Aufgabe 580. Sei

$$i, k = 0, 1, 2, \ldots \quad \text{und} \quad a_{ik} = \begin{cases} 0 & \text{für } i < k, \\ (i-k)!\binom{i}{k}^2 & \text{für } i \geqq k. \end{cases}$$

Man zeige

$$\sum_{n=0}^{i} a_{in}\, a_{nk}\, (-1)^{n-k} = 0^{|i-k|}.$$

I. PAASCHE, München

Literaturüberschau

The Mathematical Papers of Isaac Newton. Herausgegeben von D. T. WHITESIDE. Volume I, 1664–1666. 46 + 590 Seiten, 5 Tafeln und viele Figuren. £10.10s. (The Cambridge University Press 1967.) Volume II, 1667–1670. 22 + 520 Seiten, 5 Tafeln und viele Figuren. £10.10s. (The Cambridge University Press 1968).

Von den vorgesehenen acht Bänden der mathematischen Schriften NEWTONS liegen die zwei ersten vor. Es handelt sich fast ausschliesslich um Erstausgaben der Manuskripte, wie sie zum Beispiel J. E. HOFMANN bei der Abfassung seiner *Studien zur Vorgeschichte des Prioritätsstreites zwischen Leibniz und Newton um die Entdeckung der höheren Analysis* (Abh. der Preuss. Akademie der Wissenschaften 1943) nicht oder nur in späteren Auszügen zur Verfügung standen.

Der erste Band bringt vor allem Notizen und Anmerkungen, die sich der 22jährige Student bei der Lektüre zeitgenössischer Mathematiker (Descartes, Oughtred, Schooten, Huygens, Vieta, Wallis u. a.) machte, sowie seine frühesten eigenen Studien zur Fluxionenrechnung, so vor allem das Manuskript, dem der Herausgeber den Titel *The October 1666 Tract on Fluxions* gibt. Es ist erstaunlich, verfolgen zu können, wie die Erfindung der Infinitesimalrechnung damals in der Luft lag, welch reichhaltiges Material an Tatsachen und Methoden dem jungen Forscher schon zur Verfügung stand. So war ihm der *Inhalt* der Formel

$$\int_0^x \frac{dx}{\cos x} = \log \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}\right)$$

bereits 1665 bekannt. Auf Seite 475 skizziert der Herausgeber eine Geschichte dieses Integrals.

Trotz ungefähr gleichen Umfangs ist der Inhalt des zweiten Bandes kleiner, denn alle lateinischen Schriften werden als Paralleltexte lateinisch und in englischer Übersetzung mit modernisierten Formeln wiedergegeben. Der mathematische Gehalt der Arbeiten ist aber nicht geringer, so findet sich hier die erste Aufzählung der Kurven dritter Ordnung, von NEWTON bis 1704 zurückbehalten, in der er 58 verschiedene Formen unterscheidet (gegenüber 72 im Jahre 1704). Ferner seien erwähnt erste Untersuchungen über die mechanische Erzeugung von Kegelschnitten und höherer algebraischer Kurven sowie die Abhandlung *De Analysi per Aequationes numero terminorum infinitas* (1669), die erst 1711 mit Zustimmung Newtons veröffentlicht wurde. Hier erscheinen zum erstenmal in der abendländischen Literatur die Reihen für $\sin x$ und $\cos x$.

Die Edition ist hervorragend. In jahrelanger Kleinarbeit hat der Herausgeber jede Einzelheit abgeklärt und erläutert. Zu jedem Abschnitt gibt eine Einleitung die biographischen und historischen Zusammenhänge. Die zahlreichen Fussnoten erleichtern die Lektüre ausserordentlich, ja durch sie wird sie dem Ungeübten erst ermöglicht. Figuren sind auf der Seite eingesetzt, wo sie gebraucht werden, auch wenn sie mehrfach wiederholt werden müssen. Die beigegebenen Tafeln zeigen die Schwierigkeiten, die schon bei der Entzifferung der nicht für den Druck bestimmten Manuskripte auftreten. Um Newtons Bemerkungen zu KINCKHUYSENS *Algebra* (1670) ins richtige Licht zu setzen, wird diese in der lateinischen Übersetzung von MERCATOR auf 70 Seiten vollumfänglich wiedergegeben.

Das grossartige Werk ist für den interessierten Mathematiker ein anregendes Lesebuch, für den Historiker der Mathematik ein unentbehrliches Hilfsmittel. Mit dieser Ausgabe setzt England seinem grossen Sohn ein prächtiges Denkmal.

W. LÜSSY

Ursprüngliches Verstehen und exaktes Denken. Von MARTIN WAGENSCHEIN. 544 Seiten. DM 38.–. (Ernst-Klett-Verlag, Stuttgart 1965).

In den Diskussionen um das Exemplarische im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht steht WAGENSCHEINS Name an führender Stelle. Da seine zahlreichen Vorträge und Aufsätze in Zeitschriften nur schwer zugänglich sind, dürfte die vorliegende (von ihm selbst besorgte) Neuausgabe in einem Sammelband auf das Interesse weiter Kreise stossen.

Der Titel der Sammelausgabe lässt das zentrale pädagogische Anliegen WAGENSCHEINS erkennen, das in den 82 Arbeiten in stets neuer Formulierung und unter immer neuen Aspekten angegangen wird. In der gegenwärtigen Reformphase des Mathematikunterrichtes sollten die Bedenken Wagenscheins gegenüber einem Unterricht, der den Erkenntnisvorgang nur noch im Rahmen des Exakten anerkennt, nicht überhört werden. Mit seinen Forderungen stellt er sich gegen jene modernen Strömungen in der Didaktik, die zu sehr auf eine rein fachwissenschaftliche Motivierung abstellen. Im Ringen um einen neuen Stil im Mathematikunterricht muss mit jeder These auch die Antithese in Erwägung gezogen werden; nur so lassen sich Einseitigkeiten vermeiden. In dieser Sicht hat auch der Physiker WAGENSCHEIN zur Didaktik der Mathematik etwas zu sagen.

Wer 82 Aufsätze über pädagogische Themen geschrieben hat, dem ist nicht zu verargen, dass er dabei vom Prinzip der analytischen Fortsetzung reichlich Gebrauch gemacht hat. Dem Leser des Sammelbandes wird dies in den häufigen Wiederholungen und Überschneidungen bewusst. WAGENSCHEIN hat sich zwar bemüht, den Zugang zu seinen Gedanken etwas zu ebnen. Die einzelnen Artikel sind chronologisch angeordnet (und lassen damit scheinbare Widersprüche als verschiedene Entwicklungsphasen erkennen); zudem ist dem Buch ein thematisches Verzeichnis und ein Stichwortverzeichnis beigegeben. Der grosse Umfang des Buches und die starke Verästelung in den Gedankengängen machen diese Hilfen leider weitgehend illusorisch. Der Sammelband ist kein Buch für den Gelegenheitsleser. Es ist nur zu hoffen, dass er trotzdem die gebührende Beachtung findet.

M. JEGER

Multiplicative Number Theory. Von H. DAVENPORT. 189 Seiten. Lectures in Advanced Mathematics No. 1. (Markham Publishing Company, Chicago 1967).

Das aus Vorlesungen an der Universität Michigan hervorgegangene Büchlein gibt einen faszinierenden Einblick in die analytischen Methoden der Zahlentheorie. Additive Probleme werden nicht behandelt. Im Zentrum steht die Frage nach der Verteilung der Primzahlen in arithmetischen Progressionen. In neuester Zeit hat BOMBIERI zu diesem Thema wichtige Beiträge geliefert. Der Wunsch, den Hauptsatz von BOMBIERI vollständig darzustellen, hat die Stoffauswahl des Verfassers mitbestimmt. (In der Originalarbeit wird verschiedentlich auf die Literatur verwiesen.) Von besonderem Interesse in diesem Zusammenhang ist der Abschnitt über das Prinzip des «grossen Siebes», der eine vom Verfasser und H. HALBERSTAM vereinfachte und verbesserte Form dieser wichtigen Methode enthält. Natürlich findet man auch viele klassische Resultate über die ζ-Funktion sowie einen Beweis des Primzahlsatzes. Den Ausführungen über die Klassenzahl $h(d)$ konnte in einem Anhang noch das kürzlich von STARK gefundene abschliessende Resultat beigefügt werden, dass die bekannten 9 negativen Diskriminanten d mit $h(d) = 1$ die einzigen dieser Art sind.

Es gelingt dem Verfasser vorzüglich, die wesentlichen Gedanken und Beweisschritte hervorzuheben, wobei es kein Nachteil ist, wenn gelegentlich einige Details im Beweis weggelassen werden. Die Lektüre dieses Büchleins ist eine sehr gute Vorbereitung zum Studium der einschlägigen Literatur.

E. TROST

Calculus. Von T. M. APOSTOL. Band I, Zweite Auflage. 666 Seiten mit 193 Figuren. $11.50. (Blaisdell Publishing Company, Waltham, Mass. 1967).

Dieser erste Band einer zweibändigen Einführung in die Infinitesimalrechnung behandelt – abgesehen von einem Abschnitt über partielle Differentialquotienten – die Funktionen einer Variabeln. Die Darstellung verbindet in glücklicher Weise geometrische Anschaulichkeit mit den modernen Ansprüchen an Genauigkeit und Strenge. Alle wichtigen

Sätze sind streng bewiesen, wobei die Ausgangsbasis durch Axiomensysteme gegeben ist, die die Grundeigenschaften der reellen Zahlen, der Fläche, des Volumens usw. festlegen. Ein mehr an den Anwendungen und der Rechenfertigkeit interessierter Leser kann einzelne, besonders bezeichnete Abschnitte überschlagen. Sehr nützlich für ihn sind die zahlreichen, gut ausgewählten Übungsaufgaben (mit Lösungen). Integral- und Differentialrechnung werden zunächst (in dieser Reihenfolge) unabhängig voneinander begründet und angewendet. Erst das 5. Kapitel beschreibt ihre gegenseitigen Beziehungen. Das Buch enthält eine ausführliche Behandlung der Reihen, ferner eine Einführung in die Differentialgleichungen und ein Kapitel über komplexe Zahlen. Das letzte Drittel bringt eine Einführung in die lineare Algebra mit Anwendungen in Geometrie und Analysis («Calculus» der Vektorfunktionen). Der Text enthält viele interessante Nebenbemerkungen und zahlreiche historische Angaben. Der Genuss der Lektüre wird durch die gute Ausstattung des Buches noch erhöht. E. TROST

Grundlagen der Geometrie. Von GERHARD HESSENBERG. 2., erheblich erweiterte Auflage, bearbeitet von JUSTUS DILLER. 123 Figuren. 245 Seiten. DM 18.– .Göschens Lehrbücherei, Bd. 17. (Verlag Walter de Gruyter & Co., Berlin 1967).

Das erstmals 1930 erschienene Werk von HESSENBERG bot eine wertvolle Ergänzung zu Hilberts Grundlagen der Geometrie. Auf Anregung von F. BACHMANN hat J. DILLER das Buch einer Modernisierung unterzogen. Nur ein Drittel des bisherigen Bestandes ist erhalten geblieben. 11 Paragraphen sind neu geschrieben und 18 neu zugefügt worden. Die stärkste Erweiterung bezieht sich auf die ebene absolute Geometrie und die fruchtbare Heranziehung der analytischen Strukturen. Sätze, die mit der Messbarkeit nichts zu tun haben, sollen ohne diese bewiesen werden. Es wird untersucht, wie weit Stetigkeitsaxiome für die Beweise elementarer Sätze und räumlicher Axiome für diejenigen ebener Sätze erforderlich sind. Die einzelnen Kapitel umfassen Gleichheit, Ordnung und Stetigkeit, die Messung durch Zahlen, die projektive Geometrie in der Ebene und im Raum, Analytische Geometrie.

Das Werk dürfte für den Gymnasiallehrer unentbehrlich sein. P. BUCHNER

Méthode des moindres carrés. Par Y. V. LINNIK. Éléments de la théorie du traitement statistique des observations. Traduit du russe par O. ARKHIPOFF. 356 pages. (Dunod, Paris).

Ce très important ouvrage du grand mathématicien russe LINNIK a paru dans la collection: Travaux et recherches mathématiques, dirigée par M. ANDRÉ LICHNEROWICZ. On sait que la méthode des moindres carrés est largement utilisée dans les sciences expérimentales: physique, astronomie, géodésie, etc. M. LINNIK présente cette méthode dans le cadre de la statistique mathématique moderne ce qui permet de préciser l'information fournie par les observations et de juger de la valeur des résultats obtenus. Dans son exposé, l'auteur utilise le langage matriciel et il présente la méthode des moindres carrés comme un aspect de la théorie d'estimation des paramètres. Dans cet ouvrage d'une clarté et d'une précision exemplaires, la théorie est illustrée d'intéressants exemples numériques. Un important chapitre est consacré à l'interpolation parabolique suivant la méthode des moindres carrés. Une bibliographie et six tables complètent cet exposé classique et d'une haute tenue scientifique. S. PICCARD

Statistiques commentées. Von G. REEB und A. FUCHS. 118 Seiten. 11 F. (Gauthier-Villars, Paris 1967).

Es handelt sich bei diesem Bändchen nicht um ein eigentliches Lehrbuch der Statistik, sondern um eine kurzgefasste, präzise Darstellung der wichtigsten Begriffe und Lehrsätze, gefolgt von erläuternden Bemerkungen, Beispielen und Übungen. Beweise sind meistens weggelassen; trotzdem verlangt das Buch Vertrautheit mit der mathematischen Ausdrucksweise. Ein besonderes Augenmerk richten die Verfasser auf die Gefahren, die einzelnen statistischen Methoden innewohnen. Die sehr empfehlenswerte und in ihrer Art originelle Darstellung umfasst die wichtigsten Verteilungen, einschliesslich der Prüfverteilungen und ihre Verwendung beim Schätzen von Parametern und beim Testen von Hypothesen, ferner einiges über nichtparametrische Verfahren, über Korrelationen und schliesslich die notwendigen Tafeln. R. INEICHEN