Werk

Titel: Neue Aufgaben.

Jahr: 1968

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?378850199_0023|log23

Kontakt/Contact

Digizeitschriften e.V.
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

info@digizeitschriften.de

gen. Bezeichnen ferner l_F die zu F gehörige Leitlinie von Q, ε die numerische Exzentrizität und d_i die Abstände $M_i l_F$, dann gilt $r_i = \varepsilon\, d_i$ und $r_1 : r_2 = d_1 : d_2$. Also liegt der äussere Ähnlichkeitspunkt W stets auf der Leitlinie l_F.

Der zu M_1, M_2 und W gehörende vierte harmonische Punkt H teilt $M_1\, M_2$ innen, der Punkt W aussen im Verhältnis $r_1 : r_2$. r_1 und r_2 sind aber gerade die Längen der Seiten $M_1\, F$ und $M_2\, F$ des Dreiecks $M_1\, F\, M_2$. Folglich sind die Geraden $F\, H$ und $F\, W$ innere und äussere Winkelhalbierende im Dreieck $M_1\, F\, M_2$.

Es sei nun der Schnittwinkel $2\,\alpha$ von K_1 und K_2 konstant. (Es ist nicht notwendig, $2\,\alpha = \pi/2$ zu fordern!) Dann gilt nach elementaren Ähnlichkeitssätzen, wenn H von l_F den Abstand h hat,

$$FH : h = r_1 \cos\alpha : d_1 = \varepsilon \cos\alpha = \text{const.} = \bar{\varepsilon}.$$

Das bedeutet: H durchläuft einen Kegelschnitt mit dem Brennpunkt F, der Leitlinie l_F und der Exzentrizität $\bar{\varepsilon} = \varepsilon \cos\alpha$. O. BAIER und W. VINZENZ, München

Berichtigung zur 1. Lösung (El. Math. *22*, 137 (1967)): In der Klammer im Nenner der Polargleichung des Kegelschnitts muss dem Minuenden $\cos\varphi$ beigefügt werden.

Nachtrag zur Lösung von Nr. 547: Aus Versehen unterblieb die Erwähnung einer analytischen Lösung von L. KIEFFER (Luxemburg).

Neue Aufgaben

Aufgabe 573. Man konstruiere (mit Zirkel und Lineal) a) ein beliebiges rechtwinkliges, b) ein beliebiges nichtgleichseitiges, gleichschenkliges Dreieck aus den Schnittpunkten seiner Mittelsenkrechten, seiner Höhen und seiner Winkelhalbierenden.

K. KOPFERMANN, Hannover

Aufgabe 574. Sei r der Inkreisradius, s die Summe der (orientierten) Abstände des Mittelpunktes des Feuerbachkreises von den Seiten des Dreiecks.

Man beweise oder widerlege: Jedes nichtgleichseitige Dreieck, für das $s = 3\,r$ ist, lässt sich aus den Schnittpunkten der Mittelsenkrechten, der Höhen und der Winkelhalbierenden (mit Zirkel und Lineal) konstruieren. K. KOPFERMANN, Hannover

Aufgabe 575. Man beweise: Ist P das Produkt von n natürlichen Zahlen mit dem grössten gemeinsamen Teiler D und dem kleinsten gemeinsamen Vielfachen M, so sind die Quotienten $P/(D^{n-1}\, M)$ und $(D\, M^{n-1})/P$ ganzzahlig. W. JÄNICHEN, Berlin-Zehlendorf

Aufgabe 576. Eine Ecktransversale, die ein Dreieck in zwei umfanggleiche Teildreiecke zerlegt, werde Umfanghalbierende genannt. Man beweise:

(1) Die drei Umfanghalbierenden eines Dreiecks $A_1 A_2 A_3$ schneiden sich in einem Punkt U im Innern des Dreiecks.

(2) Die Länge der Umfanghalbierenden $\overline{A_i\, P_i}$, $P_i \in \overline{A_{i+1}\, A_{i+2}}$ wird durch U im Verhältnis $a_i : (s - a_i)$ geteilt. $\left(a_i = \overline{A_{i+1}\, A_{i+2}};\ 2\, s = \sum_k a_k\right)$.

(3) Der Punkt U, der Schwerpunkt S und der Inkreismittelpunkt I liegen auf einer Geraden, sofern das Dreieck nicht regulär ist, und es ist $\overline{US} = 2\, \overline{S\, I}$.

O. REUTTER, Ochsenhausen