form with high density of primes with smallest $p = 5$. Of course, all further smallest p of this form, or better: contained in this form, belong to $x^2 + x + 41$. It can be easily derived from Lehmer's sixth $A = 12899891 = 1663 \cdot 7757 = x^2 + x + 1019$ for $x = 3591$. The evaluation of the first 160 values of $f(x) = x^2 + x + 1019$ yields 96 primes, which is exactly 60%.

EDGAR KARST, University of Arizona, Tucson, Arizona

REFERENCES

[1] N. G. W. H. BEEGER, *On a New Case of the Congruence* $2^{p-1} \equiv 1 \pmod{p^2}$, Messenger Math. *51*, 149–150 (1922).
[2] N. G. W. H. BEEGER, *Liste des nombres premiers du onzième million (plus précisément de 10006741 a 10999997) d'après les tables manuscrites de J. Ph. Kulik, L. Poletti et R. J. Porter*, Amsterdam 1951.
[3] HARVEY COHN, *A Second Course in Number Theory*, New York 1962.
[4] HOWARD EVES, *An Introduction to the History of Mathematics*, New York 1953.
[5] A. FERRIER, *Les Nombres Premiers, principaux résultats obtenus depuis Euclide*, Paris 1947.
[6] CARL-ERIK FRÖBERG, *Some Computations of Wilson and Fermat Remainders*, Math. Tables and other Aids to Comp. *12*, 281 (1958).
[7] MELVIN HAUSNER and DAVID SACHS, *On the Congruence* $2^p \equiv 2(p^2)$, Amer. Math. Monthly *70*, 996 (1963).
[8] SIDNEY KRAVITZ, *The Congruence* $2^{p-1} \equiv 1 \pmod{p^2}$ *for* $p < 100000$, Math. Comp. *14*, 378 (1960).
[9] SIDNEY KRAVITZ, *Elementary Observations Concerning Euler's Prime Generating Polynomial* $f(n) = n^2 - n + 41$, Math. Mag. *35*, 152 (1962).
[10] W. MEISSNER, *Über die Teilbarkeit von* $2^p - 2$ *durch das Quadrat der Primzahl* $p = 1093$, Akad. der Wiss., Berlin, Sitzber. 1913, p. 663.
[11] D. H. LEHMER, *On the Function* $X^2 + X + A$, Sphinx *6*, 212–214 (1936); *7*, 40 (1937); *9*, 83–85 (1939).
[12] N. R. PEKELHARING, *The Number 41*, Simon Stevin *27*, 93–98 (1950).
[13] LUIGI POLETTI, *Il contributo italiano alla tavola dei numeri primi*, Rivista di Matematica della Università di Parma *2*, 417–434 (1951).
[14] HANS RIESEL, *Note on the Congruence* $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p^2}$, Math. Comp. *18*, 149–150 (1964).
[15] DAVID SACHS, *A Note on* $n^p \equiv n$ Mod (p^2), communicated to the author by MELVIN HAUSNER in a letter of March 10, 1965.

Aufgaben

Aufgabe 529. Um je zwei zueinander orthogonale Kreise eines elliptischen Kreisbüschels werden die gemeinsamen Tangenten gelegt. Welches ist die Enveloppe dieser Tangentenpaare? C. BINDSCHEDLER, Küsnacht

Lösung. Für einen Kreis k des elliptischen Kreisbüschels durch die Punkte $F_1(1, 0)$ und $F_2(-1, 0)$ kann Mittelpunkt M und Radius r durch $M(0, m)$ und $r = \sqrt{1 + m^2}$ angegeben werden, so dass für den zu k orthogonalen Kreis k' gilt: $M'(0, -1/m)$, $r' = \sqrt{1 + (-1/m)^2}$. Verwendung der HESSEschen Normalform liefert aus

$$\left| \frac{u\,x + v\,y + w}{\sqrt{u^2 + v^2}} \right|_{(x, y) = (0, m)} = \sqrt{1 + m^2}$$

für den Kreis k die Gleichung

$$k \ldots 0 = (1 + m^2)\, u^2 + v^2 - w^2 - 2\, m\, v\, w \quad (-\infty < m < \infty) \tag{1}$$

in Geradenkoordinaten (u, v, w). Die Gleichung des zu k orthogonalen Kreises k' ist durch Ersetzen von m durch $-1/m$ aus (1) zu erhalten:

$$k' \ldots 0 = (1 + m^2)\, u^2 + m^2\, v^2 - m^2\, w^2 + 2\, m\, v\, w\,. \tag{2}$$

Die gemeinsamen Lösungen (u, v, w) von (1) und (2) sind die Linienkoordinaten der gemeinsamen Tangenten von k und k'. Diese Koordinaten genügen auch der durch Addition aus (1) und (2) hervorgehenden Gleichung, die wegen $1 + m^2 \neq 0$ mit

$$0 = 2\, u^2 + v^2 - w^2$$

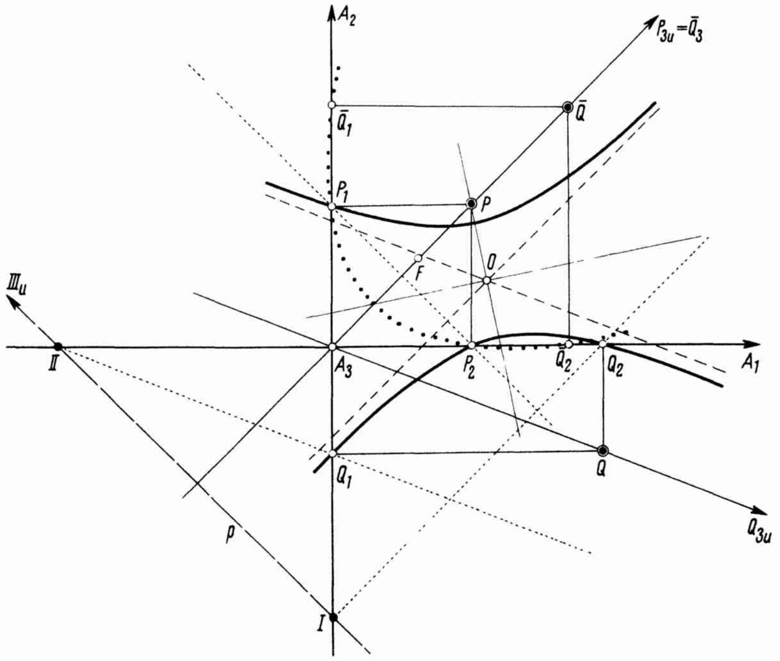
gleichwertig ist. Sie gibt die gesuchte Enveloppe an und ist nichts anderes als die Gleichung der Ellipse $0{,}5\, x^2 + y^2 = 1$, die die Grundpunkte F_1 und F_2 des Kreisbüschels als Brennpunkte besitzt, in Linienkoordinaten. G. Geise, Dresden

Weitere Lösungen sandten W. Jänichen (Berlin-Zehlendorf), L. Kieffer (Luxemburg), H. Meili (Winterthur).

Aufgabe 530. In der Ebene eines Dreiecks werden zwei Punkte beliebig so gewählt, dass keiner von ihnen auf einer Dreiecksseite liegt. Man zeige, dass die sechs Fusspunkte der Ecktransversalen durch die beiden Punkte auf einem Kegelschnitt liegen.

J. Schopp, Budapest

Lösung. Wir bezeichnen die Eckpunkte des Dreiecks mit A_i $(i = 1, 2, 3)$, die beliebig gewählten Punkte mit P und Q und die Fusspunkte der Eckentransversalen $[A_i\, P]$ bzw. $[A_i\, Q]$ mit P_i bzw. Q_i. Da die Punkte P und Q verschieden sind, kann höchstens für einen Wert von i $P_i = Q_i$ gelten.



Wegen des projektiven Charakters der Aufgabe können wir die Eckpunkte A_1 und A_2 als Fernpunkte zueinander orthogonaler Richtungen und den Punkt P als einen Punkt auf der Winkelsymmetralen des Winkels $\sphericalangle A_3A_1A_2$ annehmen. Die Punkte P_3 und Q_3 sind dann gleichfalls Fernpunkte. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit können wir weiters die Punkte P_1, P_2, Q_1 und Q_2 als voneinander verschieden voraussetzen. Wir betrachten nun das Sechseck $Q_1P_1P_2Q_2P_3Q_3$. Die Gegenseiten dieses Sechseckes besitzen Schnittpunkte

$$\mathrm{I} = [P_1Q_1 \cdot Q_2P_3]$$

$$\mathrm{II} = [P_2Q_2 \cdot Q_3Q_1]$$

$$\mathrm{III} = [P_1P_2 \cdot P_3Q_3]\,,$$

welche auf einer Geraden liegen, denn es gilt $\overline{A_3Q_2} = \overline{A_3\mathrm{I}} = \overline{A_3\mathrm{II}}$ und weiters $\overline{\mathrm{I\,II}} \parallel \overline{P_1P_2}$. Auf Grund des Satzes von PASCAL liegen nun die sechs Punkte P_i und Q_i auf einem Kegelschnitt.

Gilt $P_3 = Q_3$, so ist die zunächst unbestimmte Verbindungsgerade $[P_3Q_3]$ durch $[A_1A_2]$ zu ersetzen. Wie vorhin folgt dann, dass die Punkte P_i und Q_i auf einer Parabel liegen, die $[A_1A_2]$ in $P_3 = Q_3$ berührt.

H. VOGLER, Wien

W. JÄNICHEN (Berlin-Zehlendorf) weist darauf hin, dass der Satz der Aufgabe in E. JAHNKE, *Vorlesungen über die Vektorenrechnung*, Leipzig 1905, S. 76–78 als Übungsaufgabe (mit Lösung) vorkommt. Eine Verallgemeinerung des Satzes auf den n-dimensionalen Raum gibt die Aufgabe 552 (El. Math. *22*, 69 (1967) von J. SCHOPP.

Weitere Lösungen sandten C. BINDSCHEDLER (Küsnacht), G. GEISE (Dresden), H. MEILI (Winterthur), K. SCHULER (Rottweil).

Aufgabe 531. Démontrer que, pour n naturel, la condition que le nombre $2^n + 1$ soit premier n'est pas ni nécessaire ni suffisante pour que le nombre $2^{2^n} + 1$ soit premier (contrairement à ce qu'écrit M. H. VARCOLLIER à la page 15 de son livre *Nombres premiers, nombres avant-premiers*, Presses Universitaires de France, 1965).

W. SIERPIŃSKI, Varsovie

Lösung. Von den drei Zahlen

$$2^3 + 1\,, \quad 2^{2^3} + 1 = 2^8 + 1\,, \quad 2^{2^8} + 1$$

ist nur die zweite Primzahl. Dass die dritte Zahl zusammengesetzt ist, wurde schon 1909 von J. C. MOREHEAD und A. E. WESTERN bewiesen.

Diese Lösung sandten P. BUNDSCHUH (Freiburg/Br.), H. HARBORTH (Braunschweig), P. HOHLER (Olten), E. WIDMER (Biel).

Aufgabe 532. Die multiplikative Gruppe der zweireihigen quadratischen Matrizen mit *komplexen* Elementen und nichtverschwindender Determinante ist bekanntlich isomorph zu einer Untergruppe der Gruppe der vierreihigen quadratischen Matrizen mit *reellen* Elementen und nichtverschwindender Determinante. Man zeige, dass dasselbe gilt, wenn man die komplexen Zahlen durch Dualzahlen $a + b\,\varepsilon$ ($\varepsilon^2 = 0$) ersetzt.

G. KIRSCHMER, München

Lösung. Für eine zweireihige quadratische duale Matrix

$$M := \begin{pmatrix} a_0 + \varepsilon\, b_0 & a_1 + \varepsilon\, b_1 \\ a_2 + \varepsilon\, b_2 & a_3 + \varepsilon\, b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_0 & a_1 \\ a_2 & a_3 \end{pmatrix} + \varepsilon \begin{pmatrix} b_0 & b_1 \\ b_2 & b_3 \end{pmatrix} =: A + \varepsilon\, B$$

ist der Passus «mit nicht verschwindender Determinante» zu ersetzen durch «mit Determinante, die nicht Nullteiler ist», welcher Fall genau für $a_0\,a_3 - a_1\,a_2 = |A| \neq 0$ vor-