

Werk

Titel: Literaturüberschau.

Jahr: 1966

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?378850199_0021 | log12

Kontakt/Contact

[Digizeitschriften e.V.](#)
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

✉ info@digizeitschriften.de

Literaturüberschau

Cours d'Analyse de l'École Polytechnique Tome I, II et III. Par J. FAVARD. Fascicule XXVI des Cahiers Scientifiques publiés sous la direction de G. JULIA. 90 F., 80 F., 45 F. Gauthier-Villars, Paris 1960–63.

Nach Auffassung des Verfassers kann die Analysis in drei Gebiete unterteilt werden: Théorie des Operations, Théorie de la Représentation, Théorie des Equations. Dies ist auch der Gesichtspunkt, nach dem der reichhaltige Stoff dieses 2036 Textseiten umfassenden Cours d'Analyse geordnet ist. Der erste Teil (Opérations) umfasst Differential- und Integralrechnung in einer dem höheren Niveau dieses Werkes entsprechenden Form, ergänzt durch Elemente des Kalküls mit schiefen Differentialformen, durch Vektoranalysis sowie Lebesguesches Mass und Integral. Der zweite Teil (Représentations) handelt von der Darstellung von Funktionen durch unendliche Reihen und Produkte, von der Entwicklung periodischer Funktionen in Fourierreihen und der Darstellung von Funktionen durch Fourierintegrale. Er handelt auch von der Approximation stetiger Funktionen durch algebraische und trigonometrische Polynome (Weierstrass'scher Approximationssatz). Die Tatsache, dass die Folge $1, x, x^2, x^3, \dots$ in $L^p([a, b])$ ($[a, b]$ endlich) total ist, bezeichnet Verfasser als Weierstrass'schen Approximationssatz in L^p , worin ich ihm nicht folgen kann, denn der klassische Satz besagt, dass die Algebra der Polynome in der Algebra der stetigen Funktionen auf $[a, b]$ dicht ist und hat in der von STONE gegebenen Verallgemeinerung seine moderne Fassung gefunden. Die angegebenen Betrachtungen werden zu Approximationsfragen auf abstrakten linearen Räumen erweitert. Dem Kapitel über Fourierreihen und Fourierintegrale schliesst sich eine kleine Einführung in die Theorie der Distributionen an. Ein umfangreicher dritter Teil von fast 400 Seiten will nicht so recht in das eingangs gegebene Schema passen: Es ist die nach klassischem Muster dargestellte Theorie der analytischen Funktionen. Folgende Stichworte mögen den Rahmen dieses Teiles abstecken: Grundlagen, normale Familien, Riemannscher Abbildungssatz, Reihen- und Produktdarstellungen transzendenter Funktionen, Laplace-Transformation, asymptotische Entwicklungen, elliptische Funktionen, analytische Fortsetzung und Riemannsche Flächen, algebraische Funktionen (einer Variablen), Elemente der analytischen Funktionen mehrerer Variablen. Ein Anhang über analytische Funktionen mit Werten in einem Banachschen Raum beschliesst diesen Teil.

Der 4. Teil (Equations) umfasst in zwei Teilbänden Differentialgleichungen, Integralgleichungen und Variationsrechnung. Im Heft I findet man gewöhnliche Differentialgleichungen im Reellen (elementare Theorie, Existenzsätze, lokale Betrachtungen und Probleme im Grossen) und im Komplexen (feste und bewegliche Singularitäten, Fuchs'sche Theorie). Heft II gibt einen Abriss über partielle Differentialgleichungen: Gleichungen erster Ordnung, Cauchysches Anfangswertproblem im analytischen Fall, Gleichungen zweiter Ordnung im Allgemeinen; von dem parabolischen Typus wird im wesentlichen die Wärmeleitungsgleichung $\Delta u = \partial u / \partial t$, von dem elliptischen Typus die Laplacesche Gleichung und vom hyperbolischen Typus die Wellengleichung und $u_{xy} = f(x, y, u, u_x, u_y)$ behandelt. Dann einen Abriss über Variationsrechnung nach klassischen Vorbildern sowie über Integralgleichungen als Spezialfall von linearen Funktionalgleichungen mit einem vollstetigen Operator.

Der Verfasser will in diesem Werk den oben skizzierten, doch wohl klassischen Stoff der Mathematik (ut varietur!) in die neuere Begriffswelt integrieren und stellt zu diesem Zweck in einer Einleitung Abrisse über Mengenlehre, über (vor allem lineare) Algebra, Topologie, Funktionenräume usw. voran. Ob und wie weit diese Synthese geglückt sei, darüber kann man verschiedener Meinung sein. Am überzeugendsten ist dies wohl bei den linearen Integralgleichungen geschehen. Das Werk ist sehr reichhaltig und klar geschrieben. Es verfolgt ein grosses Ziel, das kaum im ersten Anlauf erreicht werden kann. Da ich grössere Teile davon wirklich gelesen habe, sei es mir gestattet, einige ganz konkrete Bemerkungen zu machen:

1. Auf Seite 76 des Bandes I hat der fundamentale Begriff des Hilbertschen Raumes eine stiefmütterliche Behandlung gefunden; es wird lediglich der Raum l^2 als Hilbertscher Raum angesprochen. Dass darin ein Skalarprodukt definiert ist und auf jedem Unterraum eine Orthogonalprojektion existiert, wird nicht erwähnt.

2. Auf Seite 155 des Bandes I ist wohl das Cauchysche Konvergenzkriterium für gleichmäßige Konvergenz, aber nicht sein (sicher nicht-trivialer) Beweis angegeben worden.

3. Bei der Entwicklung des Jordanschen Maßes und des Riemannsches Integrals (Seite 348 ff des Bandes I) würde eine Folge von Unterteilungen durch sukzessives Halbieren der Würfelseiten zu monotonen Folgen führen.

4. Das Lebesguesche Maß wird zunächst in einem metrischen Raum der Dimension 0 entwickelt und dann wird gezeigt, dass der R^n die Vereinigung von 2^n metrischen Räumen der Dimension 0 ist. Der Grund dieses Vorgehens kommt im Text nicht zum Ausdruck.

5. Auf Seite 225 des T. II würde sich die Existenz der höheren Ableitungen einfacher ergeben, wenn aus der Cauchyschen Formel zuerst die Entwickelbarkeit in eine Potenzreihe hergeleitet würde.

A. PFLUGER

Fondements de l'analyse moderne. Par J. DIEUDONNÉ. Fascicule XXVIII des Cahiers Scientifiques. XVIII et 374 pages. NF 60.-. Gauthier-Villars, Paris 1963.

Voilà un ouvrage dont l'influence sera sans doute considérable (elle l'est même déjà), dans l'enseignement des mathématiques; et comme les langues d'Ésope, il pourra être tenu pour ce qu'il y a de pire ou de meilleur.

La paresse intellectuelle que dénonce justement l'auteur conduira bien sûr quelques lecteurs à penser que, puisque «l'Analyse moderne est axiomatique et abstraite», tout enseignement de l'analyse doit l'être également, quels que soient les circonstances dans lesquelles il se donne et les auditeurs auxquels il s'adresse, et cela, ce sera le pire.

Il deviendra par contre le meilleur si on veut bien y voir ce qu'il est vraiment, c'est-à-dire un ouvrage avancé, conçu pour ceux qui se destinent à une activité de mathématicien et qui l'étudieront non pas comme une fin en soi, mais bien pour le dépasser, que ce soit dans le domaine des recherches pures ou celui des applications; les «fondements» ne sauraient être leur propre fin!

Ces remarques préliminaires faites, disons qu'il n'existe probablement aujourd'hui aucun autre ouvrage où l'on trouve exposées avec une telle précision et un tel souci de motivation les questions essentielles de l'analyse: éléments de la théorie des ensembles, espaces métriques, espaces normés, espaces de Hilbert, espaces de fonctions continues, calcul différentiel, fonctions analytiques, théorèmes d'existence (fonctions implicites, équations différentielles), théorie spectrale.

On peut ne pas souscrire sans réserve à toutes les appréciations de l'auteur sur l'importance de telle ou telle question; ces appréciations, par leur netteté, leur vigueur (voir par exemple ce que pense M. DIEUDONNÉ de l'intégrale de Riemann p. 140) obligent le lecteur à une salutaire révision des points de vue. L'introduction est à cet égard particulièrement remarquable.

Disons encore que l'on ne saurait utiliser avec fruit un tel ouvrage sans s'astraire à la résolution de problèmes: l'auteur y a pourvu largement, faisant suivre presque chaque paragraphe de quelques énoncés de difficultés diverses.

Si l'ouvrage se distingue fondamentalement dans son esprit des traités classiques d'analyse, il le fait également dans la forme: une liste des notations (3 pages) est donnée au début, et on y trouve tout à la fin un index très détaillé.

CH. BLANC

Les méthodes asymptotiques en théorie des oscillations non linéaires. Par N. BOGOLIOBOV et I. MITROPOLSKI. Traduit du russe par G. JACOBI. VIII et 518 pages. NF 60.-. Gauthier-Villars, Paris 1962.

Si l'étude des comportements soumis à des équations linéaires se prête à des traitements en général très systématiques, on ne peut pas en dire autant de ceux qui rentrent dans le vaste domaine de la *mécanique non-linéaire*; là, les méthodes les plus diverses foisonnent

nécessairement; celles qui résultent de développements en séries procédant selon les puissances d'un petit paramètre sont déjà relativement classiques sous le nom de méthode des perturbations.

Le présent ouvrage constitue une remarquable mise au point des travaux, dûs le plus souvent aux mathématiciens russes, qui ont contribué à conférer à ces méthodes, sinon une forme définitive, du moins une structure déjà bien définie. L'introduction, à elle seule, mérite du reste une lecture attentive.

On déplorera toutefois l'absence d'un index, les insuffisances de la biographie (surtout quant à la précision des références) et les à-peu-près de la traduction (par exemple le mot «statique» remplacé par «statistique» p. 1).

Sommaire: Introduction. Oscillations propres des systèmes presque linéaires. Méthode de l'espace des phases. Action de forces extérieures périodiques. Oscillations monophasées dans les systèmes non linéaires à plusieurs degrés de liberté. Méthode de centrage. Justification des méthodes asymptotiques. Bibliographie. CH. BLANC

Bildung und Mathematik. Von A. I. WITTENBERG¹⁾. XVIII und 332 Seiten mit 43 Abbildungen. DM 34.50. Klett-Verlag, Stuttgart 1963.

Das Unbehagen beim traditionellen Mathematikunterricht ist heute allgemein und man ist sich wohl darin weitgehend einig, dass eine Reform unumgänglich ist. Die wesentlichen Diskussionen drehen sich dabei immer wieder um die doppelte Aufgabe des Gymnasiums: auf der einen Seite hat es Allgemeinbildung zu vermitteln, zugleich soll es aber auch in stofflicher Hinsicht die Startbedingungen für ein Hochschulstudium bereitstellen. Jenachdem welcher Aufgabe das grössere Gewicht beigemessen wird, sind die Reformvorschläge verschieden gefärbt. Immerhin weisen sie aber auch einen gemeinsamen Zug auf, nämlich den Hang zum Extremen. Darin macht auch WITTENBERG in seinem Programm in Buchform keine Ausnahme.

WITTENBERG steht im Lager der konservativen Reformen. Ihn deswegen schon als Gegenpol zu DIEUDONNÉ hinzustellen, wie dies gelegentlich in Rezensionen geschieht, ist aber wohl übertrieben; dazu fehlt ihm offensichtlich die Kompetenz. WITTENBERG ist nicht POLYA, der bei seiner Kritik an gewissen Modeströmungen in der Schulmathematik das ganze Gewicht einer einzigartigen mathematischen Karriere hinter sich hat. Von WITTENBERG hingegen weiss man eigentlich nicht so recht, ob er Soziologe, Philosoph oder eventuell doch Mathematiker ist.

WITTENBERGS neuestes Buch ist eine Auseinandersetzung mit den bekannten Reformplänen für die Schulmathematik, die er darin gleichzeitig als exemplarisches Gymnasialfach aufzeigen will. Er sieht die Mathematik vor allem als Mittel zur Allgemeinbildung.

Mit einer Weitschweifigkeit, die zeitweise einem Geschwätz nahekommt und den Leser vor manche Geduldprobe stellt, entwickelt WITTENBERG zunächst seine Gedanken über Idee und Wirklichkeit des Gymnasiums in der heutigen Zeit und dann speziell über die Stellung der Mathematik im Schulunterricht. An Beispielen aus der Geometrie führt er anschliessend seine «Methode der Themenkreise» vor. Es fallen dabei viele Namen, die genau gesehen mit der Sache sehr wenig zu tun haben, aber der Autor möchte wohl seine enorme Belesenheit irgendwie belegen. So vernimmt man unter anderem, dass im Leitfaden zur analytischen Geometrie des VSMP von GRIMM und RUEFF mindestens 5 verschiedene Formen der Geradengleichung vorkommen und dass Generaldirektor WICHSER von der SBB Techniker mit einer anständigen Allgemeinbildung sehr schätzt. WITTENBERG vergisst auch nicht, seine eigenen Gehversuche als Hilfslehrer an schweizerischen Gymnasien herauszustellen, die zwar im Urteil damaliger Beobachter bedeutend weniger geräuschvoll abgelaufen sind. Vom Donnerschlag in seinen Lektionen hallt in der schweizerischen Schulmathematik kaum noch etwas nach.

Wer sich in den aktuellen Reformbestrebungen etwas auskennt, wird WITTENBERG da und dort beipflichten; wir sind mit ihm einig, wenn er eine stoffliche Beschränkung und

¹⁾ Unmittelbar vor Drucklegung dieses Heftes wurde uns bekannt, dass A. I. WITTENBERG am 19. Dezember 1965 in Toronto verstorben ist. Die Redaktion.

den Verzicht auf die Behandlung von Problemen mit vorwiegend innermathematischem Interesse empfiehlt. Wir verstehen auch seinen Warnruf vor den Strukturen um der Strukturen willen und vor der Logik um der Logik willen, denn von dort her droht der Schulmathematik eine wirkliche Gefahr. Wir können ihm aber nicht mehr folgen, wenn er jede Bezugnahme des Unterrichtes auf die Mathematik der Gegenwart verwirft. Mit seinem Vorschlag, statt dessen die Klassiker – zum Beispiel EUKLID in Anlehnung an seinen eigenen Wortlaut – vermehrt zum Zuge kommen zu lassen, stellt er sich in jene Kreise, welche die allgemeinbildenden Kräfte vorwiegend auf das Denken des Altertums beschränken. Seine einseitige Verpflichtung des Gymnasiums auf Allgemeinbildung führt ihn in eine mathematische Schöngesteuer, die wir als mindestens so schlimm ablehnen müssen, wie die Überbetonung der Logik, der Mengen und der Strukturen. Statt konkrete Situationen zu meistern, lernen die Schüler bei ihm in erster Linie unverbindlich über alles zu plaudern (gelegentlich ein Kennzeichen des Philosophie-Unterrichtes an unseren Mittelschulen).

Ein Gymnasium als eine von der Umwelt abgeschirmte Stätte der Allgemeinbildung ist heute einfach undenkbar. Neben der Allgemeinbildung ist dem Gymnasium die ebenso wichtige Aufgabe überbunden, auf die Hochschule vorzubereiten. Dies kann es aber nur dann in befriedigender Weise tun, wenn es sich laufend darüber informiert, was auf der Hochschule vor sich geht. Was die Mathematik anbetrifft, so hat das 20. Jahrhundert ein derart neues Denken und eine solche Fülle von neuen Anwendungen gebracht, dass die Schule nicht daran vorbeisehen kann. Unverantwortlich wäre nur, die Schulmathematik allein nach allfällig in einer Klasse sitzenden künftigen Mathematik-Studenten auszurichten, wie dies von gewissen Reformern im andern Lager angestrebt wird.

WITTENBERGS «Bildung und Mathematik» will als Diskussionsbeitrag zu den aktuellen Reformgesprächen im mathematischen Unterrichtswesen gewertet sein, der im Lichte einiger überspannter Forderungen aus dem eben erwähnten andern Lager durchaus seine Berechtigung hat. Man möchte nur wünschen, er wäre etwas straffer und weniger pathetisch formuliert, damit er leichter Gehör fände. Auch WITTENBERG wird aber einsehen müssen, dass die Schule eine zu ernsthafte Einrichtung für extreme Experimente ist; durchsetzen wird sich voraussichtlich eine gesunde Mitte. M. JEGER

Lectures on Elementary Number Theory. VON HANS RADEMACHER. 146 Seiten mit 7 Figuren. \$ 6.50. Blaisdell Publishing Company, New York 1964.

Dieses Büchlein ist kein Lehrbuch im üblichen Stil. Der Verfasser führt den Leser, der keine speziellen Kenntnisse mitbringen muss, auf zum Teil ungewohnten Wegen kreuz und quer durch den Garten der elementaren Zahlentheorie. Wenn diese Wege auch mit Absicht nicht immer die kürzesten sind, so sind sie doch dank der bekannten Darstellungskunst des Autors stets genussreich und vermitteln viele weniger bekannte Einsichten und Zusammenhänge.

An der Spitze stehen die Eigenschaften der Fareybrüche, aus denen sich die Lösbarkeit der Diophantischen Gleichung $ax + by = 1$ für $(a, b) = 1$ und damit das Euklidische Lemma ergibt. Die Fareybrüche werden auch im Kapitel über die Approximation reeller Zahlen durch rationale Zahlen benützt. Das Kapitel über Primitivwurzeln führt zur Konstruktion des regulären 17-Ecks und damit zum Abschnitt über die Lösung von Kreisteilungsgleichungen. Die hierzu benötigten Lagrangeschen Resolventen leiten zu den Gauss'schen Summen über und diese liefern einen natürlichen Beweis des quadratischen Reziprozitätsgesetzes für die Symbole von Legendre und Jacobi. Das vorletzte Kapitel bringt eine Darstellung des klassischen Dirichletschen Beweises für die Unendlichkeit der Menge der Primzahlen der Form $an + b$, $(a, b) = 1$. Das ausgezeichnete Werk schliesst mit dem Beweis des Brunschen Satzes über die Konvergenz der Reihe der reziproken Primzahlwillinge. E. TROST