δύναμις, τετραγωνίζειν und *Konstruktion des geometrischen Mittels* bildet eine unzertrennliche historische Einheit, woraus einerseits folgt, dass zur Entdeckung der linearen Inkommensurabilität das geometrische Mittel geführt hatte, anderseits, dass jene Art der Inkommensurabilität, die dabei eine quadratische Kommensurabilität ist, für alle möglichen Fälle *zu ein und demselben Zeitpunkt* entdeckt worden ist.

H. L. L. BUSARD (Venlo) berichtet über seine Bearbeitung eines noch nicht identifizierten Mss. aus der *Bibliothèque Nationale* (Paris), der einzigen bekannten, dem 13. Jh. angehörenden Kopie einer Übersetzung der *Elemente* EUKLIDS aus dem Arabischen. Die Autorschaft – möglicherweise HERMANN VON KÆRNTEN – konnte bis heute trotz zahlreichen Vergleichen mit andern Ausgaben noch nicht ermittelt werden. Eine lebendige Darstellung «Zur Geschichte der Rechenvorteile» bot F. KATSCHER (Wien). Einige dieser Verfahren gehen bis auf die Inder (+ 7. Jh.) und die Araber, viele auf die Italiener (LEONARDO VON PISA, ab 1202) zurück. Der Vortragende ordnete diesen Verfahren bezüglich den 4 Grundoperationen je die früheste, ihm bekannte Quelle zu. TH. GERARDY (Hannover) referiert über seine Forschungen zur «*Datierung mit Hilfe von Wasserzeichen*», überzeugt anhand zahlreicher Beispiele und Demonstrationen mühelos von der grossen Bedeutung, die dieser jungen Hilfswissenschaft zukommen kann, gewährt einen lehrreichen Einblick in ihre Methodik und Problematik und übermittelt gleichzeitig ein hübsches Stück Kulturgeschichte. Über die von FEDOROW, SCHOENFLIES und BARLOW stammende Entdeckung und Herleitung der 230 Raumgruppen berichtete J. J. BURCKHARDT (Zürich), der damit beschäftigt ist, die zugehörige Literatur sowie biographische Angaben zusammenzustellen. Aus den Ergebnissen dieser Arbeit wurde einiges sehr Bemerkenswertes vorgetragen. W. S. PETERS (Bonn) setzt sich mit dem *Begriff des Mathematischen* von M. HEIDEGGER auseinander. Das Mathematische wird dort verstanden als «Entwurf der Dingheit der Dinge». Dieser Entwurf ist notwendig axiomatisch. Als Grundsätze sind auszumachen: Der Ich-Satz, der Satz vom Widerspruch und der Satz vom Grund. Alle drei Prinzipien gehen als grundlegende Bestimmung, als notwendige und hinreichende Bedingung in jedes Urteil ein. E. A. FELLMANN, Basel

Literaturüberschau

The Number Systems of Elementary Mathematics. Von E. E. MOISE. VII und 246 Seiten mit zahlreichen Abbildungen. Addison-Wesley Publishing Company, Reading, Mass. 1966.

Das Buch bringt eine elementar gehaltene und ziemlich breit dargestellte Einführung in die Kombinatorik, in die Zahlensysteme und in die Bereiche der natürlichen, der ganzen und der rationalen Zahlen; es geht auch kurz auf die irrationalen Zahlen ein und schliesst mit einem Ausblick auf die Koordinaten und ihre Anwendungen. Es handelt sich um eine Darstellung, wie sie auch bei einer zusammenfassenden Wiederholung auf der Oberstufe der höheren Schulen verwendet werden könnte. R. INEICHEN

Mathematical Foundations of the Calculus of Probability. Von JACQUES NEVEU. XIV und 223 Seiten. $ 10,45. Holden-Day, Inc., San Francisco–London–Amsterdam 1965.

Es handelt sich um die englische Übersetzung eines Werkes, das schon in seiner französischen Originalausgabe – hervorgegangen aus Vorlesungen des Verfassers an der Faculté des Sciences in Paris für Hörer, die bereits über eine gute grundlegende Ausbildung verfügen – die Aufmerksamkeit vieler Leser auf sich gezogen hat (Bases Mathématiques du Calcul des Probabilités, Masson, Paris 1964).

In sehr klarer und eleganter Art wird der Leser in die masstheoretische Seite der Wahrscheinlichkeitsrechnung eingeführt, allerdings werden ihm dabei Vorkenntnisse aus der Wahrscheinlichkeitsrechnung sehr zustatten kommen. Der reiche Inhalt mag durch die folgenden Kapitelüberschriften wenigstens angedeutet werden: Probability Spaces – Integration of Random Variables – Product Spaces and Random Functions – Conditional Expectations and Martingales – Ergodic Theory and Markov Processes. Besonders hingewiesen sei noch auf die zahlreichen eingefügten «Complements and Problems», die die an sich schon sehr vollständige Darstellung zusätzlich bereichern. R. INEICHEN

Unterrichtshefte zur Mathematik von heute. Herausgegeben von H. ATHEN. Schroedel-Verlag KG, Hannover; Ferdinand Schöningh Verlag, Paderborn. Heft Mittelstufe 1: Bewegungsgeometrie und Figurenlehre, von N. NICKELSEN, 1965.

Über die Zielsetzungen dieser Reihe wurde anlässlich des Erscheinens der ersten Hefte ausführlich berichtet (El. Math. *19*, 95 (1964)).

Das vorliegende Heft ist dem Anfangsunterricht in systematischer Geometrie gewidmet. Die Leitideen bei diesem modernen Lehrgang sind der Abbildungs- und der Gruppenbegriff. Der behandelte Stoff ist durch die Kongruenzgruppe gegeben; ein späteres Heft soll die Ähnlichkeitsgruppe zum Gegenstand haben.

Zur Gewinnung der Kongruenzabbildungen drängt sich heute auch auf der Schule der Weg über das Zusammensetzen von Geraden-Spiegelungen auf. Dementsprechend legt NICKELSEN seinem Kursus BACHMANNS *Aufbau der Geometrie aus dem Spiegelungsbegriff* zugrunde. Wie seit jeher im geometrischen Anfangsunterricht üblich, hält sich die Darstellung an die konstruktiv-synthetische Methode, d.h. der Stoff und die Beweisverfahren werden an Konstruktionen mit Zirkel und Lineal erarbeitet. Der Verfasser hat auch daran gedacht, eine Reihe von besonderen Übungsaufgaben für die Haus- und Klassenarbeit beizufügen. Die Einführung spiegelungsgeometrischer Gesichtspunkte in den geometrischen Elementarunterricht ist sehr zu begrüssen, da sie eine stärkere Akzentuierung des geometrischen Denkens erlauben. Es sind aber von der Schule her Vorbehalte anzumelden, wenn dies mit einer allzu rigorosen Systematik mit bewusster Herausstellung des logischen Gerüstes verbunden wird. Ein Rückfall in den heute mit Recht verpönten Euklidischen Schulstil ist unvermeidbar, die Logik steht wieder vor der geometrischen Substanz und der Schüler hat wieder die alte geometrisch schlecht motivierte Plantage von Sätzen und Sätzchen vor sich. Als Beispiel seien etwa die Kreiswinkelsätze herausgegriffen; der Autor zeigt wohl einen schönen abbildungsgeometrischen Beweis, aber im ganzen Lehrgang ist kein einziges Anwendungsbeispiel zu finden. NICKELSEN ist zudem auch der Versuchung unterlegen, internen Fragestellungen der Spiegelungsgeometrie allzugrosses Gewicht beizumessen.

Der vorliegende Lehrgang dürfte mit aller Deutlichkeit zeigen, dass ein strenger axiomatischer Aufbau der Geometrie nach BACHMANN für die Schule ebenso untauglich ist, wie ein Aufbau nach HILBERT. Axiomatik auf Schulniveau sollte unseres Erachtens nicht über die Stufe des lokalen Ordnens hinausgehen (vgl. den Artikel von H. FREUDENTHAL in *Der Mathematik-Unterricht*, 1963, Heft 4); für die Mittelstufe gilt dieses Gebot in ganz besonderem Masse. Trotz dieser Einwände muss man dem Verfasser dankbar sein, dass er mit seinem Versuch eine Diskussionsbasis geschaffen hat. Es ist zu hoffen, dass aus diesem Heft ein schulisch vertretbarer Lehrgang der Kongruenzgeometrie herauswächst.

M. JEGER

Processus Stochastiques et Mouvement Brownien. Von PAUL LÉVY. VI und 438 Seiten. Verlag Gauthier-Villars, Paris 1965.

PAUL LÉVY, einer der Mitbegründer der modernen Wahrscheinlichkeitsrechnung hat sein Buch von 1948 über stochastische Prozesse (st.P.) erweitert und mit einer 50seitigen Notiz seines Schülers M. LOÈVE versehen. Im 1. Kapitel werden zwei einfache Beispiele von st.P. angegeben, nämlich die geradlinige Brownsche Bewegung (B.B.) und ein st.P. vom Poissonschen Typus. Die B.B. $X(t)$ ist ein spezieller st.P. (Modell für die Molekularbewegung), der durch die Gausssche Verteilung gekennzeichnet ist. Im 2. bis 7. Kapitel werden stationäre und additive st.P. sowie 1- und 2dimensionale B.B. behandelt. Besondere Beachtung findet im folgenden die sog. mehrparametrige B.B. $X(A)$, wobei A ein Punkt des p-dimensionalen Euklidischen Raumes ist. Solche Prozesse können z.B. in der Meteorologie angewandt werden.

Zur Verarbeitung des umfangreichen Stoffes sind weitreichende Kenntnisse aus der Wahrscheinlichkeitsrechnung erforderlich. Der gedrängte Lévysche Stil erheischt vom Leser grösste Konzentration. H. LOEFFEL

Knot Groups. Par L. P. NEUWIRTH. 113 pages. $ 3.50. Princeton University Press, Princeton 1965 (Annals of Mathematics Studies, Nr. 56).

On sait la place importante que tient la théorie des nœuds dans l'étude des multiplicités à trois dimensions. Le but de l'auteur est de présenter les principaux résultats acquis récemment dans la théorie des groupes de nœuds. Beaucoup de résultats sont cités sans démonstrations, seules les démonstrations originales sont données au complet. L'ouvrage comprend onze chapitres dont le dernier consiste en une collection de problèmes qui s'adressent à des chercheurs. Une copieuse bibliographie complète cet ouvrage illustré qui intéresse en tout premier lieu les topologistes et où on trouve d'intéressants renseignements sur les groupes de nœuds, leurs sous-groupes, leur représentation, leurs automorphismes, etc. L'ouvrage est complété par un appendice de S. EILENBERG.

S. PICCARD

Group Representations and Applied Probability. Par E. J. HANNAN. (Methuen's Review Series in Applied Probability, vol. 3.) 71 pages.

La théorie des groupes a trouvé d'intéressantes applications dans le calcul des probabilités et la statistique, notamment dans la théorie spectrale, dans l'étude des opérateurs aléatoires itérés, dans l'organisation d'expériences, etc. M. HANNAN, professeur à l'Université Nationale d'Australie, présente, sous une forme réduite, un matériel abondant et fort instructif. Il introduit les concepts généraux de groupe et de représentation de groupes d'ordre fini et infini et il montre l'usage qui a été fait de ces concepts en probabilité et statistique. L'auteur ne prétend nullement avoir épuisé le sujet, mais les questions qu'il traite montrent l'étendue des applications possibles d'une des structures fondamentales d'algèbre à la science du hasard.

S. PICCARD

Gruppentheorie. Von LUDWIG BAUMGARTNER. Vierte, erweiterte Auflage. Sammlung Göschen, Band 837/837a. 190 Seiten und 3 Tafeln. DM 5.50. Verlag Walter de Gruyter & Co., Berlin 1964.

Die Grundbegriffe der Mengenlehre und Matrizenrechnung werden vorausgesetzt. Das Bändchen bietet eine gute Einführung in die Gruppentheorie. Es umfasst die folgenden Abschnitte: Einführung in den Gruppenbegriff, Gruppentheoretische Grundbegriffe und -methoden, Endliche Gruppen, Vertauschbarkeit von Elementen und Untergruppen, Faktorgruppen, Homomorphie, Automorphie, Endomorphie, Charakteristische und vollinvariante Untergruppen, Abelsche Gruppen, Gruppen mit Operatoren, p-Gruppen und p-Sylow-Gruppen, Freie Gruppen und Gruppen mit Beziehungen zwischen den Elementen, Folgen und Reihen von Gruppen, Genaueres über die Gruppenpostulate. Illustriert wird der Stoff durch 151 gut ausgewählte Aufgaben samt ihren Lösungen. Den Abschluss bilden drei Gruppentafeln.

P. BUCHNER

Puzzles and Paradoxes. Von T. H. O'BEIRNE. 238 Seiten. 30s. Oxford University Press, 1965.

Aufgaben und Lösungen sind in diesem Buch nicht getrennt. Die Unterhaltung des Lesers besteht in der Lektüre attraktiver und leicht verständlicher Artikel, die je eine Gruppe von verwandten Denksportaufgaben und ihre Geschichte behandeln. Einige dieser Artikel sind vorher in der Zeitschrift *New Scientist* erschienen. Bei der Darstellung der Lösung steht die logische Struktur, die oft durch Diagramme veranschaulicht wird, im Vordergrund, algebraische Hilfsmittel werden nur selten benutzt.

In einem Nachwort gibt der Verfasser eine Charakterisierung der wichtigsten alten und neuen Werke über Unterhaltungsmathematik und stellt die Beziehungen seiner Darstellung zu dieser und weiterer Literatur dar.

E. TROST