2. Diskutiere und skizziere den Verlauf der Kurve, deren Gleichung in Polarkoordinaten lautet:

$$\varrho = \frac{\varphi}{\cos\varphi}\,.$$

▶ In kartesischen Koordinaten ergibt sich die Gleichung $y = x \operatorname{tg} x$.

3. Von einem regulären n-Eck mit der Seite a wird eine Seite entfernt. Berechne den Abstand η des Schwerpunkts des übrigbleibenden $(n-1)$-gliedrigen Streckenzugs von der fehlenden Seite.

▶ Die Guldinsche Regel liefert für die durch Rotation erzeugte Fläche

$$F = 2\pi \frac{a}{2} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{n}\, na = 2\pi\eta\,(n-1)\,a,$$

$$\eta = \frac{an}{2(n-1)} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{n}\,.$$

Man weise nach, dass speziell für $n = 5$ auch folgende Resultate richtig sind:

$$\eta = a\,\frac{\sqrt{25+10\sqrt{5}}}{8} = \frac{a}{4}\,(3\sin 72^\circ + \sin 36^\circ) = \frac{a}{4} \operatorname{ctg} 36^\circ\,(3 + \cos 36^\circ - 2\cos^2 36^\circ).$$

4. ABC ist ein rechtwinkliges Dreieck mit der festen Hypotenuse c. Es sei $\sphericalangle A = \alpha \leqq 45^\circ$. Eine Parabel geht durch A und B, berührt die Kathete AC, und ihre Achse steht senkrecht auf AB. Berechne die Fläche f der von den Katheten und dem Parabelbogen AB begrenzten Figur als Funktion von α, und bestimme die extremen Werte von f.

▶ $$f = c^2\left(\frac{\sin 2\alpha}{4} - \frac{\operatorname{tg}\alpha}{6}\right).$$

$\alpha_1 = 31^\circ 23'$, $f_1 = c^2 \cdot 0{,}11562$ relatives Maximum,

$\alpha_2 = 45^\circ$, $f_2 = c^2 \cdot 0{,}08333$ absolutes Minimum.

5. Die Punkte P und Q des nichtüberschlagenen Vierecks F_1PF_2Q sollen auf einer Ellipse mit den Brennpunkten F_1 und F_2 liegen. Dann liegen die Schnittpunkte U, V der Geraden F_1P und F_2Q, beziehungsweise F_2P und F_1Q auf einer konfokalen Ellipse.

▶ Eine leicht zu beweisende Erweiterung des Satzes vom Tangentenviereck lautet: Besitzt ein Viereck einen Ankreis, so sind die Differenzen gegenüberliegender Seiten gleich. Die Umkehrung ist ebenfalls richtig.

Die Voraussetzung besagt, dass das Viereck F_1PF_2Q einen Ankreis besitzt; dieser ist aber auch Ankreis des Vierecks F_1UF_2V, woraus die Behauptung folgt. Ist das erste Viereck überschlagen, so liegen U und V auf einer konfokalen Hyperbel.

Literaturüberschau

ALGOL. *Théorie et Pratique.* Von J. ARSAC, A. LENTIN, M. NIVAT, L. NOLIN. 204 Seiten. NF 45.–. Gauthier-Villars, Paris 1965.

Die Programmierungssprache ALGOL, definiert durch den «Revised Report on the algorithmic Language ALGOL 60», soll dem Mathematiker, Physiker, Chemiker usw. ermöglichen, seine Rechenprogramme selbst zu schreiben und auch von andern geschriebene zu lesen.

Die vorliegende Publikation des Institutes für Programmierung der Faculté des Sciences de Paris ist ein Leitfaden dieser Sprache. Es mutet etwas merkwürdig an, dass darin die international definierten 24 englischen Begriffswörter durch französische Wörter ersetzt sind. Die angestrebte allgemeine Verständlichkeit wird dadurch beeinträchtigt.

Das Buch ist reichlich mit Beispielen durchsetzt. Im 3. Kapitel wäre eine gewisse Straffung erwünscht. Es findet sich dort ein Programm für Bestimmung des *ggT* dreimal in unveränderter und noch dreimal in leicht veränderter Form vor. Dagegen finden sich im 8. Kapitel recht interessante und auch schwierige Beispiele. E. R. BRÄNDLI

Mathematische Statistik. Von B. L. VAN DER WAERDEN. XII und 360 Seiten mit 39 Figuren und 13 Zahlentafeln. 2. Auflage. DM 49.60. Springer-Verlag, Berlin, Göttingen und Heidelberg 1965.

Die erste Auflage dieses Werkes ist seiner Zeit in den «Elementen» (*12*, 71 [1957]) ausführlich besprochen worden. Die vorliegende Neuauflage ist ein im wesentlichen unveränderter Nachdruck. Das aus reicher Kenntnis von Praxis und Theorie der mathematischen Statistik heraus geschriebene Buch ist inzwischen zum weit verbreiteten Standardwerk geworden und bedarf wohl kaum noch der weitern Empfehlung. R. INEICHEN

Grundzüge der Mathematik, Band IV, Praktische Methoden und Anwendungen der Mathematik (Geometrie und Statistik). Herausgegeben von H. BEHNKE, G. BERTRAM und R. SAUER. XI und 406 Seiten mit zahlreichen Abbildungen. DM 49.–. Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen 1966.

Jeder Benützer der bisher erschienenen drei Bände der «Grundzüge», die der Arithmetik und Algebra, der Geometrie und der Analysis gewidmet sind (vgl. Besprechungen El. Math. *14*, 94 (1959) und *19*, 47 [1964]) wird sich freuen, dass dieses weit ausholende Werk nun durch zwei Bände abgeschlossen werden soll, die den praktischen Methoden und den Anwendungen bestimmt sind. Und eine solche Ergänzung ist wahrlich notwendig; ohne sie wäre das Bild der Mathematik, das die «Grundzüge» vermitteln wollen, doch sehr einseitig. Das wäre nicht zuletzt für die Schule unheilvoll, denn das Werk will ja in erster Linie dem Lehrer am Gymnasium dienen.

Der vorliegende Band bringt zunächst eine willkommene Einleitung von A. WALTHER über «Mathematik als Einheit aus reiner und angewandter Mathematik», die auch manchen Hinweis auf die Impulse zur Erneuerung der Schulmathematik enthält, die sich aus dem Aufschwung der numerischen Mathematik ergeben.

Anschliessend werden von K. STRUBECKER und E. STEINBACHER «Graphische und mechanische Methoden der angewandten Mathematik» dargestellt; gerade hier wird der interessierte Leser viel vereinigt finden, das er sonst in zahlreichen Einzeldarstellungen mühselig zusammensuchen muss.

Im folgenden Kapitel berichten F. HOHENBERG und J. TSCHUPIK über «Anwendungen der Geometrie», vor allem über Fragen der angewandten Darstellenden Geometrie und der kinematischen Geometrie.

In sehr einladender Form orientieren darauf H. FREUDENTHAL und H. G. STEINER über die Geschichte der Wahrscheinlichkeitstheorie und der mathematischen Statistik, die ja besonders reich an reizvollen Einzelheiten ist; Einzelheiten allerdings, die in diesem Artikel sehr geschickt als Ausgangspunkte zu allgemeineren Einsichten verwertet werden. –

Das umfangreichste Kapitel – rund 170 Seiten umfassend – ist den «Statistischen Methoden» gewidmet (H. MÜNZER und K. STANGE). Die Autoren vermitteln eine sehr breit angelegte Übersicht, die in gleicher Weise der Einführung und der Weiterbildung dienen kann. Im Interesse einer leichteren Verständlichkeit verzichten sie auf die masstheoretische Darstellung; zahlreiche Beispiele werden zur Illustration herangezogen.

Eine gediegene Abrundung erhält der ganze Band schliesslich durch den Beitrag von E. STIEFEL über «Angewandte Mathematik und höhere Schulen». Der Verfasser, dessen Anliegen in diesem Bereich gerade dem Schweizer Leser nicht mehr ganz unbekannt sein dürften, orientiert über Grundzüge der neueren angewandten und numerischen Mathematik, die dem Gymnasialunterricht naheliegen (Lineare Optimierung, Spieltheorie, Keplersche Formel und Simpsonsche Regel, Schaltalgebra). Es handelt sich dabei um Gebiete, die – mindestens zur Zeit – nicht eigentlich in die Mathematik der höhern Schule gehören, aber doch als Aufgaben und Übungen sich zwanglos einfügen lassen und wertvolle Ausblicke gestatten. Einfache Beispiele zeigen, wie dies konkret durchgeführt werden kann.

R. INEICHEN

The Theory of Stochastic Processes. Von D. R. COX und H. D. MILLER. VII und 398 Seiten. 70s. Verlag Methuen, London 1965.

Die Theorie der stochastischen Prozesse untersucht Systeme von Zufallsvariablen $X(t)$, die von einem Zeitparameter t abhängen. Diese Teildisziplin innerhalb der Wahrscheinlichkeitsrechnung hat in den letzten Jahren bedeutende Fortschritte gemacht. Ein breites Spektrum von Anwendungsmöglichkeiten wie z. B. in Physik, Biologie und Technik hat diesen Wissenszweig besonders attraktiv gestaltet. Das vorliegende Buch wendet sich deshalb in erster Linie an Fachleute aus obgenannten Gebieten.

Neben der Infinitesimalrechnung und der elementaren Wahrscheinlichkeitsrechnung sind Grundkenntnisse in der Matrizenrechnung und Laplace- und Fouriertransformationen notwendig. Die einzelnen Kapitel (Markovketten, Markovprozesse, Nicht-Markovprozesse, stationäre Prozesse usw.) sind mehrheitlich in sich geschlossen. Nicht behandelt sind u. a. die Lösung von Problemen durch Simulation und die statistische Analyse von Daten, die aus stochastischen Prozessen hervorgehen.

Das Buch ist in einem flüssigen und ansprechenden Stil geschrieben. Der vielfältige Schwierigkeitsgrad erlaubt es dem Leser, fast in jedem Kapitel einen Schritt weit einzudringen. Nützlich und recht anspruchsvoll sind die zahlreichen, am Ende jedes Kapitels beigefügten Aufgaben und Hinweise, die ein vertieftes Studium der Materie ermöglichen.

H. LOEFFEL

Der Mathematikunterricht. Beiträge zu seiner wissenschaftlichen und methodischen Gestaltung, herausgegeben von E. LÖFFLER. Jahrgang 9, 1963. Ernst-Klett-Verlag, Stuttgart.

Die blaue Klett-Reihe ist heute unbestritten der wichtigste Treffpunkt der Schulmathematiker im deutschsprachigen Raum geworden. Dass sie das bisherige Niveau zu halten verstand und gleichzeitig zu einer Erweiterung des Umfanges übergehen konnte, ist wohl zu einem schönen Teil das Verdienst von E. LÖFFLER, welcher der Reihe seit ihrer Gründung mit Umsicht vorsteht.

Heft 1 führt den Titel *Abbildungsgeometrie IV* und wurde von K. FABER redigiert. Es bringt mehrere ausführliche Berichte über Unterrichtsversuche auf der Mittel- und Oberstufe und liefert damit einen wertvollen Beitrag im Gespräch zur Didaktik der Abbildungsgeometrie. Für die eigene Unterrichtsgestaltung kann der Leser auch aus diesem neuen Heft über Abbildungsgeometrie wiederum eine Fülle von originellen Anregungen entnehmen.

Das Thema von Heft 2 lautet *Philosophie im Mathematikunterricht II*. Die Redaktion besorgte G. KROPP. Man definiert die Philosophen gerne als Leute, die unverbindlich über die Welt nachsinnen und anschliessend ihre Gedanken in einem Nebel von kunstvoll-konstruierten Begriffsbildungen versenken. Wobei noch zu sagen wäre, dass die Philosophen an diesem Philosophenbild nicht einmal ganz unschuldig sind. Es gibt aber auch handfeste Philosophie und dazu gehört das mathematische Denken, sobald die Mathematik über sich selbst zu reflektieren beginnt. Fragestellungen dieser Art tauchen auch schon in der Schulmathematik auf. Einige davon aufzuzeigen, ist das Ziel dieses Heftes. Es schliesst an ein früheres Heft der Reihe an (1962/2) und greift vorwiegend Themen aus dem Bereiche der Geometrie und der Algebra heraus. Man möchte wünschen, dass der kurze Aufsatz des bekannten Zahlentheoretikers H. HASSE bei den Mathematiklehrern die gebührende Beachtung findet. HASSE legt darin in der ihm eigenen prägnanten Sprache eine Art Bestandesaufnahme der modernen Mathematik als reiner und zugleich anwendbarer Wissenschaft vor. Bemerkenswert ist auch der Beitrag von P. KNABE, der an einigen konkreten Unterrichtsgegenständen philosophisches Denken sichtbar macht.

Für das 3. Heft mit dem Titel *Kegelschnitte* zeichnet K. FLADT als verantwortlich. Es enthält eine nette Zusammenfassung von verschiedenen Wegen, die im modernen Mathematikunterricht zu den Kegelschnitten hinführen. Die Modernisierung der Kegelschnittlehre zeigt sich vor allem in einer stärkeren Ausrichtung nach abbildungsgeometrischen Gesichtspunkten. Die meisten Beiträge sind synthetisch-konstruktiv orientiert; den Kontrast dazu bildet der Artikel von M. BARNER und F. FLOHR, in dem eine moderne Darbietung der Kegelschnittlehre auf der Basis des 2-dimensionalen Vektorraumes entwickelt wird. Er liefert zudem auch noch ein hübsches Beispiel für das axiomatische Ordnen eines Teilgebietes der Schulgeometrie und dürfte deshalb auf das besondere Interesse der Schulmathematiker stossen.

Heft 4 führt die Überschrift *Axiomatik und Geometrieunterricht*. Es gehört zu den gewichtigen Einheiten der blauen Reihe und sollte deshalb einen dunkelblauen Einband führen. In diesem Heft sind Vorträge zusammengestellt, die im Verlauf einer Didaktik-Tagung im Herbst 1962 am Mathematischen Forschungsinstitut in Oberwolfach gehalten wurden. Die beiden Tagungsleiter M. BARNER und K. FLADT zeichnen als Heftbetreuer; die Autoren der publizierten Vorträge sind H. FREUDENTHAL, F. RAITH, K. FABER, H. GRIESEL, H. G. STEINER und A. KIRSCH. Die Betrachtungen von H. FREUDENTHAL zur Axiomatik im allgemeinen seien hier besonders erwähnt, sind sie doch von grundsätzlicher Bedeutung für die gesamte Schulmathematik. FREUDENTHAL lehnt mit aller Deutlichkeit die präfabrizierte Axiomatik in der Schule ab, redet aber dafür einem vernünftigen Axiomatisieren das Wort, wofür er den Begriff des lokalen Ordnens einführt.

Aufgaben mit rationalen Lösungen II ist der Titel von Heft 5, das ebenfalls an ein früheres Heft (1961/4) anknüpft. Die Zusammenstellung der Beiträge lag in den Händen von A. BAUR, der hier geometrische Aufgaben zur Diskussion stellt. Das Heft wendet sich in erster Linie an Lehrpersonen, die sich der Komposition neuer Aufgaben unterziehen wollen, eine Arbeit, die in der gegenwärtigen Periode des Umbruches nicht unterschätzt werden darf. Es sei aber darauf hingewiesen, dass durch die zur Darstellung gelangenden Konstruktionsmethoden gelegentlich bemerkenswerte zahlentheoretische Zusammenhänge zu Tage treten, die auch in anderer Hinsicht im Unterricht verwertet werden können.

M. JEGER

Mathematik als Bildungsgrundlage. Von H. MESCHKOWSKI. 212 Seiten mit 41 Figuren. DM 19.80. Friedrich Vieweg & Sohn, Braunschweig 1965.

MESCHKOWSKI hat einen Teil seines mathematischen Schaffens auf die Aufgabe gerichtet, die Ideen und Begriffsbildungen der modernen Mathematik zu erklären und verständlich zu machen. Bei der gegenwärtigen raschen Entwicklung in der Wissenschaft kommt dieser Art von Information eine wichtige Rolle zu. Sie ermöglicht auch jenen einen gewissen Anschluss, die nicht in vorderster Front dabei sein können. MESCHKOWSKIS Schriften sind vor allem bei den Schulmathematikern sehr beliebt; sie entsprechen bei der heutigen Situation im mathematischen Unterrichtswesen einem echten Bedürfnis.

In seiner «Mathematik als Bildungsgrundlage» geht es dem Autor jetzt darum, die Bildungswerte in den verschiedenen Gebieten der modernen Mathematik aufzuzeigen und für den Unterricht nutzbar zu machen. Er hütet sich dabei in allgemeiner Bildungstheorie zu machen; seine Anliegen sind durchwegs an konkreten Fragestellungen motiviert und von Bemerkungen über die historische Entwicklung begleitet. Dies macht das Buch didaktisch besonders wertvoll. Auch verzichtet er auf jede Dogmatik. Es ist dies ein äusserst sympathisches Wirken für die moderne Mathematik in einer Zeit, wo gewisse Koryphäen der Mathematik auf Tagungen nichts Gescheiteres wissen, als erfahrene Schulmathematiker anzuschreien. MESCHKOWSKI macht sich in seinem neuen Buch zu einem Anwalt für die moderne Mathematik in Schule und Unterricht, auf den man gerne hört.

Im grossen ganzen befindet sich der Autor mit seinen Anliegen auf einer gesunden Mittellinie. Er muss sich daher nach zwei Seiten verteidigen, auf der einen Seite gegen die der Tradition verpflichteten Schöngeistereien von WITTENBERG (vgl. El. Math. *21*, 23 (1966)), dann aber auch gegen die Modernisten vom Schlage eines DIEUDONNÉ, der die Schulgeometrie nur noch als lineare Algebra gelten lassen will. MESCHKOWSKI verlässt aber gelegentlich diese Mittellinie, zum Beispiel wenn er postuliert, der Mathematikunterricht habe in aller Strenge die Wissenschaft von den formalen Systemen zu entwickeln und dies ohne Rücksichtnahme auf die Anwendungen. Hier wird man unweigerlich an die in Altphilologen- und in Ärztekreisen vielverbreitete Ansicht erinnert, dass ein Fach um so allgemeinbildender sei, je weniger Anwendungen damit in Verbindung stehen.

In Fragen der Didaktik darf der Autor natürlich nicht erwarten, dass der Leser restlos mit ihm einig geht. Dies gilt erst recht für jene Teile des Buches, in denen er über die Mathematik hinausgreift und Vergleiche mit andern Disziplinen anstellt. Wer die Denkkategorien der Mathemaik auf andere Gebiete überträgt, gerät leicht ins Fahrwasser rein negativer Urteile. Wenn während Jahrhunderten die Bildungsfähigkeit vorwiegend den klassischen Fächern vorbehalten war, dann ist es ebenso verkehrt, diese nun quasi für die Mathematik allein zu beanspruchen. Diese Vorbehalte möchten aber die Bedeutung von MESCHKOWSKIS Buch in keiner Weise schmälern. Man muss ihm ausserordentlich dankbar sein, dass er die moderne Mathematik auf ihren Bildungsgehalt untersucht hat und mit seinen Gedanken das Gespräch hierüber in Gang bringt. Erfreulich ist auch die Tatsache, dass wieder einmal von kompetenter Seite an einige allzu bekannte wunde Punkte in der Schulmathematik erinnert wird; ich meine die vielen Pfuschereien im Unterricht der Elementargeometrie und der Infinitesimalrechnung, die zu einem schönen Teil davon herrühren, dass die meisten Hochschulen die Querverbindungen zwischen der Elementarmathematik und der Wissenschaft zu wenig pflegen. Wie kann man zum Beispiel von einem Lehrer einen vernünftigen Geometrieunterricht erwarten, wenn ihm die deduktiven Systeme von EUKLID und HILBERT völlig fremd sind? Andererseits muss man sich aber auch dessen bewusst sein, dass die «unendlichkleinen Grössen» immer wieder in der Schulanalysis herumgeistern werden, solange Ingenieure und andere Hilfskräfte für den Mathematikunterricht eingesetzt werden müssen. Erfahrungsgemäss informieren sich diese Leute nämlich chronisch an der falschen Literatur oder ausschliesslich in ihren eigenen alten Schulheften. Wissenschaftliche Sauberkeit im Unterricht ist nur bei einer entsprechenden Ausbildung der Lehrer möglich.

Im letzten Teil seines Buches zieht MESCHKOWSKI aus seinen Untersuchungen Folgerungen für die Mittelschulpolitik. Er fordert eine stärkere Akzentuierung der Mathematik in den Lehrplänen. Als Mathematiker muss man ihm beipflichten, nicht aus einem Prestigedenken heraus, aber aus der Überzeugung, dass die Mathematik und das mathematische Denken für die Gesellschaft des ausgehenden 20. Jahrhunderts ein zunehmend grösseres Gewicht erhalten. Die Frage ist nur, ob ihm auch die massgebenden Politiker zu folgen vermögen. Ich sehe diesbezüglich schwarz, hören doch in diesen Kreisen die mathematischen Kenntnisse meist beim Dreisatz auf.

Der Schulmathematiker hingegen kommt voll auf seine Rechnung. Er wird aus dem Buch eine Fülle von didaktischen Anregungen entnehmen können. Besonders freuen wird er sich auch an den vielen Zitaten und Literaturangaben, die das Buch zu einer wahren Fundgrube machen. M. JEGER

Die Lehre von den Kegelschnitten im Altertum. Von H. G. ZEUTHEN. Herausgegeben und mit Vorwort und Register versehen von Prof. Dr. J. E. HOFMANN.

Nachdruck der Ausgabe Kopenhagen 1886. XVI und 522 Seiten. DM 84.–. G. Olms, Hildesheim 1966.

Eine ausgezeichnete Darstellung der Kegelschnittlehren der Alten hat ZEUTHEN in diesem Werk niedergelegt. Insbesondere das Hauptwerk von APOLLONIOS VON PERGE, die *Conica*, war Gegenstand von ZEUTHENS Studie. Über den Inhalt der *Conica* hat APOLLONIOS selbst sich in der Vorrede zum 1. Buch ausführlich geäussert: Von den acht Büchern nun enthalten die 4 ersten die Elemente (allgemeine Grundlage) dieser Disziplin. Das erste von diesen enthält die Erzeugung der 3 Kegelschnitte und der gegenüberliegenden Schnitte, sowie deren Haupteigenschaften... Das zweite Buch behandelt dasjenige, was sich auf die Durchmesser und die Axen der Schnitte bezieht, die Asymptoten und anderes, was von allgemeiner und wesentlicher Bedeutung für die Diorismen ist... Das dritte Buch enthält viele und merkwürdige Theoreme, die nützlich sind für die Synthesis und den Diorismus körperlicher Örter... Das vierte Buch lehrt, auf wieviele Arten sich Kegelschnitte unter sich und mit einer Kreisperipherie schneiden können, und anderes mehr, was beides nicht von meinen Vorgängern behandelt ist: in wie viel Punkten ein Kegelschnitt oder ein Kreis und gegenüberliegende Schnitte sich mit gegenüberliegenden Schnitten schneiden.

Die übrigen 4 Bücher enthalten weitergehende Betrachtungen. Das fünfte handelt nämlich ausführlicher über Minima und Maxima; das sechste über kongruente und ähnliche Kegelschnitte, das siebente über Theoreme, die auf Diorismen Bezug haben; das achte behandelt (durch Diorismen) abgegrenzte Aufgaben über Kegelschnitte.

Ich bin überzeugt, dass dieser Nachdruck des längst vergriffenen Werkes, dem ein Vorwort von Herrn Prof. Dr. J. E. HOFMANN und ein sehr nützliches Namen- und Schriftenverzeichnis beigegeben ist, vielen willkommen sein wird. H. L. L. BUSARD

Elementary methods in Analytic Number Theory. Von A. O. GELFOND and YU. V. LINNIK. 242 Seiten. 42s. George Allen & Unwin Ltd., London, 1965.

Diese englische Übersetzung des auf russisch erschienenen interessanten Werkes bringt in ihren 12 Kapiteln eine gelungene und überaus reichhaltige Auswahl aus demjenigen Teil der analytischen Zahlentheorie, der mit elementaren Methoden auskommt. Die einzelnen Kapitel sind weitgehend unabhängig voneinander lesbar. Die nun folgende nüchterne Inhaltsangabe lässt wenig von der Eleganz und inneren Schönheit des Buches erahnen. Jeder Leser, der zahlentheoretisch durch ein einführendes Kolleg oder Buch vorgebildet ist, kann reichen Gewinn aus diesem Werk ziehen.

In Kapitel 1 werden die Schnirelman-Dichte für Folgen natürlicher Zahlen eingeführt und der bekannte Satz von MANN über die Dichte der Summe zweier Folgen bewiesen; dazu kommt noch ein Satz von ERDÖS, wonach jede Basis eine wesentliche Komponente ist. Kapitel 2 bringt LINNIKS Lösung des Waringschen Problems, wonach die Folge der k-ten Potenzen natürlicher Zahlen eine Basis bildet; unglücklicherweise wurde hier HUAS drastische Vereinfachung nicht berücksichtigt (vgl. etwa L. K. HUA, Abschätzungen von Exponentialsummen und ihre Anwendung in der Zahlentheorie. Enz. d. Math. Wiss. I_2, Heft 13 I. Leipzig 1958; S. 9–11). In Kapitel 3 werden die Sätze von ČEBYSHEV über Primzahlen und der Satz von DIRICHLET über Primzahlen in arithmetischen Progressionen (im wesentlichen nach A. SELBERG und SHAPIRO) bewiesen. Kapitel 4 enthält einen Satz von KUBILIUS und LINNIK über Gausszahlen mit höchstens 2 Primfaktoren. In Kapitel 5 wird mit dem Sieb von BRUN die Konvergenz der Summe der reziproken Primzahlzwillinge bewiesen. Aus dem Sieb von A. SELBERG wird in Kapitel 6 der Satz von SCHNIRELMAN hergeleitet, wonach die Primzahlen eine Basis (im Sinne von Kapitel 1) bilden. Kapitel 7 befasst sich im Anschluss an I. M. VINOGRADOV mit den Bruchteilen der Folge αp, wenn p bei gegebener positiver Zahl α alle Primzahlen durchläuft. In Kapitel 8 wird die Anzahl der Gitterpunkte in gewissen Bereichen abgeschätzt. Kapitel 9 behandelt die Verteilung der Potenzreste nach einem Primzahlmodul in Anlehnung an I. M. VINOGRADOV; auf die neueren Ergebnisse von D. BURGESS und auf einige Vermutungen wird hingewiesen. Kapitel 10 enthält MANINS Beweis von HASSES Satz über elliptische Funktionenkörper bei endlichem Konstantenkörper. In Kapitel 11 schliesst sich ein Beweis für SIEGELS Satz über die Klassenzahl binärer quadratischer Formen an. Im 12. und letzten Kapitel wird noch GELFONDS Satz über die Transzendenz von Zahlen der Gestalt α^β bewiesen; ein Hinweis auf TH. SCHNEIDER fehlt.

Dem Werk sind viele (mit Bleistift und Papier ausgerüstete) Leser zu wünschen.

G. J. RIEGER

Méthodes élémentaires dans la théorie analytique des nombres. Von A. GELFOND und Y. LINNIK. 234 Seiten. 46 Fr. Gauthier-Villars, Paris 1965.

Es handelt sich um die französische Übersetzung des russischen Werkes, dessen englische Ausgabe oben besprochen ist. Störend wirken sich einige Fehler in der Wiedergabe von Eigennamen aus, die zum Teil davon herrühren, dass das im Russischen durch G ausgedrückte H als G stehenblieb. Die berühmten «Drei Perlen der Zahlentheorie» von KHINCHIN wurden im Literaturverzeichnis zu «Trois théories liées en théorie des nombres». E. TROST