

Werk

Titel: Neue Aufgaben.

Jahr: 1966

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?378850199_0021 | log19

Kontakt/Contact

[Digizeitschriften e.V.](#)
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

✉ info@digizeitschriften.de

zwischen 11 und 103 höchstens die Differenz 8 aufweisen. Demnach ist in einer 100-Folge sukzessiver ganzer Zahlen mindestens noch 1 Element aus $M(11)$ enthalten, sofern nicht das Anfangsglied a der Folge in $12 \leq a \leq 21$ oder in $2190 \leq a \leq 2199$ liegt. In diesen Ausnahmefällen enthält die zugehörige 100-Folge zwar kein Element von $M(11)$, jedoch prüft man leicht nach, dass sie in jedem dieser Fälle von wenigstens einer der Mengen $M(3)$, $M(5)$, $M(7)$ ein Element mehr als die angegebene Mindestzahl enthält. Damit ist die zu Beginn gemachte Aussage bewiesen.

Aus dem Bisherigen folgt, dass eine 100-Folge sukzessiver natürlicher Zahlen nur dann mindestens 25 Primzahlen enthalten kann, wenn ihr Anfangsglied a im Intervall $1 \leq a \leq 11$ liegt. Unter diesen 11 Folgen gibt es 7, denen die Eigenschaft zukommt; ihre Anfangsglieder sind $a = 1, 2, 3, 4, 5, 10, 11$. O. REUTTER, Ochsenhausen

Der Aufgabensteller benutzt die von A. SCHINZEL, Acta Arith. 4, 203 (1958), bewiesene Tatsache, dass eine 100-Folge höchstens 23 Zahlen enthält, die durch keine Primzahl ≤ 17 teilbar sind.

Eine weitere Lösung sandte H. HARBORTH (Braunschweig).

Aufgabe 500. Les pieds des bissectrices intérieures des angles de face d'un tétraèdre sont douze points d'une même quadrique.

NATHAN ALTSHILLER-COURT, University of Oklahoma, USA

Lösung: Eine notwendige und hinreichende Bedingung dafür, dass drei Punktepaare P_1Q_1, P_2Q_2, P_3Q_3 die resp. auf den Seiten A_2A_3, A_3A_1, A_1A_2 eines Dreiecks liegen, einem Kegelschnitt angehören, ist nach CARNOT das Bestehen der Relation

$$\frac{(\overline{A_2P_1/P_1A_3}) (\overline{A_2Q_1/Q_1A_3}) (\overline{A_3P_2/P_2A_1}) (\overline{A_3Q_2/Q_2A_1}) (\overline{A_1P_3/P_3A_2}) (\overline{A_1Q_3/Q_3A_2})}{1} = 1. \quad (1)$$

(Dieser Satz lässt sich mit baryzentrischen Koordinaten leicht verifizieren.) Im Fall der vorliegenden Aufgabe geht (1) für die 6 Fusspunkte, die auf den drei Kanten einer Seitenfläche des Tetraeders liegen, in die Identität

$$(a/b) (b'/a') (b/c) (c'/b') (c/a) (a'/c') = 1$$

über, wo a, b, c die drei betreffenden Kanten und a', b', c' ihre Gegenkanten bedeuten. Die 10 Fusspunkte, die auf den 5 verschiedenen Kanten zweier Seitenflächen F_1, F_2 liegen, gehören daher zwei Kegelschnitten K_1, K_2 an, die zwei gemeinsame Punkte haben und deshalb ein Büschel von Flächen zweiter Ordnung bestimmen. Die Fläche des Büschels, die durch den einen Fusspunkt auf der sechsten Kante geht, enthält dann auch noch den anderen, weil ihre Schnitte mit den Seitenflächen F_3, F_4 mit den Kegelschnitten K_3, K_4 5 Punkte gemeinsam haben und damit mit K_3, K_4 zusammenfallen.

C. BINDSCHIEDLER, Küsnacht

Weitere Lösungen sandten W. JÄNICHEN (Berlin), J. SCHOPP (Budapest) und K. SCHULER (Rottweil).

Neue Aufgaben

Aufgabe 521. Die drei Ecken P_1, P_2, P_3 eines beliebigen Dreiecks sollen durch eine räumliche Inversion in die drei Punkte P_1^*, P_2^*, P_3^* so abgebildet werden, dass

$$P_1^*P_2^* = P_2P_3, \quad P_2^*P_3^* = P_3P_1, \quad P_3^*P_1^* = P_1P_2.$$

Welches ist der geometrische Ort für das Inversionszentrum?

W. JÄNICHEN, Berlin-Zehlendorf