

## Werk

**Titel:** Literaturüberschau.

**Jahr:** 1968

**PURL:** [https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?378850199\\_0023|log10](https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?378850199_0023|log10)

## Kontakt/Contact

[Digizeitschriften e.V.](#)  
SUB Göttingen  
Platz der Göttinger Sieben 1  
37073 Göttingen

✉ [info@digizeitschriften.de](mailto:info@digizeitschriften.de)

5.3 Beweise, dass ein Rechteck nicht in drei flächengleiche Dreiecke zerlegt werden kann.

5.4 In jede Zelle einer die Ebene bedeckenden Sechseckwabe soll eine natürliche Zahl so eingefüllt werden, dass jede Zahl das arithmetische Mittel der sechs Nachbarzahlen ist. Gib alle möglichen Einfüllungen dieser Art an.

5.5 In der Ebene seien  $n$  beliebige Kreise in allgemeiner Lage gegeben. Die dadurch in der Ebene abgegrenzten Gebiete sollen so gefärbt werden, dass Gebiete mit gemeinsamen Grenzbögen (nicht Ecken) verschiedene Farben erhalten. Dabei sollen möglichst wenige Farben verwendet werden.

(Aufgaben 5.1–5.5 waren in drei Stunden zu lösen.)

JANY BINZ, PETER WILKER, Bern

## Literaturüberschau

*Handbuch der Mathematik.* Von L. KUIPERS und R. TIMMAN. 830 Seiten. DM 48,-. Verlag Walter de Gruyter & Co., Berlin 1968.

Ein neues Handbuch der Mathematik herauszugeben, ist ein gewichtiges Unternehmen und gewichtig ist auch der 830 Seiten umfassende Band. Nun so neu ist das Handbuch nicht, hat es doch in seiner holländischen Ausgabe bereits seine Probe gut bestanden und es ist dem Verlag zu danken, dass dieses Werk nun auch in deutscher Sprache vorliegt. Es ist entstanden aus Vorlesungen für Ingenieure an der technischen Hochschule Delft und orientiert sich an Problemen aus der Praxis. Wie es sich bei einer so umfassenden Materie versteht, wurde der Stoff auf zahlreiche Mitarbeiter verteilt. C. H. VAN OS berichtet über Geschichte der Mathematik, Zahlen und Zahlenfolgen, das Unendliche, das Irrationale, das unendlich Kleine und die Entwicklung der Analysis. F. LOONSTRA behandelt das Zahlssystem, lineare Algebra und Analytische Geometrie. B. MEULENBELD übernahm das grosse Gebiet der Differential- und Integralrechnung, dazu noch die Theorie der Funktionen von zwei Veränderlichen, die partielle Differentiation und die mehrfachen Integrale. Einer der Herausgeber, L. KUIPERS, steuerte das Kapitel über Zahlenfolgen und Reihen bei. Die Funktionentheorie bearbeitete H. J. A. DUPARC. Die beiden grossen Abschnitte über gewöhnliche Differentialgleichungen und spezielle Funktionen schrieb S. C. VAN VEEN. Der zweite Herausgeber, R. TIMMAN, gibt eine Übersicht über die Vektoranalysis und die partiellen Differentialgleichungen. Die numerische Analysis fand in IR. L. KOSTEN ihren Bearbeiter. Von IR. J. W. COHEN stammt der Beitrag über die Laplace-Transformationen. Den Abschluss bildet ein ausführliches Kapitel über Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik von J. HEMELRIJK, wobei aber auf die statistischen Prozesse, die sich auf Folgen abhängiger Zufallsgrössen beziehen, nicht eingegangen wird. Das Werk ist von besonderem Interesse, weil es sich stark von den bei uns bekannten Darstellungen abhebt. Das leicht lesbare Handbuch dürfte daher auch bei unseren Ingenieuren auf Interesse stossen. Der Mathematiker wird das Werk mit Vorteil heranziehen, wenn er sich praktischen Problemen zuwenden will. Naturgemäss hat es in diesem umfangreichen Band nur wenige Übungsaufgaben (ohne Lösungen). Die Geometrie findet zu wenig Berücksichtigung. P. BUCHNER

*Zahlentheorie III.* Von L. HOLZER. Math.-Nat.-Bibl. Band 14a, 146 Seiten, 23,-MDN. B.G. Teubner, Leipzig 1965.

Das erste dieser «ausgewählten Kapitel aus der Zahlentheorie» ist neueren Untersuchungen über die (stets mögliche) Darstellung einer rationalen Zahl als Summe endlich vieler verschiedener Stammbrüche gewidmet. Das zweite Kapitel enthält den SELBERG-schen «elementaren» Beweis des Primzahlsatzes. Beim Beweis des DIRICHLETSchen Satzes über die arithmetische Progression im dritten Kapitel wird der funktionentheoretischen Methode (nach Bereitstellung des erforderlichen Apparates) der Vorzug gegeben, da nach Ansicht des Verfassers die existierenden «elementaren» Beweise ganz ausserordent-

lich verwickelt sind. Der Rezensent kann diese Ansicht im Hinblick auf den Beweis von SHAPIRO nicht teilen. In diesem Kapitel ist auch ein Abschnitt über Anwendungen des Dirichletschen Satzes, in dem die Frage behandelt wird, wann eine quaternäre quadratische Form Nullform ist. Im vierten Kapitel findet man einige neuere Ergebnisse über die Verteilung der zu  $n$  teilerfremden Zahlen innerhalb der natürlichen Zahlen  $\leq n$  (Totative). Ferner werden die Bedingungen für die Lösbarkeit von  $x^2 \equiv m \pmod{n}$  im Fall  $(m, n) \neq 1$  gegeben. Als «Antifermattheorem» bezeichnet der Verfasser den Satz, dass die diophantische Gleichung  $x^m + y^m = z^n$  mit natürlichen teilerfremden Exponenten unendlich viele Lösungen in rationalen (und auch ganzen) Zahlen besitzt. Das ist ein Spezialfall eines allgemeineren hier bewiesenen Satzes. In einem Nachtrag wird noch der Beweis des Satzes von MANN über die Dichte der Summenmenge gegeben. (Bemerkung: die Vornamenabkürzungen von SELBERG und SCHNIRELMAN sind A. bzw. L.)

E. TROST

*Lehr- und Übungsbuch der Darstellenden Geometrie für technische Lehranstalten.* Von TH. MARZANI. Erster Band 296 Seiten mit 226 Fig., zweiter Band 276 Seiten mit 318 Fig. DM 14.50 bzw. 16.—. Verlag R. Oldenbourg, Wien 1961 und 1964.

Die Darstellende Geometrie (DG) ist heute nicht unangefochten. Für die Hochschule liegt das Fach mit seiner anschaulich geometrischen Denkweise und seinen oft heterogenen Lösungsarten im Schatten der heutigen Forschung und überdies hat es da und dort durch Reduktion der Vorlesungsstunden an Bedeutung eingebüsst. Diese Gewichtsverlagerung wirkt mancherorts auf die angestrebten Lehrplanreformen verschiedener Mittelschulen und bedrängt auch hier den Existenzbereich der DG. In «technisch gewerblichen» Kreisen hat aber die DG noch nicht richtig Fuss gefasst, sodass hier oft unter DG nur eine Anleitung zu schablonenhaftem Anfertigen von Körpern (ebenen) Schnitten und aller-einfachsten Durchdringungen verstanden wird.

Es ist daher begrüßenswert, wenn in dieser für die Geometrie spannungsvollen Zeit eine gediegene DG sowohl für technische und allgemeine Mittelschulen, als auch als Vorbild für gewerbliche Schulen vorgelegt wird, welche dem Lehrer weitgehende Freiheit in der Stoffauswahl zugesteht und dem Schüler durch leicht erfassbaren Text, vorbildliche Figuren und praktische Hinweise helfen kann. Dem Leser der beiden Hefte «DG I, II» aus der Reihe «Der Mathematikunterricht» (1/58 und 2/61) sind weder der Verfasser des neuen Werkes, noch dessen Anliegen unbekannt: hier vertritt er drei Ziele. Erstens *Pflege der Anschaulichkeit*: in die DG sollte nur mit konkreten Gegenständen eingeführt und erst nach «gedanklichen Erweiterungen» (der Körperkanten zu Geraden und Kurven, der Körperseiten zu Ebenen und krummen Flächen) die abstrakteren Grundaufgaben gelöst werden. Zweitens *Reinheit der Methode*: Raumfragen des abzubildenden Objektes sollten zuerst sorgfältig abgeklärt und streng getrennt werden von der Herstellung der Projektionen. Letztere ohne Rezepte entworfen, möglichst in Normalrissen und ohne feste Bildebenen; ferner wäre auf Fragen der Genauigkeit und der Proben eines Risses einzugehen. Schliesslich sollten durch Vergleichen der Lösungen konkreter Aufgaben brauchbare Konstruktionsprinzipien entwickelt und ihr Verwendungsbereich diskutiert werden. Drittens *Pflege der Anwendungen*: die gefundenen Methoden sollten auf technische Aufgaben angewandt und ausgefallene, rein geometrische Übungen stark eingeschränkt werden oder ganz wegfallen.

Trotz der Bekanntheit mit den leitenden Gedanken überrascht die Konsequenz, mit der diese Ziele in den neuen Büchern weitgehend erreicht sind und wie neuartig dabei die DG erscheint. Der erste Band zerfällt in zwei Teile, «Vorbereitende Schule der Raumvorstellung» und «Grundlagen des Konstruierens». Die Abfassung des Textes, die Wahl der Körper und ihrer Risse, die gelegentliche Aufmunterung schwächerer Schüler bei grösseren Aufgaben «sich nicht verwirren zu lassen» zeigen den erfahrenen Lehrer. Modelle werden oft, aber immer erst im Anschluss an die konstruierten Risse gebaut. Auf Umrissfragen wird schon bei Polyedern grosses Gewicht gelegt; ebenso auf klare Unterscheidungen bei Lagebeschreibungen des Körpers im Raume und seiner Risse in der Zeichnung. Hierzu werden neue Bezeichnungen eingeführt, etwa «Zeile» für Richtung der Rissachse an Stelle von «horizontal», «Spalte» für Richtung des Ordners Grund-Aufriss, «Scheitelebene» für

Ebene durch die Spitze einer Strahlenfläche, «gedankliches Herausarbeiten» für sich Klarwerden und Lösen einer Einzelkonstruktion im Liniengewirr einer grossen Aufgabe. Zu diesem Band gehört der Abschnitt über die elementar-geometrische Theorie der Kegelschnitte und eine «Kleine Grammatik des Konstruierens», in der die Konstruktionsverfahren und die Grundaufgaben zusammengestellt sind. Am Schluss ist diesem Band eine Sammlung von über 1000 Aufgaben und 103 Rissvorlagen (zur Abkürzung des Aufgabentextes und als Leseübung) angefügt. – Nach der Meinung des Rezensenten sind aber einige Abschnitte, die ausgesprochen zum Fachzeichnen gehören, zu umfangreich ausgefallen. Ferner stört ihn, dass für die Konstruktion «wahrer Grössen» besondere Seitenrisse bevorzugt sind, wenn auch nicht so einseitig, wie in der angelsächsischen Literatur. Auf eine sympathische Art wird der  $x$ -Achse des Rechtssystems der alte Ehrenplatz erhalten, eine Anordnung, die man in den neueren deutschen dreidimensionalen Vektorlehren kaum findet.

Auch der zweite Band ist aufgeteilt in zwei grosse Abschnitte. Im ersten «Krumme Flächen» werden zunächst die schon im ersten Band besprochenen Flächen zusammengefasst und allgemeine Eigenschaften von Punkten und Linien auf den Flächen, Tangentialebenen, ebenen Schnitten und Durchdringungen im Prinzip behandelt und anschliessend bei einzelnen Typen rissmässig bearbeitet. Begriffe der Ordnung räumlicher und ebener Kurven und algebraischer Flächen gestatten eine systematische und durch geschickte Wahl der Flächen und ihrer gegenseitigen Lage sehr abwechslungsreiche Behandlung der Durchdringungen. Das Entstehen eines Doppelpunktes wird mehrmals anschaulich vorgeführt. Anwendungen liegen im Gebiet der Technik, die hier eine Fülle von Beispielen liefert. Der zweite Teil umfasst normale Axonometrie, Schattenkonstruktionen, Dachausmittlungen und kotierte Projektion. Etwa 700 Aufgaben, durch viele Untertitel übersichtlich geordnet, viele mit Koordinaten und 11 Rissvorlagen beschliessen den zweiten Band.

Die beiden Bände sind Lehr- und Übungsbücher und können ihre Aufgabe durch gut gegliederten Text und durch sehr sorgfältig gezeichnete Figuren mit wirklich dünnen Hilfs- und kräftigen wichtigen Linien gut erfüllen. Die beiden Bücher können in dieser neuen Form der DG neue Freunde gewinnen helfen.

A. HÄUSERMANN

*Modern Elementary Statistics.* Von JOHN E. FREUND. 3. Auflage. X und 432 Seiten mit zahlreichen Figuren und Tabellen. 74s. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey 1967.

Es gibt wohl wenige Teilgebiete der modernen angewandten Mathematik, die – wie die Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik – von einem stets grösseren Kreis von Interessenten verwendet werden müssen (oder sollten), ohne dass es diesen Interessenten möglich ist, sich zunächst alle notwendigen mathematischen Grundlagen anzueignen. So sind denn «elementare» Darstellungen wie die vorliegende von grosser Bedeutung: Sie führen in die beschreibende Statistik ein, behandeln mit Beschränkung auf das Wesentliche als «Basic Theory» die Wahrscheinlichkeitsrechnung und widmen einen grossen Teil ihrer Ausführungen den Anwendungen, nämlich der wertenden (oder «induktiven») Statistik, der «statistical inference». Beweise, die höhere Mathematik voraussetzen, sind weggelassen, dafür ist der Behandlung von Beispielen und der Durchführung von Plausibilitätsbetrachtungen viel Platz eingeräumt. So dürfte es dem Leser möglich sein, einen guten Überblick zu gewinnen und einfachere Anwendungen durchaus selbstständig zu behandeln. Dazu trägt nicht zuletzt der reichhaltige Tabellenanhang bei. Im übrigen zeigt J. E. FREUND mit seiner Darstellung sehr eindrücklich, dass ein solches Vorgehen sowohl nach der Form als auch nach dem Inhalt durchaus *modern* sein kann. Zahlreiche Beispiele, zum Teil mit Lösungen, dienen der Vertiefung.

R. INEICHEN

*Contributions to the Approximation Problem of Electrical Filters.* Von R. A.-R. AMER und H. R. SCHWARZ. Heft 9 der Mitteilungen aus dem Institut für angewandte Mathematik der Eidgenössischen Technischen Hochschule in Zürich. Birkhäuser Verlag, Basel 1964.

Das im Titel genannte Problem ist im wesentlichen das folgende: Die positive  $x$ -Achse sei in eine beliebige Anzahl von «Sperrbereichen» und «Durchlassbereichen» zerlegt. Aus

einer gewissen (gegebenen) Menge von gebrochen-rationalen Funktionen soll nun diejenige herausgesucht werden, für welche der Quotient aus dem Betragsmaximum über der Vereinigungsmenge aller Durchlassbereiche und dem Betragsminimum über der Vereinigungsmenge aller Sperrbereiche minimal ist.

Für die Spezialfälle des Tiefpasses und des Hochpasses wurde das Problem schon früher gelöst. Die dort verwendete Methode wird von H. R. SCHWARZ verallgemeinert und zu einem praktisch verwendbaren Verfahren für Bandpass und Bandsperre ausgebaut.

R. A.-R. AMER untersucht mit neueren Hilfsmitteln der angewandten Mathematik (Linear Programming, u. ä.) den allgemeinen Fall. Er gelangt zu Methoden, die theoretisch zum Ziel führen; ihre praktische Anwendbarkeit hingegen ist aus verschiedenen Gründen noch beschränkt. W. PROKOP

*An Introduction to Digital Computing.* Von F. H. GEORGE. XIII und 275 Seiten. 21s. Pergamon Press, Oxford 1966.

In einer Serie von programmierten Lehrgängen, der «Pergamon Programmed Texts», ist ein Lehrgang über den Umgang mit einem Computer erschienen, d. h. das Programmieren ist programmiert worden. Eingeteilt in 4 Kapitel, die ihrerseits in kleine Lehrschritte unterteilt sind, behandelt das Buch die Grundstruktur eines Computers, die Anfänge des Programmierens und die Computerarithmetik.

Die Fragen, die gestellt werden, sind zum Teil sehr einfach. So wird z. B. nach der Feststellung, dass es 1-, 2- und 3-Adressinstruktionen gibt, gefragt, für welchen Typ von Computer (1-Adress, 2-Adress oder 3-Adress) diese wohl geeignet seien. Oder es wird gefragt, aus wieviel Ziffern die Zahl 111 111 bestehe. Mehr verlangt das Buch vom Leser durch die verwendete Übungssprache, die mit 3-Adressinstruktionen arbeitet und ziemlich viel Konzentration erfordert.

Das Lehrgespräch bricht ziemlich abrupt ab mit dem Satz: «Hier endet dieser Lehrgang». Das Buch verlangt eine Fortsetzung und erst wenn diese vorliegt, kann sein Wert richtig beurteilt werden. E. R. BRÄNDLI

*Leibniz. Sein Leben – Sein Wirken – Seine Welt.* Herausgegeben von WILHELM TOTOK und CARL HAASE. VIII und 552 Seiten und 33 Tafeln. Verlag für Literatur und Zeitgeschehen, Hannover 1966.

Der historisch interessierte Mathematiker – und nur an ihn wendet sich diese Besprechung – wird schwerlich in das schier undurchdringliche Dickicht der Literatur über Leibniz (siehe KURT MÜLLER, Leibniz-Bibliographie, Frankfurt/M. 1967) eindringen wollen; der Weg zu den Werken von Leibniz wird ihm erst noch gebahnt werden und für einen Gang zu den unedierten Quellen fehlen ihm Zeit und Lust. Kann er nun aus dem vorliegenden, aus Anlass des 250. Todestages von G. W. LEIBNIZ erschienenen Sammelband Informationen gewinnen? Um das Ergebnis vorwegzunehmen: ja!

K. MÜLLER bietet ihm die Möglichkeit, sich zunächst einen Überblick über den Lebensablauf von LEIBNIZ nach dem neuesten Stand der Forschung zu verschaffen. Sodann vermittelt ihm die Abhandlung von J. E. HOFMANN eine Übersicht über das Mathematische bei LEIBNIZ. Der Autor, berufener Interpret dieses Themas, fusst auf allen im Druck zugänglichen Zeugnissen, die von LEIBNIZ selbst herrühren, sowie auf der wichtigsten Sekundärliteratur, zu der er selbst so zahlreiche Beiträge geliefert hat. Seine «Entwicklungsgeschichte der Leibnizschen Mathematik während des Aufenthaltes in Paris 1672–1676», München 1949, dürfte vielen Mathematikern bekannt sein. War damals von der Thematik her eine zeitliche Begrenzung gegeben, so bietet der Verfasser nunmehr alles Kennzeichnende ohne eine solche Beschränkung und vom heutigen Wissensstand aus. Es mag sein, dass das Bild sich noch in einigen Details ändern, um andere ergänzt werden wird, wenn einmal die mathematischen Handschriften gänzlich ediert sein werden, ebenso sicher aber ist, dass das Bild LEIBNIZENS als eines Mathematikers, der den anderen führenden Fachgenossen der Zeit einen grossartigen Seherblick voraus hatte, uns nun klar vor Augen steht. LEIBNIZ' Bedeutung, wie sie HOFMANN in mehr als 35 Jahren des Forschens aus den kaum überschaubaren Belegen herauspräpariert hat und wie er sie uns