Nachtrag: Nach der Durchsicht der Fahne stellt Verf. fest, dass das Ergebnis von Satz 1 in anderer Weise durch J. RIORDAN, *An Introduction to combinatorial analysis* (Wiley, New York 1958) S. 71 erzielt wurde.

LITERATURVERZEICHNIS

[1] L. BAUMGARTNER, *Gruppentheorie*, de Gruyter, Berlin 1958 (3. Aufl.).
[2] CH. JORDAN, *Calculus of Finite Differences*, Chelsea, New York 1947 (2nd edition).
[3] B. L. VAN DER WAERDEN, *Algebra I*, Springer, Berlin–Göttingen–Heidelberg 1955 (4. Aufl.).

Kleine Mitteilungen

Zu einer Frage von E. Szekeres

Herrn Prof. Dr. W. SAXER zum 70. Geburtstag gewidmet

1. Einleitung und Antwort

In ihrem Beitrag «Eine Bemerkung zum Artikel: Wissenswertes um das Dreieck», El. Math. *21*, 35–37 (1966), stellt ESTHER SZEKERES mit Recht fest, dass die Frage, welche Faktoren im allgemeinen Dreieck die Grössenbeziehung von ΣF und ΣI bestimmen würden, noch offen sei. In der vorliegenden Note versuche ich, die Angelegenheit zu klären, wobei wie bei E. SZEKERES O, I, F, H in dieser Reihenfolge Um- und Inkreismittelpunkt, Mittelpunkt des Feuerbachkreises und Höhenschnittpunkt des Dreiecks sei. Doch bedeute ΣP die Summe der in üblicher Weise *orientierten* Abstände des Punktes P von den Dreiecksseiten. Damit gelten die folgenden Resultate nicht nur für das spitzwinklige Dreieck. R und r bezeichnen Um- und Inkreisradius des Dreiecks.

Eine Normale zu OI ist nach PRIMROSE Ort der Punkte mit gleicher Seitenabstandssumme (Beweise in [1] und [2]). Es sei $O \neq I$. Die Dreiecksebene wird von der durch I laufenden Geraden $g \perp OI$ in zwei Halbebenen zerlegt, und wir brauchen einzig abzuklären, ob F und O in ein und derselben Halbebene liegen. Ist dies der Fall, so gilt $\Sigma F > \Sigma I$, da $\Sigma O = R + r > 3r = \Sigma I$. Ebenso ergibt sich $\Sigma F \leqq \Sigma I$, je nachdem F in der O nicht enthaltenden Halbebene oder auf g liegt. Das bedeutet vorerst:

$$\sphericalangle OIF \gtreqless 90° \text{ ist charakteristisch für } \Sigma F \lesseqgtr \Sigma I$$

oder

$$OI^2 + IF^2 \lesseqgtr OF^2 \iff \Sigma F \lesseqgtr \Sigma I .$$

Aus $OI = (R^2 - 2Rr)^{1/2}$, $IF = (R - 2r)/2$ und $OF = OH/2$ folgt damit

$$(R - 2r)(5R - 2r) \lesseqgtr OH^2 \iff \Sigma F \lesseqgtr \Sigma I , \tag{1}$$

wobei $O \equiv I$ ersichtlich miteinbezogen werden kann.

Ist ϱ der (mit Vorzeichen versehene) Inkreisradius des Höhenfusspunktdreiecks, so lässt sich die Äquivalenzrelation wegen $OH^2 = R^2 - 4R\varrho$ auf eine Form bringen, die auf der linken Seite nur noch Radien enthält:

$$R^2 - 3Rr + r^2 + R\varrho \lesseqgtr 0 \iff \Sigma F \lesseqgtr \Sigma I . \tag{2}$$

Soll die linke Seite neben R und r etwa den halben Dreiecksumfang s enthalten, so gewinnen wir aus (1) und der Identität $OH^2 = 9R^2 + 8Rr + 2r^2 - 2s^2$, deren Nachweis sich der Leser zurechtlegen mag, das merkwürdige Resultat

$$\frac{s^2}{Rr} + \frac{r}{R} - \frac{2R}{r} \lesseqgtr 10 \iff \Sigma F \lesseqgtr \Sigma I . \tag{3}$$

2. Zwei Spezialfälle

a) Das Bezugsdreieck ist rechtwinklig

Es gilt $\varrho = 0$ und (2) schreibt sich

$$R^2 - 3Rr + r^2 \lesseqgtr 0 \iff \Sigma F \lesseqgtr \Sigma I ,$$