\to\infty} q_n$ haben wir weiter die Wahrscheinlichkeit dafür berechnet, dass die Linie im Laufe der Zeit erlischt.

Soll unser Prozess in anderer Richtung untersucht werden, indem wir z.B. nach der Wahrscheinlichkeit fragen, in einer bestimmten Generation eine gewisse Anzahl von Objekten vorzufinden, so bieten sich als geeignete mathematische Hilfsmittel erzeugende Funktionen an; es sei dafür auf [1], [3] oder [4] verwiesen.

ROBERT INEICHEN, Luzern/Fribourg

LITERATURVERZEICHNIS

[1] W. FELLER, *An Introduction to Probability Theory and its Applications*, 2. Aufl. (New York, London 1957).
[2] T. E. HARRIS, *The Theory of Branching Processes*, (Grundlehren der math. Wissenschaften, Band 119), (1963).
[3] R. INEICHEN, *Vom Aussterben der Geschlechter*, Mitt. naturf. Ges. Luzern, *21* (1967).
[4] A. LOTKA, *Théorie analytique des associations biologiques*, IIe partie (Paris 1939).
[5] A. MOSER, *Familienstatistik und Bevölkerungsvermehrung*, Mitt. des statist. Büros des Kantons Bern, Nr. 45 (1962).
[6] E. SCHRÖDINGER, *Probability Problems in Nuclear Chemistry*, Proc. R. Ir. Acad. *51* (1945–48).

Kleine Mitteilungen

Super Perfect Numbers

A positive integer n is called a super perfect number if $\sigma(\sigma(n)) = 2\,n$, where $\sigma(n)$ is the sum of all the divisors of n. The problem of finding super perfect numbers is similar to that of finding perfect numbers.

In this note we prove the following theorem concerning even super perfect numbers and pose the existence of odd super perfect numbers as a problem:

Theorem. An even integer n is super perfect if and only if n is of the form 2^r, where $2^{r+1} - 1$ is a prime.

Proof. Firstly, let $n = 2^r$, where $2^{r+1} - 1$ is a prime. Then $\sigma(\sigma(n)) = \sigma\,(2^{r+1} - 1) = 2^{r+1} = 2\,n$, so that n is a super perfect number.

Secondly, let n be any even super perfect number. Then we can write $n = 2^r\,q$, where q is odd. Since n is super perfect, we have

$$2^{r+1}\,q = 2\,n = \sigma(\sigma(n)) = \sigma\,((2^{r+1} - 1)\,\sigma(q))\,. \qquad (1)$$