Nachdem die vorliegende Arbeit geschrieben war, teilte mir Herr Prof. F. KARTESZI mit, dass sein Assistent J. HORVATH die Gleichung (8) auf ähnlichem Wege entwickelt hat [3].

H. ZEITLER, Weiden/Deutschland

LITERATUR

[1] F. KARTESZI, *Eine Bemerkung über das Dreiecksnetz der hyperbolischen Ebene*, Publ. Math. Debrecen *5*, 142–146 (1957).
[2] H. MESCHKOWSKI, *Differenzengleichungen*, Göttingen (1959), 94–98.
[3] J. HORVATH, *Über die regulären Mosaiken der hyperbolischen Ebene*, Ann. Sect. Math. Budapest *7*, 49–53 (1964).

Zur Induktion im Kontinuum

Unter Kontinuum verstehen wir eine dicht geordnete Menge A ohne erstes und letztes Glied. Das Prinzip der Induktion im Kontinuum kann man so formulieren (siehe [2]):

Es sei S eine Eigenschaft. Folgende Voraussetzungen seien erfüllt:

(i) Es existiert ein solches $\alpha \in A$, dass jedes $\lambda \in A$, $\lambda < \alpha$ die Eigenschaft S hat.

(ii) Wenn alle $\lambda \in A$, $\lambda < \beta$ $(\beta \in A)$ die Eigenschaft S haben, dann existiert ein solches $\gamma \in A$, $\beta < \gamma$, dass jedes $\lambda \in A$, $\lambda < \gamma$ die Eigenschaft S hat.

Behauptung: Alle Elemente des Kontinuums A haben die Eigenschaft S.

In der Arbeit [2] ist bewiesen, dass das Prinzip der Induktion im Kontinuum dasselbe bedeutet wie das Dedekindsche Axiom über die Nichtexistenz von Lücken im Kontinuum. In den Arbeiten [1] und [2] gebraucht man das Prinzip der Induktion im Kontinuum zum Beweis einiger grundlegender Sätze der Analysis. In diesem Artikel geben wir mit Hilfe des Prinzips der Induktion in $(-\infty, +\infty)$ einen neuen Beweis des folgenden grundlegenden Satzes der Analysis, der von E. HEINE stammt.

Satz. Es sei f eine auf dem endlichen, abgeschlossenen Intervall $\langle a, b \rangle$ stetige reelle Funktion. Dann ist f gleichmässig stetig auf $\langle a, b \rangle$.

Beweis. f erfülle die Voraussetzungen des Satzes. Wir setzen noch $f(x) = f(a)$ für $x < a$ und $f(x) = f(b)$ für $x > b$. Dann ist f für alle $x \in (-\infty, +\infty)$ definiert und stetig im ganzen Intervall $(-\infty, +\infty)$.

Es sei $\varepsilon > 0$. Wir sagen, dass die Zahl $\lambda \in (-\infty, +\infty)$ die Eigenschaft $S(\varepsilon)$ hat, wenn zwei reelle Zahlen $\delta = \delta(\varepsilon, \lambda) > 0$, $\eta = \eta(\varepsilon, \lambda) > 0$ existieren, so dass für jedes Zahlenpaar $x', x'' \in (-\infty, \lambda + \eta)$, für das $| x' - x'' | < \delta$ gilt, $| f(x') - f(x'') | < \varepsilon$ ist. Wir zeigen dann mit Hilfe des Prinzips der Induktion in $(-\infty, +\infty)$, dass alle reellen Zahlen die Eigenschaft $S(\varepsilon)$ haben.

Es sei also ε eine beliebige positive reelle Zahl und $S(\varepsilon)$ habe die obige Bedeutung. Wenn $\alpha < a$ ist, dann hat offenbar jede Zahl $\lambda < \alpha$ die Eigenschaft $S(\varepsilon)$, also ist für $S = S(\varepsilon)$ die Voraussetzung (i) des Prinzips der Induktion erfüllt.

Wir zeigen jetzt, dass auch die Voraussetzung (ii) für $S = S(\varepsilon)$ erfüllt ist. Es sei $\beta \in (-\infty, +\infty)$, und es habe jedes $\lambda < \beta$ die Eigenschaft $S(\varepsilon)$. Wenn $\beta < a$ ist, setzen wir $\gamma = a$, für $\beta > b$ setzen wir $\gamma = \beta + 1$, dann ist die Voraussetzung (ii) sichtlich erfüllt. Es sei endlich $a \leqq \beta \leqq b$. Wir beschränken uns auf den Fall