Werk

Titel: Aufgaben für die Schule.

Jahr: 1956

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?378850199_0011|log47

Kontakt/Contact

Digizeitschriften e.V.
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

info@digizeitschriften.de

Neue Aufgaben

283. Wir betrachten einen ebenen Bereich B, begrenzt durch die geschlossene Kurve C. Eine Linie ohne Doppelpunkte, welche zwei Punkte von C verbindet und innerhalb B verläuft, heisst ein *Bisektor* von B, wenn sie B in zwei inhaltsgleiche Teile teilt. Ein Bisektor heisst *kürzester Bisektor* von B, wenn es keinen Bisektor von geringerer Länge in B gibt (vgl. des Aufgabenstellers *Mathematics and Plausible Reasoning*, Bd. 1, S. 185–186, Aufgaben 27–33). Man beweise:

Bei gegebenem Flächeninhalt wird der kürzeste Bisektor Maximum (also ein «maximum minimorum» oder «Maximin»):

1. für das gleichseitige Dreieck unter allen Dreiecken,
2. für das Quadrat unter allen Parallelogrammen,
3. *nicht* für das Quadrat unter allen Vierecken,
4. für den Kreis unter allen zentralsymmetrischen Bereichen. (Ob der Satz unter 4. richtig bleibt, wenn das Wort «zentralsymmetrisch» gestrichen wird, ist eine offene Frage.)

G. Pólya, Palo Alto, California, USA.

284. Eine Punktmenge M im n-dimensionalen Raum sei durch endlich viele Ungleichungen $L_i(x) \geqq 0$ definiert, wobei jedes $L_i(x)$ ein lineares Polynom in den Koordinaten $x_1, \ldots, x_n$ ist. Die Menge habe innere Punkte. Eine Seite von M wird dadurch definiert, dass in einigen von den Ungleichungen das Zeichen $\geqq$ durch $=$ ersetzt und in den übrigen das Zeichen $\geqq$ beibehalten wird. Eine $(n-1)$-dimensionale Seite heisse eine *Wand*. Auf einer Wand W_k kann, von konstanten Faktoren abgesehen, nur eine Gleichung $L_i = 0$ gelten. Zu den Wänden $W_1, \ldots, W_m$ mögen die Gleichungen $L_1 = 0, \ldots, L_m = 0$ gehören. Behauptung: Die Ungleichungen $L_1 \geqq 0, \ldots, L_m \geqq 0$ definieren die Punktmenge M. Diese Behauptung ist möglichst einfach zu beweisen.

B. L. van der Waerden, Zürich.

285. Man bestimme für jede natürliche Zahl n die höchste Potenz von 2, die in $s_n = \sum_{k=0}^{[(n-1)/2]} \binom{n}{2k+1} 5^k$ aufgeht.

A. Bager, Hjørring.

286. Gegeben ist ein Kreis, zwei seiner Punkte A und B und ein Durchmesser POQ. Man soll auf dem Kreis einen Punkt S bestimmen, derart, dass SA und SB den Durchmesser POQ in zwei zum Mittelpunkt O symmetrisch gelegenen Punkten E und F schneiden.

R. Spranck, Luxemburg.

Aufgaben für die Schule

Es wird kein Anspruch auf Originalität der Aufgaben erhoben; Autoren und Quellen werden im allgemeinen nicht genannt. Die Daten für Aufgaben aus der Darstellenden Geometrie sind durchweg so festgelegt, dass der Ursprung des Koordinatensystems in der Mitte des linken Randes eines Blattes vom Format A 4 gewählt werden soll, x-Achse nach rechts, y-Achse nach vorn, z-Achse nach oben, Einheit 1 cm. Anregungen und Beiträge sind zu senden an Prof. Dr. Willi Lüssy, Büelrainstrasse 51, Winterthur.

1. Sind die folgenden Identitäten richtig?

a) $$\frac{40^4 + 51^4 + 91^4}{79^4} = \frac{40^2 + 51^2 + 91^2}{79^2};$$

b) $$\frac{a^3 + b^3}{a^3 + (a-b)^3} = \frac{a+b}{a+(a-b)}.$$

[Man darf durch «hoch 2» und durch «hoch 3» kürzen!]

2. Leonardo da Vinci (1452–1519) vermutete, im gleichschenkligen Trapez sei der Abstand des Schwerpunktes von der längeren Parallelen gleich dem Abstand des Diagonalenschnittpunktes von der kürzeren Parallelen. Trifft die Vermutung zu? [Nur für Rechtecke.]