

Werk

Titel: Aufgaben für die Schule.

Jahr: 1967

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?378850199_0022|log12

Kontakt/Contact

[Digizeitschriften e.V.](#)
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

✉ info@digizeitschriften.de

Aufgabe 543. Welche natürlichen Zahlen sind zugleich Fibonaccizahlen 1 2 3 5 8 13... und Lucaszahlen 2 1 3 4 7 11...? I. PAASCHE, München

Aufgabe 544. The formulas

$$\sum_{k=0}^{2n} (-1)^k \binom{2n}{k}^2 = (-1)^n \frac{(2n)!}{(n!)^2}, \quad \sum_{k=0}^{2n} (-1)^k \binom{2n}{k}^3 = (-1)^n \frac{(3n)!}{(n!)^3}$$

are well known. Show that

$$\sum_{k=0}^{2n} (-1)^k \binom{2n}{k}^r = (-1)^n \frac{(r n)!}{(n!)^r} \quad (*)$$

is impossible for $r > 3$.

L. CARLITZ, Duke Univ., USA

Aufgaben für die Schule

Es wird kein Anspruch auf Originalität der Aufgaben erhoben; Autoren und Quellen werden im allgemeinen nicht genannt. Die Daten für Aufgaben aus der Darstellenden Geometrie sind durchwegs so festgelegt, dass der Ursprung des Koordinatensystems in der Mitte des linken Randes eines Blattes vom Format A4 gewählt werden soll, x -Achse nach rechts, y -Achse nach vorn, z -Achse nach oben, Einheit 1 cm. Anregungen und Beiträge sind zu senden an Prof. Dr. WILLI LÜSSY, Büelrainstrasse 51, Winterthur

1. Die Gleichung einer Kurve in Polarkoordinaten lautet

$$\rho = a (\sin 2\varphi + \cos 2\varphi).$$

Berechne die eingeschlossene Fläche.

► $f = \pi a^2$. Mittels einer Drehung des Nullstrahls findet man leicht, dass es sich um eine vierblättrige Rosenkurve handelt.

2. In welchem Verhältnis wird die Fläche der Ellipse

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$$

durch die Parabel $y = 0,8\sqrt{3x}$ geteilt?

► $\lambda = 1,8894$.

3. Ein gerades Rohrstück der Höhe h soll einen kreisförmigen Querschnitt vom Radius r in einen gleich grossen quadratischen überführen. Der Mantel soll abwickelbar sein, das heisst, er besteht aus vier gleichschenkligen Dreiecken, die an die Quadratseiten anschliessen, und aus vier kongruenten Teilen eines Kegelmantels, deren Spitzen in den Quadratecken liegen. Berechne das Volumen des Rohrstücks.

►
$$V = \frac{2}{3} r^2 h (\pi + \sqrt{\pi}).$$

Die Fläche des Querschnittes erweist sich als quadratische Funktion des Abstandes von einer Grundfläche, für die Volumenberechnung kann die Simpsonsche Formel verwendet werden.

4. Für die angenäherte Berechnung des Umfangs einer Ellipse mit den Halbachsen a und b gibt es eine Formel von BOUSSINESQ:

$$L \approx \pi \left[\frac{3}{2} (a + b) - \sqrt{ab} \right].$$

Sie verwendet das arithmetische und das geometrische Mittel von a und b und ist für kleine Werte von $b : a$ ($\leq 0,2$) unbrauchbar.