ELEMENTE DER MATHEMATIK

Revue de mathématiques élémentaires – Rivista di matematica elementare

Zeitschrift zur Pflege der Mathematik
und zur Förderung des mathematisch-physikalischen Unterrichts
Organ für den Verein Schweizerischer Mathematik- und Physiklehrer

Publiziert mit Unterstützung des Schweizerischen Nationalfonds
zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung

El. Math. Band XX Heft 6 Seiten 121–144 10. November 1965

Zur Goldbachschen Vermutung

Eine *natürliche Zahl n* besitzt stets nur *einen* Vorgänger, nämlich entweder die natürliche Zahl n-1 oder die Zahl 0. «Vorgänger» bedeutet für sich genommen «unmittelbarer Vorgänger» und ist ein *Grundbegriff*[1]) bei der Definition der Zahlen.

Verallgemeinerte Zahlen (oder kurz: *Zahlen*) seien nun solche, welche nicht notwendig einen, sondern beliebig *endlich viele* (oder keinen) Vorgänger besitzen, wobei die Vorgänger wiederum verallgemeinerte Zahlen sind. Das «Rückwärtszählen» soll dabei stets nach endlich vielen Schritten zur Zahl 0 führen, welche keinen Vorgänger besitzt. Zahlen mit denselben Vorgängern sind identisch.

Betrachtet man die verallgemeinerten Zahlen als *Punkte* und verbindet sie mit ihren Vorgängern durch gerichtete *Strecken*, so erhält man für jede Zahl eine bestimmte «Figur», die sie charakterisiert; sie enthält nicht nur die unmittelbaren, sondern auch alle «mittelbaren» Vorgänger der Zahl, das heisst die Vorgänger der Vorgänger usw., wobei die Zahl selbst als der «oberste», die Zahl 0 als der «unterste» Punkt der Figur erscheint, wenn die Strecken von oben nach unten gerichtet sind.

Wie schon früher gezeigt wurde[2]), kann man diese Zahlen in einfacher Weise «addieren» und «multiplizieren», indem man die zugehörigen Figuren passend zusammensetzt, und man erhält so eine *verallgemeinerte Zahlentheorie.*

Die Figur der *Summe* $a + b$ von zwei Zahlen a und b erhält man, indem man die Figuren der Zahlen a und b so «aneinanderhängt», dass der unterste Punkt der Figur von a mit dem obersten Punkt der Figur von b zur Deckung kommt.

Die Figur des *Produkts* $a \cdot b$ von zwei Zahlen a und b erhält man, indem man jede Strecke der Figur von a durch die gleich gerichtete Figur von b ersetzt und sodann Punkte und Strecken, die zu identischen Zahlen gehören, identifiziert[3]).

Betrachtet man jede Zahl als die *Menge ihrer Vorgänger*, so sind die Zahlen identisch mit den «totalendlichen Mengen». Die Zahl 0 ist die Nullmenge, die kein Element besitzt, die Zahl 1 die Einsmenge, welche 0 als einziges Element, also als einzigen Vorgänger besitzt. Die *natürliche Zahl* 2 ist die Menge, welche nur die Zahl 1 als

[1]) Wählt man den «Nachfolger» als Grundbegriff und fordert zu jeder Zahl eine folgende, so verlangt man eine *unendliche* Zahlenreihe, deren Existenz nicht leicht zu beweisen ist.

[2]) P. FINSLER, *Totalendliche Mengen*, Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich, *108*, 141–152 (1963).

[3]) In der unter [2]) angegebenen Arbeit ist diese Identifizierung nicht vermerkt; es sind deshalb dort noch gewisse Änderungen nötig. Es ist zum Beispiel $\mathbf{2} \cdot 2 = \{0; 1\} \cdot 2 = \{1; 3\} = \{0; 2\} + 1$.