3. Zeige, dass die Gleichung
$$16\,x^4 + 8\,x^3 - 12\,x^2 - 8\,x - 1 = 0$$
eine Lösung $x = \cos 20°$ besitzt.
▶ Benütze die Identität $\cos 3\alpha = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha$.

4. Die Gleichung
$$2^x + 2^y = n\,!$$
ist in ganzen positiven Zahlen zu lösen.
▶ Die einzigen Lösungen sind
$$4 + 2 = 3\,! \text{ und } 16 + 8 = 4\,!$$
Für $n > 4$ enthält $n\,!$ den Faktor 15; $2^x + 2^y = 2^p\,(2^q + 1)$ ist aber nicht durch 15 teilbar.

5. Ein Züchter verkauft Kaninchen, so viele Tiere, als das Tier Franken kostet. Den Erlös teilt er so unter seine zwei Söhne, dass zunächst der ältere zehn Franken erhält, dann der jüngere, dann wieder der ältere, und so weiter. Am Schluss bleibt für den jüngeren ein Rest von weniger als zehn Franken. Da nimmt der Vater einen Ring vom Finger, legt ihn zu diesem Rest und erklärt, nun hätten beide gleich viel. Wie wurde der Wert des Rings eingeschätzt?
▶ Vier Franken. Alle Quadratzahlen mit ungerader Zehnerziffer enden mit 6.

Literaturüberschau

The Open Mapping and Closed Graph Theorems in Topological Vector Spaces. Par Taqdir Husain. X et 108 pages. DM 19.80. Friedr. Vieweg und Sohn, Braunschweig 1965.

Il s'agit d'une monographie traduite en anglais par l'auteur et couronnée d'un prix par la maison d'Edition Vieweg à l'occasion de son jubilée. La monographie est consacrée à trois résultats fondamentaux de l'Analyse fonctionnelle, notamment les théorèmes des applications ouvertes et des graphes fermés, ainsi que le théorème de Krein-Smulian.

Les deux premiers chapitres de cette monographie donnent un aperçu des notions fondamentales sur les espaces vectoriels et topologiques et citent, sans démonstration, les principaux théorèmes concernant les espaces vectoriels topologiques.

La monographie proprement dite comprend les chapitres 3–7, dont les deux derniers contiennent d'intéressants résultats obtenus par M. T. Husain. Une notice historique constitue le huitième chapitre et la monographie est complétée par une abondante bibliographie et un indexe des symboles et des termes employés. S. Piccard

The Theory of Group Representations. Par Francis D. Murnaghan. XI et 369 pages. $ 2.35. Dover Publications, New York 1964.

Les éditions Dover ont réimprimé, après correction, l'intéressant ouvrage de M. Murnaghan paru en première édition chez Johns Hopkins Press en 1938.

L'auteur donne un aperçu élémentaire de la théorie de la représentation des groupes, théorie dans le développement de laquelle Frobenius, Schur et Weyl ont joué un rôle capital. L'auteur accorde une large place au groupe symétrique et au groupe de rotation qui jouent un rôle fondamental en mécanique quantique. Il s'arrête longuement à la théorie d'intégration des groupes, aux représentations du groupe symétrique, des groupes cristallographiques, du groupe de Lorentz, etc.

L'ouvrage se compose de douze chapitres. Il se termine par quatre pages de bibliographie et un copieux index. L'auteur s'attache surtout à la représentation de divers groupes par des groupes linéaires dont les éléments sont des matrices carrées de même ordre $n \geqslant 1$, formées de nombres complexes et dont la loi de composition est la multiplication matricielle.

Soit n un entier $\geqslant 1$ et soit G un groupe donné. Si à tout élément a de G on fait correspondre une matrice carrée non singulière A d'ordre n, formée de nombres complexes, de façon qu'au produit $a_1 a_2$ de deux éléments de G corresponde toujours le produit $A_1 A_2$ des matrices correspondantes, l'ensemble des matrices A constitue une représentation linéaire du groupe G, de dimension n.

Les notions d'espace vectoriel complexe et le calcul matriciel constituent le principal instrument de travail dans la théorie de la représentation des groupes exposée par FRANCIS MURNAGHAN.

S. PICCARD

Geometry of Complex Numbers. Par HANS SCHWERDTFEGER. XI et 186 pages. $ 4.95. University of Toronto Press, Toronto 1962.

A une époque où l'algèbre abstraite s'est considérablement développée au détriment de la géométrie, il faut saluer l'ouvrage de M. HANS SCHWERDTFEGER, professeur de mathématiques à l'Université McGill de Montréal, formé aux Universités de Leipzig, Göttingen et Bonn, qui met bien en valeur l'interdépendance des concepts fondamentaux d'algèbre et de géométrie.

Dans les deux premiers chapitres, intitulés: «Géométrie analytique des cercles» et «La transformation de MÖBIUS», l'auteur expose les idées de base de la théorie des groupes de transformations. Un troisième chapitre est consacré aux fondements de la géométrie non euclidienne à deux dimensions.

Des exemples judicieusement choisis complètent l'exposé minutieux de M. SCHWERDTFEGER qui présente avec aisance et clarté les groupes propres aux différentes géométries.

Nous recommandons la lecture de cet excellent livre aux étudiants en mathématiques.

S. PICCARD

Vorlesungen über Zahlentheorie. Von HELMUT HASSE. Zweite neubearbeitete Auflage, XVI und 504 Seiten mit 28 Abbildungen. DM 69.–. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg 1965.

Bei der Neuauflage dieses bekannten Werkes, das keiner besonderen Empfehlung mehr bedarf, wurde an der bewährten Struktur sehr wenig geändert. Die Zahlenangaben (z.B. über Mersennesche und Fermatsche Primzahlen) wurden auf den neuesten Stand gebracht und die Literaturhinweise vermehrt.

Das Buch enthält vier Teile. Der erste behandelt die elementaren arithmetischen Eigenschaften der ganzen Zahlen und schliesst mit der Strukturbestimmung der Gruppe der primen Restklassen. Der zweite Teil ist den quadratischen Resten gewidmet. Im Zentrum steht das Reziprozitätsgesetz, daneben werden auch die Verteilungsfragen ausführlich diskutiert. Das Thema des dritten Teiles ist der Satz von Dirichlet über die Primzahlen in der arithmetischen Progression. Man findet wohl kaum anderswo in der Literatur eine so eingehende Analyse des klassischen Dirichletschen Beweises und seiner Beziehungen zur Theorie der quadratischen Reste und zum Eulerschen Beweis der Unendlichkeit der Primzahlmenge. Der Schlusspunkt des Beweises, das «Nichtverschwinden der L-Reihen» wird auf verschiedene Weisen be- und erleuchtet. Das Bindeglied zwischen dem dritten und vierten Teil, der die quadratischen Körper zum Gegenstand hat, ist der Begriff des Divisors. Er dient zur Beschreibung der Arithmetik der allgemeinen quadratischen Körper. Sehr ausführlich sind die Betrachtungen zum Thema Bestimmung der Klassenzahl.

Die Aufdeckung der tieferen Gründe für die arithmetischen Gesetze ist ein besonderes Anliegen dieses Buches. Ein schönes Beispiel dafür ist der Beweis des Reziprozitätsgesetzes (und seiner Ergänzungssätze) durch Einbettung der quadratischen Körper in Einheitswurzelkörper und nachfolgenden Vergleich der Zerlegungsgesetze für rationale Primzahlen. Hier ergibt sich ein Ausblick in die Klassenkörpertheorie.

Spezielle Vorkenntnisse sind nicht vorausgesetzt, doch erfordert die Bewältigung des ganzen Stoffes ein beträchtliches Mass mathematischer Reife.

E. TROST

Introduction to Probability and Statistics. Par D. V. LINDLEY. Part 1: Probability, XI et 259 pages. $ 6.00. Part 2: Inference, XIII et 292 pages. $ 6.50. University Press, Cambridge 1965.

L'auteur qui est le chef du Département de statistique au Collège universitaire de Wales, à Aberystwyth explique, dans sa préface, que son ouvrage s'adresse à un vaste public et a pour but d'exposer les notions de calcul des probabilités et de statistique mathématique que tout mathématicien doit connaître. Les connaissances mathématiques requises pour la lecture de cet ouvrage se limitent aux éléments du calcul différentiel et intégral et à l'algèbre linéaire. Pour ne pas restreindre le nombre de ses lecteurs, l'auteur renonce à utiliser la théorie de la mesure. La notion de probabilité est introduite par voie axiomatique. L'exposé est fondé sur trois axiomes seulement. Pour ne pas dépasser le cadre qu'il s'est assigné, l'auteur sacrifie parfois, en prenant soin de l'indiquer, la rigueur mathématique et il cite sans démonstration des résultats dont la démonstration requiert des moyens du niveau du troisième cycle d'études universitaires.

Le premier volume de M. LINDLEY est consacré au calcul des probabilités où une place importante est accordée au théorème de BAYES connu sous le nom de théorème de probabilité des causes et l'auteur insiste sur le fait que tout son exposé est inspiré par le point de vue de BAYES. Le second volume est intitulé «Inference». Il est consacré à des questions de statistique mathématique. L'auteur s'arrête longuement sur la distribution normale. Il parle de méthodes d'approximation, de tests d'hypothèses statistiques, etc. Divers problèmes, dont ceux de corrélation et de régression sont traités par la méthode des moindres carrés.

Plus de 300 exercices viennent compléter l'exposé théorique.

L'ouvrage se termine par deux pages de bibliographie et un index des termes et des symboles utilisés. S. PICCARD

La Géométrie des Groupes Classiques. Par JEAN DIEUDONNÉ. Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete; Neue Folge, Band 5. 2. Auflage. VIII et 125 pages avec 2 figures. DM 38.–. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg 1963.

Il s'agit de la seconde édition, complétée et mise à jour, de l'ouvrage de M. DIEUDONNÉ paru, en première édition, en 1955 et qui forme le tome 5 de la nouvelle série de la collection: Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete. L'auteur suppose connues les notions fondamentales d'algèbre linéaire et il utilise les notations de N. BOURBAKI (Algèbre, ch. II: Algèbre linéaire, Paris, Hermann 1962, Act. Sc. et Ind., N° 1236, 3e éd.). Les groupes classiques dont parle M. DIEUDONNÉ sont les groupes des collinéations d'un espace vectoriel de dimension finie sur un corps commutatif ou non, le groupe des homothéties, le groupe linéaire général à n variables, le groupe des collinéations projectives, le groupe projectif général à n variables sur un corps donné, les groupes unitaires, les groupes symplectiques, les groupes orthogonaux et certains de leurs sous-groupes (groupe des rotations, groupe de commutateurs) etc. Dans son exposé très compact, l'auteur cite de nombreux résultats acquis au cours des dernières années sur les groupes classiques, résultats dont un grand nombre sont dûs à M. DIEUDONNÉ lui-même, et, autant que possible, il indique les idées des démonstrations. Le premier chapitre traite des collinéations et corrélations. Le second chapitre est consacré à la structure des groupes classiques. Le troisième chapitre est intitulé «Caractérisations géométriques des groupes classiques» et le quatrième chapitre traite des automorphismes et isomorphismes des groupes classiques. L'ouvrage est complété par une table des notations, un index des définitions et des principaux théorèmes et une bibliographie qui a été mise à jour. Soulignons la rigueur et la concision de l'exposé de M. DIEUDONNÉ. S. PICCARD

Applied Group – Theoretic and Matrix Methods. Par BRYAN HIGMAN. XIII et 454 pages. $ 2.50. Dover Publications, New York 1964.

Les Editions Dover reproduisent fidèlement l'ouvrage de M. B. HIGMAN paru en première édition en 1955 aux *Oxford University Press*. L'auteur nous apprend, dans sa préface, que son livre a pour origine le cours qu'il avait donné en 1950–51 aux étudiants en physique et en chimie du Collège universitaire de la Côte-de-l'Or. Cet ouvrage a pour but d'offrir avant tout à des physiciens les notions fondamentales de la théorie des groupes et du calcul matriciel ainsi que leurs multiples applications.

L'ouvrage se compose de trois parties. La première partie est consacrée aux groupes d'ordre fini, la seconde partie traite des applications des groupes d'ordre fini (forme extérieure des cristaux, structure intérieure des cristaux, vibration des molécules, analyse factorielle) et la troisième partie, de beaucoup la plus longue (p. 174–444), expose la théorie des groupes continus et leurs applications à la théorie de la relativité, à la théorie des quanta, à la structure moléculaire et aux spectres ainsi qu'à la relativité quantique d'Eddington. L'ouvrage se termine par une bibliographie et un index.

L'auteur introduit la notion de groupe par des exemples, la définition classique d'un groupe par voie axiomatique est donnée en petits caractères. Les nombreuses théories dont fait état la table des matières ne sont qu'effleurées. L'ouvrage n'est pas fait à l'intention des mathématiciens. S. PICCARD

Mathematik und plausibles Schliessen. Von GEORG PÓLYA. Band I: Induktion und Analogie in der Mathematik. 403 Seiten mit 65 Figuren. Fr. 38.–. Band II: Typen und Strukturen plausibler Folgerung. 281 Seiten mit 12 Figuren. Fr. 34.–. Birkhäuser Verlag, Basel und Stuttgart 1962/63.

Zu den in letzter Zeit erschienenen Büchern, die jeden Mathematiklehrer beglücken müssen, gehören neben der «Unvergänglichen Geometrie» von COXETER und den «Regulären Figuren» von FEJES TÓTH auch die beiden Bände «Mathematik und plausibles Schliessen» von GEORG PÓLYA. Das Erstaunliche an der deutschen Ausgabe ist, dass sie fast zehn Jahre auf sich warten liess. Hoffentlich ist nicht der abendländische Dünkel daran schuld, der da glaubt, plausibles Schliessen eigne sich allenfalls für die traditionslose neue Welt, sei aber für die mit der Muttermilch griechischer Logik grossgezogenen Europäer nicht vornehm genug. Plausibler ist vielleicht eine andere Erklärung für das späte Erscheinen des Werkes auf dem deutschen Büchermarkt. Als es 1954 in Amerika veröffentlicht wurde, haben alle deutschsprachigen Mathematiker, die PÓLYA kannten, sich unverzüglich in den Besitz der Originalausgabe gesetzt. Darum war damals mit einer deutschen Übersetzung kein Geschäft zu machen. Unterdessen sind bei uns nun viele Schüler, Lehrer und Studenten der Mathematik nachgewachsen, welche die Bekanntschaft mit PÓLYA erst machen dürfen, ein Erlebnis, um das man sie beinahe beneiden möchte. Sie werden sich von den geistreichen Einführungen der einzelnen Kapitel verlocken lassen, die anschliessenden, raffiniert angeordneten Aufgaben durchzudenken und so monatelang von der Mathematik gefesselt sein wie seinerzeit sogar die Architekturstudenten in den Vorlesungen PÓLYA's an der ETH.

Im übrigen habe ich der Besprechung der englischen Ausgabe des Werkes in dieser Zeitschrift (El. Math. *10*, 142 (1955)) nichts beizufügen als die Freude an der mustergültigen Drucklegung der deutschen Fassung und die Hoffnung, es möge die Mathematik an unseren höheren Schulen immer mehr à la Pólya als à la Bourbaki unterrichtet werden.

W. HONEGGER

Differentialoperatoren der mathematischen Physik. Par GÜNTER HELLWIG. XI et 253 pages. DM 36.–. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg 1964.

Il s'agit d'une introduction à la théorie des opérateurs différentiels dans les espaces de HILBERT; l'exposé est conçu de façon à préparer le lecteur à l'étude des applications de cette théorie en physique théorique, mais il ne suppose en fait pas d'autres connaissances préalables que celles que l'on acquiert dans des cours classiques d'analyse.

Rédigé dans un souci essentiellement didactique, l'ouvrage ne cherche pas à être complet, principalement en ce qui concerne la bibliographie; il s'efforce par contre, et avec succès semble-t-il, à ne pas sacrifier la clarté à la concision, ce qui le rend d'un accès relativement aisé.

Contenu: 1. Espace d'HILBERT. 2. Opérateurs linéaires dans H. 3. Théorie spectrale des opérateurs totalement continus. 4. Théorie spectrale des opérateurs auto-adjoints. 5. Le problème de valeurs propres de WEYL-STONE.

Appendices. Bibliographie. Index. C. BLANÇ

A Programmed Introduction to Probability. Von J. R. DIXON. 30s. John Wiley & Sons, New York, London 1964.

Das Buch behandelt die elementare Wahrscheinlichkeitsrechnung (Einführung in die Aussagenlogik, Begriff der Wahrscheinlichkeit, Additions- und Multiplikationssatz, Bayessche Regel, Binomialverteilung, Erwartungswert, Standardabweichung) und bringt zahlreiche Beispiele und viele einfache Anwendungen aus der Technik. Es ist für den *programmierten Unterricht* geschrieben und wird gerade dadurch für manchen Kollegen von Interesse sein. Das durch diese Methode bedingte Fortschreiten in sehr kleinen, wohl vorbereiteten Schritten und die sorgfältige Behandlung von Schwierigkeiten dürften auch manche wertvolle Hinweise für die Darstellung der Wahrscheinlichkeitsrechnung im traditionellen, nicht programmierten Unterricht bieten. Etwas überraschen mag die – wie uns scheint – recht unvermittelte und nicht genügend motivierte Einführung von numerischen Werten für die Wahrscheinlichkeiten. R. INEICHEN

Einführung in die elektronische Datenverarbeitung. Von HANS P. KÜNZI und WALTER SCHILLING. 224 Seiten. Fr. 19.50. Verlag Industrielle Organisation, Zürich 1964.

Im ersten Viertel des Buches werden die Entwicklung der Rechenmaschinen und die allgemeinen Probleme der Datenverarbeitung behandelt. Zu den letzteren gehören etwa die verschiedenen Codearten, die zur Verschlüsselung von Ziffern und Buchstaben verwendet werden.

Auf diese Darstellung der Grundlagen folgen dann die Details der praktischen Durchführung der Rechenprozesse. Dazu benötigt man entweder einen Ideal-Computer oder ein bestimmtes Modell eines in Anwendung stehenden Computers. Die Autoren haben sich für die IBM 1620 entschieden, wie sie im Rechenzentrum der Universität Zürich, dessen Leiter Prof. H. KÜNZI ist, zur Verfügung steht. Die restlichen drei Viertel des Buches behandeln deshalb Maschinen- und zugehörige symbolische Programmiersprache der 1620 sowie die Programmierung mittels Fortran. In diesem Teil kann stofflich nicht wesentlich mehr geboten werden als der Inhalt der entsprechenden Manuals. Das Buch hat aber gegenüber diesen den Vorteil der leichteren Lesbarkeit. Dazu tragen vor allem die vielen eingestreuten Beispiele bei. E. R. BRÄNDLI

Variationsrechnung und ihre Anwendung in Physik und Technik. Von PAUL FUNK. XVI und 676 Seiten mit 68 Abbildungen. DM 98.–. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg 1962.

Der stattliche Band, 630 Seiten Text und rund 40 Seiten Anmerkungen, umfasst eine ungewöhnlich reiche und vielgestaltige Fülle an Methoden, Ergebnissen, Beispielen und Anwendungen. Der Leser z. B., welcher vorwiegend an den Anwendungen interessiert ist, wird seine Bedürfnisse in grosszügiger Weise berücksichtigt finden. Geometrische, physikalische und technische Probleme sind als belebende Illustrationen in grosser Zahl zwischen die rein mathematischen Entwicklungen eingestreut.

Das Werk ist in gewissem Sinne Quintessenz einer umfassenden Tätigkeit, welche der Verfasser als Forscher und Lehrer über mehr als 4 Dezennien hinweg der Variationsrechnung gewidmet hat. Nach dem Vorwort besteht sein Hauptanliegen darin, den Studierenden der Physik, der Technik und der Mathematik und darüber hinaus dem weiten Kreis derer, welche die Variationsrechnung im Beruf oder als Forscher brauchen, eine Vorstellung von dieser mathematischen Disziplin zu vermitteln. Er hat also die ausgesprochene Absicht, ein Lehrbuch zu schreiben und nicht eine Darstellung für Kenner. Aus didaktischen Gründen hat er sich dazu entschlossen, Probleme und Methoden in jener Reihenfolge vorzutragen, welche in grossen Zügen dem Werdegang der Variationsrechnung selbst entspricht. Auch glaubt er, im Interesse des angepeilten Leserkreises von jener minutiösen und pedantischen Präzision mathematischer Formulierung usw. absehen zu sollen, deren ermüdende Umständlichkeit oft abschreckend wirken kann. (Doch brennt der Mathematiker dem Pädagogen nicht selten durch, nicht zum Schaden, wie mich dünkt.) Zu kurz kommt in manchen Partien, in welchen dieser Grundsatz zu konsequent durchgehalten wird, ohne Zweifel der vorwiegend mathematisch Interessierte. Es versteht sich angesichts dieser Konzeption, dass Existenz- und Eindeutigkeitsfragen, hinreichende Bedingungen und dergleichen, wenn überhaupt, nur en passant gestreift werden. Für den an den Anwendungen Interessierten sind diese Dinge in der Regel irrelevant, erst recht für den Benützer des Buches, dem es einzig auf wirksame Faustregeln und Rezepte ankommt.

Stoff und Methoden können, von wenigen Ausnahmen abgesehen, als klassische Variationsrechnung etikettiert werden. (Es wird erlaubt sein, heute auch die Elemente der direkten Methode dazu zu zählen.) In diesem Rahmen werden zahlreiche Fragen bis zu einem recht fortgeschrittenen Stadium der Allgemeinheit verfolgt. Auch fehlt wohl kaum etwas, was sich im Laufe der Zeit für die Praxis als bedeutungsvoll erwiesen hat. Einen besonderen Hinweis verdienen, wie mir scheint, die folgenden Punkte:

1. Die eingehende Erörterung der 2. Variation in 2 Etappen.
2. Die ausführliche Diskussion von Problemen mit Nebenbedingungen (LAGRANGE, MAYER, BOLZA).
3. Die Einführung von Quasikoordinaten im Zusammenhang mit der Mechanik der starren Körper.
4. Die Friedrichsche Umformung von Variationsproblemen zwecks Anwendung auf mechanische Probleme.
5. Als Sondernummer ein Kapitel über Finslersche Geometrie.

Dass die direkten Methoden (Minimalfolgen, Ritzsches Verfahren) zu ihrem Recht kommen, versteht sich angesichts der Tendenz des Buches von selbst.

Nicht berücksichtigt ist die Entwicklung der Variationsrechnung im Zusammenhang mit der Theorie der reellen Funktionen (TONELLI), ebenfalls fehlen die Fragen im Grossen (MORSE) im Zusammenhang mit der Topologie. Die Ideen und Methoden von CARATHEODORY werden gelegentlich kurz gestreift.

Angesichts des weitgespannten Rahmens wird ohne weiteres klar, dass der Schwierigkeitsgrad innerhalb des Buches grossen Schwankungen unterworfen sein muss. Neben konziliant abgefassten Partien gibt es zahlreiche andere, z. T. recht anspruchsvolle. Unter den letzteren mögen grosse Teile des 4. und 6. Kapitels, Variationsprobleme mit Nebenbedingungen und solche in mehreren Veränderlichen genannt sein. Die verwickelte Natur der Probleme stellt dort höchste Ansprüche an die Darstellungskunst.

Will man das Buch einigermassen treffend charakterisieren, so lassen sich einige Bemerkungen über ein paar schwächere Züge nicht vermeiden. Diese beziehen sich fast ausschliesslich auf das Werk als Lehrbuch. Man möchte ihm in vielen Partien den belebenden Impuls einer geschmeidigen und flüssigen Sprache und Darstellung wünschen.

Bisweilen will der Verfasser wohl zu vielerlei in einem Zuge. Abwechslungsweise versinkt dann das eine hinter dem andern, und was übersichtlich zusammengerückt sein sollte, bleibt unübersichtlich zerstreut. (Vgl. z. B. den Abschnitt über Lagrangesche Multiplikatoren.) Während zahlreiche Beispiele und Anwendungen mit liebevoller Sorgfalt bis in jede wünschbare Einzelheit diskutiert werden, erfahren andere eine recht kurz angebundene Abfertigung. Dabei handelt es sich um sorgfältig gewählte, instruktive Beispiele. Unglücklicherweise kommen häufig gerade dort Mittel aus andern Gebieten der Mathematik, etwa der Geometrie oder aus der Physik ins Spiel, Dinge, die, jedenfalls hierzulande, dem Gros der angesprochenen Studierenden nicht geläufig sind.

Es gibt Teile des Buches, in welchen die vom Verfasser bevorzugte «didaktische» Methode ihre Berechtigung doch wohl vollständig verliert. Es sei mir erlaubt, dies an einem repräsentativen Beispiel, dem Abschnitt über «Lagrangesche Multiplikatoren» zu illustrieren. Nachdem klar gemacht ist, warum die Überlegungen von LAGRANGE selbst nicht als Beweis akzeptiert werden können, trägt der Verfasser den kunstvollen Beweis von BLISS vor. Am Schluss soll sich doch offenbar die erleichternde Gewissheit einstellen: Ja, hier stimmt alles aufs Haar, die Regel ist richtig. Dies dürfte aber angesichts der Tücken des Problems und des, samt Zubehör, auch nicht gerade harmlosen Verfahrens von BLISS kaum ohne eine sehr gute Portion mathematischer Beweispedanterie orthodoxester Prägung gelingen. Die vorgelegte Fassung ist weit von dieser Beschaffenheit entfernt. Das Eingehende dem Leser zu überlassen, scheint mir hier nicht statthaft. Es wäre nun aber grundfalsch und höchst ungerecht dazu, ob diesen Einwendungen die unbestreitbaren sachlichen Vorzüge des Buches zu vergessen, Vorzüge, um derentwillen man ihm ohne Vorbehalt eine gute Aufnahme wünschen darf.

F. BÄBLER

The Calculus of Variations. Von AKHIEZER NAUM I. 247 Seiten. Blaisdell Publishing House. New York, London 1962.

Eine präzise, sehr prägnante und konzentrierte Darstellung wesentlicher Teile der Variationsrechnung. Rund die Hälfte des Buches (126 S.) bezieht sich auf die klassischen Methoden, 35 Seiten sind den direkten Methoden gewidmet. Dazu kommt ein Anhang, 75 S., mit speziellen Problemen, teils zur Illustration, teils zur Erweiterung der vorangehenden Theorie. Eine Anzahl von einfachen Aufgaben ist in den Text eingestreut, eine grössere Gruppe befindet sich am Schluss des Buches vereinigt. Die Resultate sind auf den letzten 3 Seiten zusammengestellt.

Das Hauptanliegen des Verfassers ist wohl die möglichst rationelle Deduktion einer Anzahl fundamentaler Resultate der klassischen Variationsrechnung. Diese Absicht bestimmt und prägt nicht nur den Charakter und die Anlage des Ganzen, sie wirkt sich darüber hinaus oft dominierend in der Struktur der einzelnen Beweise aus. Begriffe, Methoden und Formalismen, die sich z.T. erst am Ende einer jahrhundertelangen Entwicklung eingestellt und herauskristallisiert haben, werden oft, aus dem genetischen Zusammenhang herausgelöst, unvermittelt dort eingeführt, wo ihre Verwendung für die beabsichtigten Deduktionen gerade zweckmässig ist. Als Beispiel sei das Hilbertsche unabhängige Integral und der Begriff des Feldes genannt, die gekoppelt schon auf Seite 30 auftreten. Mit dieser Konzeption hängt zusammen, dass die Methode fast ausschliesslich abstrakt und formal-analytisch ist. Wo sich Gelegenheit dazu bietet, wird der formale Apparat mit Brillanz gehandhabt. Von Anfang an ist möglichst grosse Allgemeinheit erstrebt, und wo nicht der für die Beweise erforderliche formale Aufwand den Rahmen des Buches sprengen würde, sind die Deduktionen unter umfassenden Voraussetzungen durchgeführt. Andernfalls greift der Verfasser nachträglich zu zweckmässiger Einengung der Voraussetzungen oder zu andern Einschränkungen. Probleme in Parameterform werden z.B. lediglich im 2-Dimensionalen erörtert.

Obschon keinerlei Kenntnisse der Variationsrechnung vorausgesetzt sind, handelt es sich, wie aus dem Gesagten unmittelbar erhellt, nicht um ein einführendes Lehrbuch im eigentlichen Sinn. Die lebendige und vielgestaltige Anschauung der Sache, jenes unentbehrliche Gegenstück zur logischen Struktur, erhält kaum Impulse und Gelegenheit zur Entfaltung. Sind jedoch diese Elemente bereits gewonnen, so kann die vorliegende souveräne Übersicht sehr klärend wirken. Das klare, brillant geschriebene Buch bedarf keiner besonderen Empfehlung. F. BÄBLER

Mathematical Problems and Puzzles from the Polish Mathematical Olympiads. Von S. STRASZEWICZ. 367 Seiten mit 260 Figuren. 50s. Pergamon Press, Oxford 1965.

Dieses von J. SMÓLSKA aus dem Polnischen übersetzte Buch enthält die an den ersten fünf Polnischen Olympiaden gestellten Probleme (65 aus der Arithmetik und Algebra, 95 aus der Geometrie und Trigonometrie). Die Aufgabenstellungen beanspruchen nur 17 Druckseiten, so dass schon eine Umfangsbetrachtung zeigt, wie ausführlich die Lösungen sind. So werden zum Beispiel sieben verschiedene Lösungsmethoden durchgeführt für die Aufgabe, einen Kreisring mit einer Geraden so zu schneiden, dass die vier Schnittpunkte drei gleiche Strecken bestimmen. In zahlreichen «Bemerkungen» werden Verallgemeinerungen und Erweiterungen eines Problems mitgeteilt. So wird mancher Leser auch bei ihm bekannten Aufgaben neue Aspekte kennenlernen. Entsprechend dem Titel sind auch einfachere, dem «Denksport» zugehörige Aufgaben vorhanden. Das Buch bietet eine Fülle von Stoff in ausgezeichneter Darstellung. Es wird vor allem dem Lehrer gute Dienste leisten können. E. TROST

Light. Principles and Experiments. Von GEORGE S. MONK. 2. Auflage. XI und 489 Seiten. $ 2.45. Dover Publications, New York 1963.

Das Buch behandelt den Stoff, der in den Einführungsvorlesungen über Optik an den Hochschulen geboten wird, dringt aber an manchen Stellen etwas tiefer ein. Besonders bemerkenswert finde ich die schöne graphische und tabellarische Darstellung der Cornu-Spirale S. 441 im Kapitel der Beugungslehre.

Ein spezieller Teil behandelt geschickt einschlägige Experimente, wobei auch jedesmal die benötigten Apparate und Mittel zusammengestellt werden. G. AEBERLI