3. T_i $(i = 1, 2, 3, 4)$ sind die Berührungspunkte des Inkreises und der Ankreise des Dreiecks ABC auf der Seite BC. Es gilt

$$\Sigma \overline{AT_i}^2 = 3\,(b^2 + c^2) - a^2 .$$

▶ Die Dreiecke ABC, AT_1T_2, AT_3T_4 besitzen dieselbe Mittellinie m_a. Drücke m_a^2 auf drei Arten aus.

4. Konstruiere die gemeinsamen Tangenten an zwei Kegelschnitte mit einem gemeinsamen Brennpunkt.

▶ Der Fusspunkt des Lotes vom gemeinsamen Brennpunkt auf die gemeinsame Tangente ist der Schnittpunkt der Hauptkreise.
Beispiel: Ellipse: Zentrum $Z(0; 0)$, Brennpunkt $F(6; 0)$, Scheitelpunkt $A(7; 0)$. Parabel: $F(6; 0)$, Scheitelpunkt $S(4; 2)$.

5. Die Tangenten in den Punkten P_i $(i = 1, 2, 3)$ einer Parabel dritter Ordnung schneiden die Kurve in den Punkten Q_i. Die Fläche des Dreiecks $Q_1Q_2Q_3$ ist das 16-fache der Fläche des Dreiecks $P_1P_2P_3$.

O. Reutter, Ochsenhausen

▶ Da jede kubische Parabel durch zwei Affinitäten aus $y = x^3$ erzeugt werden kann, genügt es, den Satz für diese Kurve zu beweisen. Man findet $P_i\,(u_i; u_i^3)$, $Q_i\,(-2\,u_i; -8\,u_i^3)$.

$$\Delta Q_i = \frac{1}{2}\,|-2\,u_i;\ -8\,u_i^3;\ 1\,| = \frac{1}{2}\,(-2)\,(-8)\,|u_i;\ u_i^3;\ 1\,| = 16\,\Delta P_i .$$

Bericht

Abschiedsvorlesung von Herrn Prof. Dr. Heinz Hopf

Am Nachmittag des 6. Juli 1965 fand an der ETH die Abschiedsvorlesung von Herrn Prof. Heinz Hopf statt. Um seine bedeutende Lehr- und Forschertätigkeit zu würdigen, war der Tag zu einem Symposium ausgestaltet worden, indem am Vormittag zwei prominente Topologen Vorträge hielten.

Prof. F. Hirzebruch, Bonn, beleuchtete in meisterhafter Form verschiedene topologische Probleme, die bekannten Sätzen der Zahlentheorie äquivalent sind. Prof. J. Milnor, Princeton, gab eine Übersicht über die 4 Arten von Mannigfaltigkeiten, die er als Objekte von Kategorien darstellte und beschrieb die zugehörigen Isomorphismen.

Prof. Hopf selbst schilderte in seiner sympathischen Art die Entwicklung der Topologie, wie er sie miterlebt, und man darf ruhig hinzufügen, mitgestaltet hat. Sein erstes Zusammentreffen mit der Topologie erfolgte 1917 in den Vorlesungen von E. Schmidt in Breslau. Damals wurde der Reinheit der Methode zuliebe in der Topologie nur der Stetigkeitsbegriff verwendet. Eine zweite wichtige Phase war das Zusammenarbeiten mit P. Alexandroff 1925–26 in Göttingen. Dessen Arbeiten waren ausgesprochen mengentheoretisch. Alexandroff riet aber seinem Freund, mehr Algebra zu verwenden. Hopf interessierte sich in der Folge immer mehr für die algebraischen Eigenschaften, die mit einem geometrischen Gebilde topologisch invariant verbunden sind. Diese Haltung wurde in der dritten Periode der Entwicklung noch verstärkt, als er zusammen mit P. Alexandroff – damals als einzige Ausländer – an der Universität in Princeton weilte, wo er mit Veblen, Lefschetz und Alexander zusammentraf. In seiner Arbeit «*Zur Algebra der Abbildungen von Mannigfaltigkeiten*» (1930) verwendete Hopf den Begriff der Produktmannigfaltigkeit von Lefschetz als wesentliches Hilfsmittel.

Ein besonders wichtiges Jahr für die Entwicklung der Topologie war das Jahr 1935. Damals fand in Moskau das erste internationale Symposium über Topologie statt. Dort begründeten Alexander und Kolmogoroff unabhängig voneinander die Cohomologie-