Werk

Titel: Schrifttum.

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?37721857X_0078|log15

Kontakt/Contact

Digizeitschriften e.V.
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

info@digizeitschriften.de

Schrifttum

Buchbesprechungen

Smart, D. R., Fixed Point Theorems (Cambridge Tracts in Math., Bd. 66), London: Cambridge University Press 1973, 93 S., £ 2.75.

Das Buch enthält eine reiche Sammlung von Fixpunktsätzen, allerdings in vielen Fällen ohne ausführliche Beweise. Es leistet Hilfe bei der Gewinnung einer Übersicht in diesem Gebiet und besitzt ein gutes Literaturverzeichnis.

Kapitel 1 bringt kontrahierende Abbildungen in vollständigen metrischen Räumen und Anwendungen auf gewöhnliche Differentialgleichungen. Auf weitere Anwendungen wird hingewiesen, z. B. auf das Theorem über implizierte Funktionen in Banach-Räumen.

Kapitel 2 behandelt Fixpunktsätze für kompakte konvexe Mengen, z. B. den Brouwerschen Fixpunktsatz für kompakte konvexe Teilmengen des E^n und Erweiterungen auf Banach-Räume. Der Schaudersche Fixpunktsatz für kompakte konvexe Mengen in normierten Räumen wird bewiesen, der Satz von Tychonoff für diese Mengen in lokal-konvexen Räumen bleibt an dieser Stelle ohne Beweis.

Mengen mit Fixpunkt-Eigenschaften werden in Kapitel 3 behandelt. Der Satz von Lefschetz wird unter Verwendung der entsprechenden Sätze der algebraischen Topologie bewiesen.

Kapitel 4 enthält Verallgemeinerungen des Schauderschen Satzes: „Ist B ein normierter Raum und M die abgeschlossene Einheitskugel in B, $T: M \to B$ kompakt und stetig, $T(\partial M) \subset M$, so hat T einen Fixpunkt" (Rothe). Beweise zu anderen Verallgemeinerungen sind skizziert: Satz von Krasnoselskii oder B lokal konvex.

Kapitel 5 verallgemeinert Resultate über kontrahierende Abbildungen (nichtexpandierende Abbildungen).

Kapitel 6 bringt Anwendungen auf nicht-lineare Differentialgleichungen, insbesondere die Methode von Leray-Schauder für elliptische Differentialgleichungen. Gemeinsame Fixpunkte von Familien von Abbildungen werden in Kapitel 7 untersucht.

Von den letzten drei Kapiteln ist vielleicht besonders erwähnenswert Kakutanis Theorem und Anwendungen in der Spieltheorie in Kapitel 9.

Frankfurt G. BURDE

Mangoldt, Knopp, Einführung in die höhere Mathematik, Bd. IV, verf. von Lösch, F., Stuttgart: Hirzel Verlag 1973, 9 Fig., XV + 612 S., Lw., DM 38,–.

Die von Mangoldtsche Einführung in die Höhere Mathematik war anfangs der dreißiger Jahre durch K. Knopp einer gründlichen Neubearbeitung unterzogen worden, an der bei späteren Auflagen immer neu gebessert und ergänzt wurde bis zum Tode von Knopp im Jahre 1957. Damit war ein, wie die vielen Neuauflagen zeigen, wertvolles und hochgeschätztes Lehrbuch entstanden, dessen besonderes Verdienst es war, mit großer Sorgfalt gerade den Schwierigkeiten des Gegenstandes für den Anfänger nachzuspüren und bei ihrer Überwindung zu helfen. Auf der anderen Seite ist unverkennbar, daß das Werk in den Jahrzehnten seit Beginn der Neubearbeitung in vieler Hinsicht veraltet ist, ein Mangel, dem nicht mehr abgeholfen werden konnte, indem man da und dort neue Abschnitte einfügte. Das hatte Knopp schon im Vorwort zur letzten von ihm besorgten Auflage (der 10.) des dritten Bandes ausgesprochen und eine Ergänzung durch einen vierten Band angekündigt, für dessen Bearbeitung schon damals der Verfasser des vorliegenden Buches gewonnen war.

Die Tendenz der Mathematik in dem vergangenen halben Jahrhundert zu strukturtheoretischer Verallgemeinerung und Abgrenzung erforderte eine entsprechende Neu-

darstellung einiger Gebiete, die heute zum unverzichtbaren Werkzeug jedes Mathematikers geworden sind. Man mag Bedenken hegen, ob dieses Anhängen an die alte Darstellung nicht unvermeidlich zu etwas Uneinheitlichem, Zusammengeflickten führen müsse. Wenn man aber didaktische über systematische Gesichtspunkte stellt, wie das bei einem Lehrbuch geschehen muß, so wird man es begrüßen, daß hier ein Werk entstanden ist, das sehr genau den Bedürfnissen des angehenden Mathematikers angepaßt ist, indem es ihm zunächst, auf einem Vorrat einfacher Grundbegriffe fußend (im wesentlichen den Axiomen der reellen Zahlen), eine Fülle von Erkenntnissen vermittelt, die schon für sich allein wertvoll sind, aber auch unentbehrlich für das Verständnis der nun, in Band 4, vorgenommenen Ausweitung und Systematisierung des Begriffsapparates. Man sollte auch nicht vergessen, welches freudige und stimulierende Erlebnis es für einen Lernenden bedeutet, Bekanntes auf einer höheren Abstraktionsstufe, also mit der Möglichkeit weitreichender Verallgemeinerung, wiederzufinden, einer Widerspiegelung der ersten Erfahrung des Entdeckers. Daß der vorliegende Band in sich die Systematik nicht vermissen läßt, versteht sich im Hinblick auf seinen Inhalt beinahe von selbst.

Die Darstellung hält sich an das bewährte Vorbild der vorangehenden Bände: die dem ausgewachsenen Mathematiker oftmals nicht ganz leicht erkennbaren Schwierigkeiten des Anfängers werden sorgfältig beachtet und durch mancherlei Erläuterungen und Beispiele beseitigt, ohne daß freilich der Denkfaulheit Eselsbrücken gebaut würden. Natürlich wird auch ein gereifteres Verständnis vorausgesetzt als beim Anfänger in Band 1. Niemals wird eine Schnellstraße durch einen Urwald gelegt (dessen erschreckendes Dunkel zu beiden Seiten bestehen bliebe), sondern es wird so durch die Gebiete geführt, daß der sorgfältige Leser sich auf dem neuen Boden frei bewegen, auch mit Verständnis an die einschlägige Literatur herangehen kann (natürlich nicht unbedingt an die spezialisierte neueste Forschungsliteratur). Ein sorgfältig bearbeitetes, 60 Nummern umfassendes und nach den Abschnitten des Buches gegliedertes Verzeichnis anderer, meist weiterführender Darstellungen sowie in den Text eingestreute Hinweise auf diese sind für den um Vertiefung und Ausweitung seiner Kenntnisse bemühten Leser eine wertvolle Hilfe.

Der Inhalt gliedert sich, abgesehen von einem einleitenden Abschnitt I über Mengenlehre, in drei Gruppen: II und III: Maß und Integral; IV – VI: Topologie, VII – IX: Funktionalanalysis. In I wird natürlich der „naive" Standpunkt eingenommen (der vielleicht weniger naiv ist, als mancher naive Axiomatiker glauben mag). In II und III wird die Darstellung so geführt, daß sie, ausgehend von dem Beispiel des Riemannschen Inhalts, über Lebesguesches Maß und Integral schließlich zu abstrakten Maß- und Integralbegriffen auf allgemeinen Maßräumen führt. Man kann vielleicht die Frage aufwerfen (Ref. möchte sie nicht beantworten), ob es nicht besser gewesen wäre, durch Anwendung des Daniellprozesses den schon aus Band 3 vorhandenen Kenntnisstand auszuwerten. – Die Abschnitte über allgemeine Topologie (allgemeine topologische Räume, Hausdorffsche Räume, metrische Räume) umfassen etwa soviel, als in einer vierstündigen Vorlesung in einem Semester behandelt werden kann. Sie führen bis zum Metrisierungsproblem, der Filterbegriff findet Platz, ausgeschlossen bleiben uniforme Räume. – Die funktionalanalytischen Abschnitte umfassen: Vektorräume (leider werden nur solche über $\mathbb{R}$, nicht über $\mathbb{C}$ betrachtet), insbesondere Hilberträume, Funktionalanalysis (Operatoren- und Spektraltheorie, insbesondere in Hilberträumen), Integralgleichungen (vorwiegend Fredholmsche Theorie).

Bei aller Ausführlichkeit der Darstellung ist das Werk erstaunlich inhaltreich. Es wird vielen angehenden Mathematikern den Zugang zu den in Betracht gezogenen Gebieten erleichtern und rundet das Mangoldt-Knoppsche Werk zu einer Gesamtdarstellung dessen ab, was jedem Mathematiker aus der Analysis verfügbar sein müßte.

Würzburg H. GRUNSKY

Boone, W. W., Cannonito, F. B., Lyndon, R. C., Word Problems, Decision Problems and the Burnside Problem in Group Theory (Studies in Logic and the Foundations of Mathematics, Vol. 71), Amsterdam: North Holland Publishing Company 1973, XII + 646 S., Dfl. 120,–.

Das Buch ist eine Sammlung wichtiger, neuerer Arbeiten von recht unterschiedlichem Zuschnitt – mehr in der Form eines Kongreßberichtes als der eines Lehrbuches.

Zwei Themenkreise dominieren: Entscheidbarkeitsprobleme im Bereich der Gruppentheorie – der Titel ist nicht eng auszulegen – und das Burnside-Problem. Vor allem wird es zu den Standardwerken für Experten auf diesen Gebieten gehören, wenn man von einigen, einem weiteren Leserkreis zugänglichen Beiträgen absieht. Nicht nur in diesem Sinne, sondern auch dem Umfang nach (fast die Hälfte des Bandes) nimmt die zentrale Arbeit von J. L. Britton: „The Existence of Infinite Burnside Groups" eine gewisse Sonderstellung ein. Britton gibt folgende Zusammenfassung:

„Das Hauptanliegen dieser Arbeit ist der Beweis (Kapitel II), daß die Burnside-Gruppe B_d^e mit d Erzeugenden und Exponent $e(d \geqq 2, e > 0)$ für genügend große ungerade e unendlich ist. Der Beweis ist von dem Novikovs und Adyans unabhängig. Zweitens wird in Kapitel I ein in sich geschlossener Abriß über eine Klasse von Gruppen – bezeichnet als „verallgemeinerte Tartakovskii-Gruppen" – gegeben. Für genügend große ungerade e erweist sich B_d^e als zu dieser Klasse gehörig. Es werden keine früheren Ergebnisse von Tartakovskii oder damit zusammenhängende Resultate von Greendlinger, Lipschutz, Lyndon, McCool, Schiek, Schupp und von mir selbst vorausgesetzt. Die ganze Arbeit verlangt wenig mehr Grundkenntnisse als die über Gruppen mit Erzeugenden und Relationen und freie Produkte".

Zu der Kategorie unmittelbar zugänglicher Arbeiten ist noch der Beitrag von L. Wos und G. Robinson: „Maximal Models and Refutation Completeness: Semidecision Procedures in Automatic Theorem Proving" sowie mehrerer kürzerer Beiträge zu rechnen, z. B.: J. McCool und A. Pietrowski: „On a Conjecture of W. Magnus" und B. H. Neumann: „The Isomorphism Problem for Algebraically Closed Groups". Außerdem enthält das Buch mehrere Übersichtsartikel: W. Haken: „Connections between Topological and Group Theoretical Decision Problems", C. F. Miller III: „Decision Problems in Algebraic Classes of Groups", P. E. Schupp: „A Survey of Small Cancellation Theory".

Einen großen Anteil des Buches machen Abhandlungen aus, die im Zusammenhang mit einer Reihe wichtiger Arbeiten (vor allem der Herausgeber) aus den letzten 10 Jahren zu sehen sind, so auch S. I. Adjans (aus dem Russischen ins Englische übertragener) Artikel: „Burnside Groups of Odd Exponent and Irreducible Systems of Group Identities", der mit den bekannten Arbeiten dieses Verfassers und P. S. Novikovs zusammenhängt.

Für Fachleute dieses Gebietes wie für Mathematiker, die sich in diesen Themenkreis einarbeiten wollen, dürfte das Buch ein unentbehrliches Hilfsmittel werden.

Frankfurt G. BURDE

Just appeared:

Special supplement to the "Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung", Vol. 76, April 1975.

Dissertationen in Mathematik an den Hochschulen der Bundesrepublik Deutschland in der Zeit von 1961 bis 1970; eine Bibliographie.

Compiled by P. L. Butzer – E. L. Stark, Technological University of Aachen, under the auspices of the Executive Committee of the DMV (= German Mathematical Society); xii + 101 pp.

The price per copy including packing costs and postage is DM 10.80. Orders are to be directed to

Lehrstuhl A für Mathematik, Technological University of Aachen
c/o Dr. E. Stark, Templergraben 55, D-5100 Aachen.
Account: Stadtsparkasse Aachen, Girokonto 3002078

(and *not* to the Teubner Publishers who printed it).

The bibliography lists a total of 1131 doctorates conferred in the mathematical sciences by thirty universities of the Federal Republic of Germany and West Berlin during the decade 1961 – 1970. Listed are the names of the candidates, the title of the doctoral dissertation, and the names of the supervisors and coreferees. The names are ordered according to the universities and the date of conferrence of the doctoral degree. Added is a detailed introduction, a reference list and name index.

Schrifttum

Buchbesprechungen

Überblicke der Mathematik, Bd. 1 – Bd. 7, hrsg. von D. Laugwitz. Mannheim-Wien-Zürich: Bibliographisches Institut 1968: Bd. 1, 213 S., 1969: Bd. 2, 210 S., 1970: Bd. 3, 157 S., kart. je DM 7.90, 1972: Bd. 4, 123 S., 1972: Bd. 5, 186 S., 1973: Bd. 6, 242 S., 1974: Bd. 7, etwa 200 S., je DM 19,–.

Wie soll man solch eine Folge besprechen? Die Inhaltsverzeichnisse abdrucken? Im siebten Band befindet sich eines der ganzen Folge. Es sind 42 Titel; ich kann nur entweder alle oder gar keinen nennen. Oder die Verteilung über Sachgebiete analysieren? Dann fällt hauptsächlich auf, daß das, was man Analyse nennt, alten oder neuen Stils, mit 16 Titeln relativ unterbesetzt ist, aber das wird durch die Länge dieser Aufsätze wohl einigermaßen wettgemacht.

„Die hier veröffentlichten Übersichten können und sollen also keine Ergebnisberichte für den Spezialisten sein, sondern die jeweilige Problematik motivieren, den gegenwärtigen Stand schildern und kommentierte Hinweise auf die weiterführende Literatur geben" – das schrieb der Herausgeber zur Einführung im ersten Band. „Es ist dabei vor allem an die Information von Studierenden mittlerer Semester gedacht, aber auch an die Bedürfnisse von im Berufsleben Stehenden, welche es mit der Mathematik zu tun haben."

Sind die bisher erschienenen Bände dieser Aufgabe gerecht geworden? Man müßte sich jeden einzelnen Beitrag vornehmen, um das zu beantworten, und dabei würde das Ergebnis noch entscheidend vom Interessengebiet und Geschmack des Beurteilers abhängen. Was wäre das schon wert?

Eher könnte man sich die Frage stellen, was überhaupt Sinn und Wert von Überblicken in der Mathematik und von Sammlungen solcher Überblicke sei. Ich lasse dabei enzyklopädische Übersichten und Literaturkataloge, deren Sinn und Wert ganz unbestritten ist, außer Betracht.

Man kann die Frage auch so formulieren: wieviel Kenntnis und Verständnis eines mathematischen Gebietes oder Problemkreises kann man einem, ohne die zugehörigen Beweise, vermitteln?

Die Frage klingt vielleicht, als ob sie zur Antwort „gar keine" herausforderte, aber so ist sie nicht gemeint; sie ist vielmehr recht nuanciert zu beantworten. Einem, der von einem Gebiete gar nichts weiß, kann eine beweislose Auseinandersetzung kaum Einsicht verschaffen, und einem, der die Methoden des Gebietes kennt, genügen Andeutungen – die Beweise findet er, wenn nötig, schon selber.

Nun sind beweislose Auseinandersetzungen dem Mathematiker durchaus geläufig. Kolloquiumvorträge sind häufig von dieser Art, und Einleitungen zu mathematischen Arbeiten lassen sich manchmal so lesen, daß man ihnen alles Wesentliche entnimmt und sich die Beweise hinzudenkt.

Leider ist es schwierig, einen Kolloquiumvortrag so lesbar aufzuschreiben, wie er hörbar war. Jedes hat seinen eigenen Stil, Gesprochenes und Geschriebenes. Und doch gelingt es manchen, und damit ist der Möglichkeitsbeweis geliefert. Und daß Mathematik sich auch anders als streng deduktiv niederschreiben läßt, als ob sie gerade beim Schreiben entstünde, so daß der Leser verführt wird, sie mitzudenken, ist auch manches Mal bewiesen.

Nun ist es mit verschiedenen Gebieten auch verschieden bestellt. Zum Beispiel lese ich Überblicke aus der analytischen Zahlentheorie – einige kommen in dieser Sammlung vor – wie einen Roman, obwohl ich wenige Gebiete so schlecht kenne wie dieses. Oder vielleicht gerade deshalb? Vielleicht kann ich gerade darum da auf Beweise und Tiefgang verzichten, weil die Probleme des Gebietes mich so wenig

berühren. Das andere Extrem wäre, daß ich bei jedem Satz stutzte, aber auch dann hat der Überblick seinen Zweck erfüllt. Wie aber, wenn ich in den Überblick nicht einmal einsteige? Es kann an mir liegen, es kann auch sein, daß er keinerlei Einsteigmöglichkeiten bietet.

Ich glaube (und habe es auch schon einmal vorgeschlagen), man solle das Schreiben von Überblicken systematischer organisieren. Den Verfassern von Überblicken sollte man etwa sagen: „Bitte, stellen Sie sich vor, daß Sie vor diesem oder jenem Publikum einen Vortrag halten sollten, oder eine Reihe von Vorträgen. Schreiben Sie das auf, und wenn das Resultat Ihr mathematisches Gewissen nicht befriedigt, ergänzen Sie das Aufgeschriebene mit Fußnoten oder Kleindruck."

Überblicke sind nur ein Teil des größeren Problems, wie mathematische Publikationen aussehen sollen, damit sie ihren Zweck, gelesen zu werden, erfüllen. Aber Überblicke haben eine sehr spezielle Funktion und eine besonders wichtige. Man sollte sicher das Schreiben von Überblicken anregen und fördern. Wie wäre es mit einem Jahrespreis für den besten Überblick?

Man sollte auch das Lesen von Überblicken und ihre Zugänglichkeit fördern. Wohl erscheinen regelmäßig und in respektabler Anzahl Überblicke. In den Referatenorganen sind sie nicht als solche gekennzeichnet, geschweige denn in einer speziellen Rubrik zusammengestellt. Überblicksreihen wie die hier vorliegende erfüllen darum eine wichtige Funktion; man weiß, wo man zu suchen hat. Leider braucht man da nicht gerade zu finden, was man sucht. Sollte man nicht alle Überblicke, die irgendwo erscheinen, regelmäßig im Nachdruck zusammenbringen? Ich habe einmal die Schaffung eines – periodisch ergänzten – Katalogs von Überblicken vorgeschlagen.

Eine Folge wie die vorliegende – ich betonte es schon – erfüllt eine Aufgabe. Wenn nur ein Drittel der Beiträge als Überblicke gut sein sollten (ich habe mehr gezählt), so wäre das schon eine stattliche Anzahl. Verfasser ausfindig zu machen, die Überblicke schreiben können, und sie dann anzuregen, es zu tun, ist keine einfache Sache. Man sollte dem doch wohl mehr Aufmerksamkeit widmen, als bisher geschehen ist.

Utrecht H. FREUDENTHAL

Cohn, P. M., Algebra, Vol. 1, London-New York-Sydney-Toronto: John Wiley and Sons 1974, XI + 321 S., cloth, £ 6.50, pbk, £ 2.90.

Dieses ausgezeichnete Lehrbuch ist in mancherlei Hinsicht bemerkenswert. Sorgfältig in der Motivierung der eingeführten Begriffe, trägt es einer übergreifenden Systematik Rechnung (Grundbegriffe der Kategorienlehre werden benutzt), scheut aber andererseits nicht die konkrete Durchdringung (etwa bei Wurzeln von Polynomen die regula falsi). Die Stoffauswahl berücksichtigt Verhältnisse des englischen (und auch nordamerikanischen) Universitätsunterrichts. Aber auch bezogen auf den deutschen Universitätsunterricht muß das vorliegende Buch, dem ein zweiter Band folgen soll, sehr empfohlen werden: In Teilen für Hörer der linearen Algebra und Geometrie, in Teilen für die Algebravorlesung an deutschen Universitäten.

Die Kapitelüberschriften sind:

1. Sets and mappings, 2. Integers and rational numbers, 3. Groups, 4. Vector spaces and linear mappings, 5. Linear equations, 6. Rings and fields, 7. Determinants, 8. Quadratic forms, 9. Further group theory, 10. Rings and modules, 11. Normal forms for matrices.

Hamburg W. BENZ

Kingman, J. E. J., Taylor, S. J., Introduction to Measure and Probability, Cambridge: Cambridge University Press 1973, XI + 401 S., Gln., £ 5.20.

Es handelt sich um den korrigierten Neudruck des erstmals 1966 erschienenen und in Jber. Deutsch. Math.-Verein. **71** (1969) 20 besprochenen Buches. Nach Angabe der

Verfasser unterscheidet sich der Neudruck nur durch die Korrektur von Druckfehlern und Irrtümern von der Erstauflage. Dem Buch ist wegen der Klarheit der Darstellung weite Verbreitung zu wünschen.

Erlangen H. BAUER

Faith, C., Algebra: Rings, Modules and Categories I (Grundlehren der math. Wiss., Bd. 190), Berlin-Heidelberg-New York: Springer Verlag 1973, XXIII + 565 S., cloth, DM 54,–.

Dieses Buch erhebt einen doppelten Anspruch: Studenten in die Grundideen und -operationen von Ringen, Moduln und Kategorien einzuführen und eine Übersicht zu geben über die Entwicklung der Ringtheorie seit Jacobsons Buch „Structure of Rings". Seit van der Waerdens epochalem Buch ist ein solches Unterfangen nicht mehr versucht worden, ja, es war lange Zeit fraglich, ob ein derartiges Buch heute überhaupt noch realisierbar ist. Nun, der 1. Band liegt vor, der 2. ist in Konturen sichtbar. Man muß staunen, daß der Autor mit 2 Bänden auskommt – wie van der Waerden.

Wie gelingt es, den entgegengesetzten Prinzipien von Kohärenz und Enzyklopädik in gleicher Weise gerecht zu werden? Zum zentralen Thema des 1. Bandes ist die Theorie der noetherschen semiprimen Ringe gewählt worden. Dies ist teils des Autors subjektive Entscheidung, teils durch die historische Entwicklung gerechtfertigt. Tatsächlich hat sich das Interesse der meisten Ringtheoretiker nicht in den Bahnen von Jacobsons Buch den Ringen ohne Kettenbedingungen, sondern zunächst den noetherschen Ringen zugewandt. Methodisch bewußt in den Vordergrund gerückt sind – und das gibt dem Buch sein modernes Gepräge – die Kategorien. Das ist mehr als ein methodisches Prinzip, es ist ein Bekenntnis, das seinen sichtbaren Ausdruck auch im Titel findet. Mit welchem Recht kann ein Algebraiker den Begriff der Kategorie wie den des Moduls oder Rings für seine Disziplin beanspruchen? Vielleicht, weil die Theorie der Kategorien die Algebra schneller und nachhaltiger beeinflußt als andere Disziplinen. „Rather then solve problems in ring theory, category theory raises interesting questions which deepen our understanding of the subject." Sind ihre Begriffe erst Allgemeingut des Mathematikers, erscheinen sie vielleicht auch dereinst zusammengedrängt und kurzgefaßt als Vorspann zu einem Algebrabuch – wie die Mengenlehre im vorliegenden Buch.

Was sich inhaltlich oder methodisch nicht in den Rahmen fügt, erscheint gelegentlich – ohne Beweis, mitunter mit Literaturhinweis – als „Übung". Diese Übungen sind – wie die Übungen Bourbakis – ein wichtiger Bestandteil des Buches. Sie dienen nicht nur der Einübung des Gelesenen, sondern auch der Ergänzung, Orientierung, Information, des Wechselbezuges zu Nachbargebieten.

Nicht genug betont werden kann, daß dieses Buch weniger als andere Bücher dazu bestimmt ist, von vorne nach hinten gelesen zu werden. Mancher weniger kategorienbegeisterte Leser wird die Lektüre mit Teil II beginnen, mancher gar erst auf den 2. Band warten: „Not every chapter can be Chap. 2 or 3", „part VI", der letzte Teil des 2. Bandes „contains much of the classical theory of commutative rings needed for a proper background and motivation of the other parts".

Irrtümer sind auf 560 Seiten Mathematik kaum auszuschließen (Beispiele: S. 192, 4.2 und 4.3, S. 298, 7b, S. 478, 13, 27.1b).

Bochum S. ELLIGER

Taylor, S. J., Introduction to Measure and Integration, Cambridge: Cambridge University Press 1973, VI + 266 S., geb., £ 1.90.

Das vorausgehend besprochene Buch von Kingman und Taylor „Introduction to Measure and Probability" setzt zwischen der Einführung in die Maßtheorie und der

darauf aufbauenden Wahrscheinlichkeitstheorie eine deutliche Trennlinie. Dieser Sachverhalt und die Bedeutung der Maßtheorie für andere Teile der Mathematik hat wohl den Anstoß zu der Herausnahme der ersten 260 Seiten aus dem Buch von Kingman-Taylor und der Veröffentlichung als neues Buch mit neuem Titel gegeben. Leider hat man versäumt, Hinweise auf die späteren Kapitel des Buches von Kingman-Taylor der neuen Situation anzupassen (vgl. etwa S. 162). Im übrigen kann auf die Besprechung der ersten Auflage des Buches von Kingman-Taylor (Jber. Deutsch. Math.-Verein. **71** (1969) 20) verwiesen werden.

Erlangen H. BAUER

Collatz, L., Krabs, W., Approximationstheorie, Tschebyscheffsche Approximation mit Anwendungen, Stuttgart: B. G. Teubner Verlag 1973, 208 S., 39 Abb., 16 Aufg. m. Lös. u. zahlreichen Beisp., kart., DM 26,80.

Das vorliegende Buch gibt eine sehr gut lesbare Einführung in die Theorie der besten Tschebyscheff-Approximation reeller stetiger Funktionen auf einem kompakten metrischen Raum B. Als approximierende Familien werden nicht nur lineare Teilräume von $C(B)$, sondern insbesondere auch die für die Anwendungen wichtigen verallgemeinerten rationalen Funktionen und Exponentialsummen betrachtet. Das Buch ist zum Selbststudium oder als Grundlage für eine einführende Vorlesung sehr gut geeignet. Das I. Kapitel bringt eine Fülle von Problemen aus den Anwendungen, die auf verschiedene Typen von Approximationsaufgaben führen. Im II. Kapitel wird eine allgemeine Theorie der nichtlinearen Tschebyscheff-Approximation entwickelt. Es werden insbesondere behandelt Fragen der Existenz, Eindeutigkeit und Charakterisierung von besten Approximierenden sowie Fragen der Berechnung und der Abschätzung des Minimalabstandes. Im III. Kapitel werden H-Mengen eingeführt, das sind gewisse endliche Teilmengen des kompakten Raumes B, die von der approximierenden Familie abhängen. Mit Hilfe der H-Mengen lassen sich auf einfache Weise untere und obere Abschätzungen für den Minimalabstand ermitteln. Für zahlreiche approximierende Familien werden H-Mengen explizit bestimmt. Kapitel IV behandelt unter Verwendung der Ergebnisse aus Kapitel II das allgemeine rationale und das lineare Approximationsproblem, wobei neben Existenz-, Eindeutigkeits- und Charakterisierungssätzen auch Verfahren zur konstruktiven Ermittlung bester Approximierender gebracht werden. Im V. Kapitel werden Fragen der Exponentialapproximation behandelt. Das VI. Kapitel enthält die Sätze von Stone und Weierstraß und bringt einen interessanten Zusammenhang zwischen rationalen Approximationsaufgaben und Eigenwertproblemen. Alle Kapitel sind zur Erläuterung mit ausführlichen Beispielen versehen. In einem Anhang werden verschiedene der verwendeten Hilfsmittel zusammengestellt, weitere Beispiele sowie Aufgaben mit Lösungen geboten.

Frankfurt B. BROSOWSKI

Schafarewitsch, I. R., Grundzüge der algebraischen Geometrie (Logik und Grundlagen der Math., Bd. 12), Braunschweig: Vieweg Verlag 1972, 224 S., gebd., DM 34,–.

Dies ist die von Rudolf Fragel vorgenommene Übersetzung aus dem Russischen eines 1969 erschienenen Buches. Wie Schafarewitsch im Vorwort zur deutschen Ausgabe schreibt, handelt es sich um die Niederschrift einer an der Universität Moskau gehaltenen Vorlesung, wobei viele Hörer dieser Vorlesung Studenten des zweiten Studienjahres waren. So legt der Autor eine wertvolle Darstellung der Grundzüge der Algebraischen Geometrie vor, die mit einem Minimum an mathematischen Hilfsmitteln (diese sind Grundvorlesungen über Algebra und Analytische Geometrie) auskommt. Bei der doch wohl allzu geringen Zahl an Lehrbüchern (auch einführender

Art) über Algebraische Geometrie in deutscher Sprache muß das vorliegende Buch als höchst willkommen bezeichnet werden. Kapitelüberschriften: I. Grundbegriffe (hier u. a. Quasiprojektive Mannigfaltigkeiten), II. Lokale Eigenschaften (hier u. a. einfache und singuläre Punkte, Potenzreihenentwicklung, Normale Mannigfaltigkeiten), III. Divisoren und Differentialformen, IV. Schnittmultiplizitäten.

Inzwischen ist eine auf den doppelten Umfang erweiterte Fassung ins Englische übersetzt und in den Grundlehren math. Wiss. (Springer) erschienen.

Hamburg W. BENZ

van der Waerden, B. L., Einführung in die algebraische Geometrie (Grundlehren der math. Wiss., Bd. 51), Berlin-Heidelberg-New York: Springer Verlag 1973, XI + 280 S., 17 Abb., gebd., DM 42,–.

„Dieses klassische Lehrbuch van der Waerdens ist trotz der schnellen Entwicklung der algebraischen Geometrie immer noch eine hervorragende Einführung in dieses Gebiet, da es eine systematische und konkrete Darstellung der grundlegenden Fragestellungen der algebraischen Geometrie zur Zeit seines Erscheinens ist." Die jetzt vorliegende zweite Auflage des wertvollen Buches ist (bis auf einen neu hinzugefügten Anhang) ein unveränderter Nachdruck der ersten Auflage, wobei jedoch einige Schreibfehler und unvollständige Zitate der ersten Auflage korrigiert wurden. Im Anhang der 2. Auflage finden wir die beiden folgenden Abhandlungen van der Waerdens: I. Zur algebraischen Geometrie 20. Der Zusammenhangsatz und der Multiplizitätsbegriff (Math. Ann. 1971), II. The Foundation of Algebraic Geometry from Severi to André Weil (Archive for History of Exact Sciences 1971). Die zweite Abhandlung des Autors, der selbst einer der Wegbereiter einer strengen Algebraischen Geometrie ist, basiert auf einem in Nizza auf dem Internationalen Mathematikerkongreß 1970 gehaltenen Vortrag.

Hamburg W. BENZ

Numerische Methoden bei Differentialgleichungen und mit funktionalanalytischen Hilfsmitteln, hrsg. von J. Albrecht und L. Collatz, Basel-Stuttgart: Birkhäuser Verlag 1974, 11 Fig., 231 S., Kldr. Fr. 59,–/DM 54,–.

Das Buch enthält Vortrags-Auszüge verschiedener Autoren der Tagungen über „Funktionalanalysis und Numerische Mathematik" (31. 5.–2. 6. 1972, Techn. Universität Clausthal) und über „Numerische Behandlung von Differentialgleichungen" (4.–10. 6. 1972, Mathem. Forschungsinstitut Oberwolfach).

Es würde den Rahmen dieser Besprechung sprengen, wollte man auf jeden der 20 ausführlich dargestellten und der zwei in abstract-Form wiedergegebenen Vorträge im Detail eingehen.

Bei den numerischen Verfahren zur Behandlung von Differentialgleichungen stehen von der Anzahl her die Differenzenverfahren für gewöhnliche Differentialgleichungen im Vordergrund (Brunner, Butcher, Engels, Forster, Lambert, Wisskirchen).

Dabei behandelt der Vortrag von Brunner, der vom Verfasser selbst „als Randbemerkung zu bekannten Themen gedacht ist", insbesondere die Frage, ob sich absolut-stabile lineare Mehrschrittverfahren auf „natürliche" Weise ausgehend von einem Schurschen Polynom als zweitem charakteristischen Polynom konstruieren lassen.

In dem Vortrag von Butcher werden sehr allgemeine lineare Methoden zur numerischen Lösung autonomer Systeme gewöhnlicher Differentialgleichungen 1. Ordnung betrachtet, die als Spezialfälle sowohl die Runge-Kutta-Verfahren als auch lineare Mehrschrittverfahren usw. enthalten. Der Verfasser befaßt sich mit der Frage einer

geeigneten einheitlichen Definition des Begriffs „Ordnung" für diesen Typ von Verfahren.

Engels leitet in seinem Vortrag alte und neue Runge-Kutta-Verfahren auf der Basis von Quadraturformeln her.

Forster leitet Fehlerabschätzungen für das Galerkin-Verfahren her, wenn man dieses auf gewisse nichtlineare Randwertaufgaben anwendet.

Bei Lambert wird eine Modifizierung der bekannten „shooting method" für Zwei-Punkt-Randwertaufgaben angeboten:

Die übliche shooting-Methode kann bildhaft durch den Versuch charakterisiert werden, von einem vorgegebenen Punkt aus mittels eines Gartenschlauchs eine entfernt stehende Pflanze zu benetzen. Dabei wird nach der Methode „try and error" der Anstellwinkel des Wasserstrahls so oft verändert, bis das Ziel getroffen wird. Dagegen wird bei der hier vorgeschlagenen Methode folgendermaßen vorgegangen:

Man geht mit dem Gartenschlauch bis zu der Stelle, an der die zu benetzende Pflanze steht, hält den Wasserstrahl direkt auf diese Pflanze und bewegt sich rückwärts unter fortlaufender Besprengung der Pflanze, d. h. unter kontinuierlicher Veränderung des Anstellwinkels, zu dem ursprünglichen Standort zurück. Diese Methode wird recht allgemein mathematisch formuliert und gewährt eine Reihe numerischer Vorteile.

Wisskirchen referiert kurz über Untersuchungen zur Reduktion des Rechenaufwandes bei der Bahnbestimmung von Erdsatelliten.

Drei Vorträge befassen sich mit Differenzenverfahren für partielle Differentialgleichungen (Hersch. Morris, Sachs). Dabei diskutiert Hersch den Begriff eines „kohärenten" Verfahrens, worunter solche Verfahren verstanden werden, bei denen die Abweichung von der genauen Lösung nicht von der Natur des Approximationsverfahrens herrührt, sondern lediglich vom spezifischen Problem. Für eine Reihe von Differentialgleichungsproblemen werden die Schwierigkeiten und deren Überwindung bei der Konstruktion kohärenter Verfahren aufgezeigt.

Morris beschreibt zunächst die Schwierigkeiten, die bei der Anwendung von „splitting"-Methoden (Verfahren der alternierenden Richtungen und lokal eindimensionale Verfahren) auf parabolische und hyperbolische Anfangswertaufgaben entstehen. Er konstruiert insbesondere lokal-eindimensionale Verfahren, die auch bei beliebiger Zahl von Ortsvariablen von höherer als 1. Ordnung genau sind.

Die Kurzfassung des Vortrages von Sachs weist darauf hin, daß es mit Hilfe der Theorie des topologischen Abbildungsgrades möglich ist, die Lösbarkeit nichtlinearer elliptischer Differenzengleichungen in Divergenzform bei interpolierten Dirichlet-Randbedingungen unter gewissen Voraussetzungen zu beweisen.

Zwei Vorträge (beide vorgelegt von Barnhill und Whiteman) befassen sich mit der Methode der finiten Elemente. Dabei werden u. a. Fehlerabschätzungen für den Fall angegeben, daß Singularitäten infolge einspringender Ecken auftreten.

In drei Vorträgen werden praktisch wichtige Fragen der Theorie der Differentialgleichungen behandelt (Niethammer. Toma, J. Werner). Niethammer untersucht die analytische Fortsetzbarkeit von Lösungen gewisser Differentialgleichungen und deren algorithmische Durchführbarkeit.

In dem Vortrag von Toma wird die Eindeutigkeit von Lösungen spezieller Klassen nichtlinearer Randwertaufgaben behandelt.

Werner beweist die Existenz periodischer Lösungen gewisser nichtlinearer Randwertaufgaben zweiter Ordnung.

Ein Vortrag aus der Theorie der Integro-Differentialgleichungen (Keller) behandelt ein Problem der Turbulenztheorie:

Aus der Liouville-Gleichung eines Ensembles turbulenter Strömungen, für welche die Navier-Stokes-Gleichungen gelten, wird eine exakte lineare Integro-Differentialgleichung für die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Werte beliebiger regulärer Funktionale des Druck- und Geschwindigkeitsfeldes der Strömung abgeleitet.

Der Approximations- und Interpolationstheorie sind zwei Vorträge des Buches gewidmet (Hämmerlin, Schwartz).

Hämmerlin zeigt, wie der Fehler interpolierender L-Splines durch ableitungsfreie Schranken unter gewissen Holomorphie-Voraussetzungen abgeschätzt werden kann.

Schwartz beschreibt eine Variante des für den Fall der Tschebyscheff-Approximation mit nicht-erfüllter Haarscher Bedingung von Töpfer angegebenen Verfahrens, wobei es Schwartz (im Gegensatz zu Töpfer) gelingt, einen Konvergenzbeweis für sein Iterationsverfahren anzugeben.

Zwei Vorträge befassen sich mit Quadraturverfahren (Braß, Locher). Braß konstruiert unter der Angabe von Fehlerabschätzungen asymptotisch optimale Quadraturverfahren und zeigt in einem zweiten Teil seines Vortrages, daß keine asymptotisch optimalen Verfahren in $C_2\,\infty$ und $C_3\,\infty$ existieren. Mit einer kleinen Abschwächung des Optimalitätsbegriffs läßt sich aber noch die Existenz von „gleichmäßig guten" Verfahren nachweisen.

Der in der Konvergenztheorie bei Quadraturverfahren wichtige Begriff der „Verfahrensnorm" wurde in letzter Zeit auch zur Gewinnung von Fehlerschranken benutzt.

Locher zeigt in seinem Vortrag, daß das dort verwendete Abschätzungsprinzip auch bei anderen Näherungsverfahren (speziell bei der Interpolation) zu günstigen und numerisch gut zugänglichen ableitungsfreien Fehlerschranken führt. Fehlerabschätzungen dieses Typs ermöglichen auch die Angabe unterer Schranken für die Norm des Fehlerfunktionals und somit hinreichende Bedingungen für die Divergenz von Quadraturverfahren und Interpolationsmethoden.

Mit Variations-, Steuerungs- und Optimierungsproblemen befassen sich zwei Vorträge von Lempio. In einer früheren Arbeit hat der Autor für ein sehr allgemeines Optimierungsproblem eine zugehörige Lagrangesche Multiplikatorenregel skizziert. Im ersten der beiden Vorträge werden insbesondere Bedingungen angegeben, unter denen gewisse, in der Multiplikatorenregel auftretenden Funktionale stetig sind.

Im zweiten Vortrag werden dann Beziehungen zu verschiedenen notwendigen Optimalitäts-Kriterien in Approximationstheorie. Variationsrechnung und Steuerungstheorie hergestellt.

In einem Vortrag über Eigenwertprobleme gewinnen Wetterling und den Ouden für Fastdreiecksmatrizen, wie sie beim QR-Algorithmus oder dem LR-Algorithmus auftreten, einen Satz über die Einschließung der Eigenwerte für den Fall, daß diese einfach sind. Diese Einschließungen sind weniger pessimistisch als solche, die man bisher unter Einbeziehung des Falles auch mehrfacher Eigenwerte gewonnen hatte.

Zusammenfassend kann über die Beiträge zu dem Tagungs-Band gesagt werden, daß der im Vorwort erwähnte Versuch, durch die dem Buch zugrundeliegenden beiden Tagungen einen Beitrag zur Wiederannäherung von Gebieten der abstrakten Mathematik und der Anwendungen zu leisten, als weitgehend geglückt anzusehen ist.

Hamburg R. ANSORGE

Phillips, G. M., Taylor, P. J., Theory and Applications of Numerical Analysis, London-New York: Academic Press 1973, X + 380 S., gebd., £ 5.80.

Dys Buch stellt eine Einführung in die Numerische Mathematik dar, die schon mit wenigen Vorkenntnissen gelesen werden kann, da die wichtigsten Grundlagen der Analysis und der linearen Algebra vorangestellt werden. Dies entspricht dem Ziel der Autoren, eine geschlossene Darstellung „ab initio" zu geben.

In den restlichen der zwölf Kapitel werden polynomiale Interpolation, Approximation (kleinste Quadrate und orthogonale Polynome, Čebyšev-Approximation), numerische Differentiation und Integration, numerische Lösung von algebraischen Gleichungen, direkte und iterative Methoden zur Lösung von linearen Gleichungs-

systemen, nichtlineare Gleichungssysteme sowie numerische Methoden für Anfangs- und Randwertprobleme bei gewöhnlichen Differentialgleichungen behandelt. In einem kurzen Anhang gehen die Autoren auf Fragen der Zahlendarstellung in einer Rechenanlage ein.

Der Stoff wird durchweg elementar und ohne Benutzung von funktionalanalytischen Hilfsmitteln behandelt. Auf eine übersichtliche Darstellung der Algorithmen wird besonderer Wert gelegt. Das Buch bringt eine Vielzahl von Beispielen und am Ende jedes Kapitels eine Reihe von Aufgaben, deren Lösungen am Schluß des Buches kurz zusammengestellt sind.

Duisburg W. HAUSSMANN

Hainzl, J., Mathematik für Naturwissenschaftler (Leitfäden der angewandten Mathematik und Mechanik, Bd. 19), Stuttgart: B. G. Teubner Verlag 1974, 311 S., mit 55 Bildern, DM 29,–.

Das vorliegende Buch ist für Studenten der Chemie, Biologie und Geowissenschaften geschrieben worden, die im ersten Semester die für ihr Fachstudium erforderlichen mathematischen Hilfsmittel kennenlernen müssen. Mit Ausnahme der Statistik (lediglich im Zusammenhang mit der Fehlerrechnung werden Regressionsgerade und Korrelationskoeffizient besprochen) werden alle Gebiete behandelt, die für Naturwissenschaftler wichtig sind wie Zahlen und Funktionen, Differential- und Integralrechnung, Gleichungssysteme, Differentialgleichungen. Die Darstellungsweise ist den Bedürfnissen des Leserkreises angepaßt. Auf komplizierte Beweise wird verzichtet, dafür werden die mathematischen Verfahren durch Aufgabenstellungen aus der Praxis plausibel gemacht und erläutert. Einige Beispiele seien genannt. Der Funktionsbegriff wird eingeführt durch den Zusammenhang zwischen Schallgeschwindigkeit und Lufttemperatur und der Begriff der Umkehrfunktion mit Hilfe von Umlaufzeit und Energie eines Erdsatelliten. Am Beginn der Differentialrechnung stehen Begriffe wie Wachstumsgeschwindigkeit, Reaktionsgeschwindigkeit, Potential. Der Nutzen von Taylorentwicklungen wird am Planckschen Strahlungsgesetz und am Wienschen Verschiebungsgesetz demonstriert. Anwendungsbeispiele für Potenz- und Exponentialfunktionen sind die barometrische Höhenformel, Temperaturabhängigkeit des Dampfdruckes, radioaktiver Zerfall, Strömungsgeschwindigkeit in Blutbahnen. Den Symmetriegruppen von Molekülen ist ein ausführlicher Abschnitt gewidmet. Die Bedeutung der Extremwertbestimmung bei Funktionen von mehreren Veränderlichen wird am Brechungsgesetz von Snellius gezeigt und die Wichtigkeit von Kurvenintegralen an Fragestellungen aus der Thermodynamik. Als Beispiele von Differentialgleichungen findet der Leser die Reaktionsgleichung von Michaelis und Menten, das Gesetz für radioaktiven Zerfall und das Gesetz von Hagen-Poiseuille sowie Schwingungsvorgänge.

Zu allen Problemkreisen werden Übungsaufgaben gestellt. Für einen großen Teil davon werden die Lösungen am Ende des Buches angegeben. Auf Zitate weiterführender Literatur wird bewußt verzichtet, lediglich die Quellen der Anwendungsbeispiele werden genannt. Das Sachverzeichnis ist ausführlich und enthält sowohl die mathematischen Stichworte als auch die aus dem naturwissenschaftlichen Bereich stammenden Begriffe und Namen. Der Druck ist sauber und übersichtlich.

Der Leser wird nicht nur in die Theorie eingeführt, sondern erhält auch Hinweise auf praktische Hilfsmittel wie Funktionsnetze und harmonische Analysatoren. Viele Beispiele kommen aus Physik und Technik, so daß das Buch auch Studenten aus diesen Fachrichtungen empfohlen werden kann. Da nur elementare Schulkenntnisse vorausgesetzt werden, ist das Buch auch gut zum Selbststudium geeignet.

Bochum G. REISSIG

Zemke, G., Lineare Optimierung (Schriften zur Informatik, Bd. 4), Braunschweig: Vieweg Verlag 1971, VIII + 148 S., kart. DM 29,80.

„Eine Fülle von Literatur steht demjenigen zur Verfügung, der sich mit Linear-Programming befassen will. Aber nur wenige Veröffentlichungen führen von einer Einführung in sehr gründlicher und systematischer Darstellung bis hin zu einer Diskussion der fortgeschrittenen Techniken, ohne die die praktische Anwendung der linearen Programmierung undenkbar ist. Dieses Buch stellt nun einen derartigen Versuch dar..." So schreiben die Herausgeber des zu besprechenden Buches im Vorwort, das in einer Reihe „Schriften zur Informatik" erschienen ist. Der Hinweis auf die „fortgeschrittenen Techniken" könnte einen Mathematiker zu der Erwartung verleiten, in dem Text Themen wie Dekompositionsmethoden, graphentheoretische Verfahren, Algorithmen für die gemischt-ganzzahlige lineare Programmierung o. ä. oder auch eine ausführliche Darstellung von speziellen Techniken zur Bewältigung von EDV-Problemen beim Lösen von linearen Optimierungssystemen zu finden. Doch weit gefehlt: Schon ein flüchtiger Blick auf das Inhaltsverzeichnis zeigt, daß es sich bei der Veröffentlichung aus mathematischer Sicht eigentlich um ein elementares Anfängerlehrbuch über übliche Themen der linearen Optimierung wie die drei Simplexmethoden, etwas Anwendung auf Matrixbeispiele, Transportprobleme (ohne und mit Schlupf) und Zuordnungsprobleme handelt. Dabei ist ungefähr das erste Fünftel des Buches einem kurzen Abriß der Matrizenrechnung und dem elementaren Lösen von linearen Gleichungssystemen gewidmet. Der Entartungsfall bei der Simplexmethode ist relativ ausführlich behandelt. Die theoretischen Überlegungen sind durchweg durch Zahlenbeispiele veranschaulicht, und eine Reihe von Übungsaufgaben, deren Lösungen am Ende des Buches angegeben sind, dienen einer weiteren Vertiefung des Stoffes. Zum Schluß findet sich eine Rubrik „Verwendete Literatur", die außer Golsteins Linearer Optimierung I (1968) und der deutschen Bearbeitung (1966) von Dantzigs Linearer Programmierung und Erweiterungen (1962) noch fünf Veröffentlichungen aus den fünfziger Jahren aufzählt.

Der Verfasser hat sich um mathematische Strenge bei leichter Lesbarkeit ohne Verwendung mengentheoretischer Bezeichnungsweisen bemüht. Allerdings sucht man vergebens, daß die Glieder der auftretenden Vektoren (und Matrizen) reelle Zahlen (oder manchmal auch reelle Variablen) sein sollen; anderenfalls wäre die Definition der linearen Abhängigkeit auf S. 7 anfechtbar, in der ebenso wie in der Fußnote auf S. 9 ausdrücklich *reelle* Zahlen als Multiplikatoren für die Linearkombinationen verlangt werden. Auch die auf S. 26 vorkommende Formulierung „Diese Gleichung nennen wir die Zielfunktion" ist fragwürdig.

Allgemein wird nur eine geringe mathematische Vorbildung des Lesers vorausgesetzt, aber offensichtlich doch Vertrautheit im Umgang mit dem Summenzeichen und Kenntnis der Bedeutung von Vokabeln wie „n-dimensionaler Raum" (S. 37), „Vektorraum" (S. 39), „Parameter" (S. 40), „Komponente eines Vektors" (S. 88), „streng monoton" (S. 58), „nach oben beschränkt" (S. 26). Das Buch könnte vor allem nützlich sein für Anwender der Mathematik mit mathematischen Vorkenntnissen, die sich über die klassischen Methoden der Linearen Optimierung informieren wollen.

Bochum A. JAEGER

Alo, R. A., Shapiro, H. L., Normal Topological Spaces (Cambridge Tracts in Math., Vol. 65), London: Cambridge University Press 1974, 306 S., £ 6.40.

Die Autoren bezeichnen ihr Buch als ein „zweites" Buch über Allgemeine Topologie, zu lesen nach einem ersten, in dem die übliche Einführung in dieses Gebiet behandelt wurde. Es soll dem Studenten neuere Entwicklungen in der Allgemeinen Topologie darstellen und als Wegweiser zu lohnenden und aussichtsreichen Fragestellungen in diesem Gebiet dienen. Ein solches Konzept verlangt eine Spezialisierung,

die im Titel zum Ausdruck kommt: Im Mittelpunkt stehen normale Räume, ihre verschiedenen Charakterisierungen und ihre Beziehungen zu parakompakten Räumen, zu Einbettungen und zu uniformen Räumen. Dabei spielen „normale Überdeckungen" eine zentrale Rolle.

Nach einem propädeutischen ersten Kapitel (eine Einführung in uniforme Räume einschließend) behandeln Kapitel II und III die eben erwähnten Charakterisierungen normaler Räume. Topologische Räume – angesiedelt zwischen normalen und parakompakten Räumen –, die als „collectionwise normal" (gleichmäßig normal?) bezeichnet werden, werden ebenfalls charakterisiert. Sie verhalten sich (Kapitel IV) zur Frage der Erweiterungen von Pseudometriken ungefähr so, wie sich normale Räume zum Problem der Fortsetzung stetiger reellwertiger Funktionen verhalten.

Kapitel V behandelt die Fortsetzbarkeit von Uniformitäten und liefert weitere Charakterisierungen der (gleichmäßig) normalen Räume.

Der Appendix soll den Leser mit einigen Problemen der sich in diesem Gebiet rasch entwickelnden Forschung bekannt machen.

Ein äußerst ausführlicher und wertvoller Literaturnachweis (über 400 Arbeiten) beschließt das Werk.

Frankfurt G. BURDE

Biliński, B., La Vita di Copernico di Bernardino Baldi dell'anno 1588, Roma, Accademia Polacca Delle Scienze, Verlag: Warszawska Drukarnia Naukowa, Warszawa 1972, 109 Seiten, kart.

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Copernicus-Biographie, die der Humanist Bernardino Baldi im Jahre 1588 verfaßte. Zeitgenössische Copernicus-Biographien sind nicht erhalten. Die älteste ausführliche Vita stammt von Gassendi (publiziert 1654); daneben gibt es noch ältere, aber recht kurze Berichte, von denen einer vermutlich von Jan Brożek verfaßt wurde (erst 1627 veröffentlicht). Bei dieser ungünstigen Quellenlage kommt derjenigen Biographie erhöhte Bedeutung zu, die Baldi 1588, also weniger als 50 Jahre nach Copernicus' Tod, verfaßte. Sie ist Bestandteil der *Vite dei matematici*, einer Sammlung von mehreren hundert Mathematiker-Biographien, die der bedeutende italienische Humanist, Mathematiker und Mechaniker in den Jahren 1586–1597 schrieb. Von diesen Viten, die bisher nur teilweise veröffentlicht sind, stellte Baldi noch eine Kurzfassung zusammen, die 1707 unter dem Titel *Cronica dei matematici* erschien.

Während Baldis Copernicus-Biographie in der gekürzten Fassung allgemein bekannt ist, blieb der ausführliche Text bislang fast unbeachtet, da er an versteckter Stelle publiziert wurde: im Anhang zur 2. Auflage von G. Zaccagninis Baldi-Biographie (*La vita e le opere edite e inedite di B. Baldi*, Pistoia 1908). Nachdem Baldis Originalhandschrift, die eine lange Odyssee hinter sich hat (sie gehörte bis 1798 der Familie des Orazio Albani, seit 1857 dem Fürsten Boncompagni, seit 1898 dem römischen Anwalt Luigi Celli und ist seit 1939 im Besitz des Convento Romano dei Padri Rosminiani), im Zusammenhang mit der Turiner Copernicus-Feier im Jahre 1972 von Biliński wiederentdeckt wurde, hat dieser eine sorgfältige Edition von Baldis Copernicus-Biographie veranstaltet und ihre Bedeutung für die Copernicus-Forschung herausgestellt. Eine Ausgabe der vollständigen *Vite dei matematici* ist geplant.

In der vorliegenden Arbeit nimmt der Abdruck der ausführlichen Biographie (auf S. 20–24; 117 Druckzeilen) und von Baldis Kurzfassung (auf S. 29; 12 Druckzeilen) nur einen kurzen Raum ein. Voran geht eine umfangreiche Darstellung von Baldis Leben und Werk und von der Überlieferungsgeschichte seiner Mathematiker-Viten. Es folgt eine sehr sorgfältige Interpretation der Vita, wobei es sich zeigt, daß Baldis Biographie trotz ihrer relativen Kürze einige Einzelheiten enthält, die bislang nicht bekannt waren. So läßt sich jetzt beweisen, daß Copernicus schon während seiner italienischen Studienjahre Paul von Middelburg kennenlernte, und für die Entstehung

des Widmungsbriefes an Papst Paul III., den Copernicus seinem Hauptwerk voranstellte, ergeben sich weitreichende Folgerungen, u. a. die Vermutung, daß der gedruckte Text eine spätere Überarbeitung durch Copernicus ist. Leider verschwendet Biliński Seiten mit dem Versuch, die polnische Nationalität des Copernicus zu beweisen (S. 31 – 34), obwohl inzwischen in der wissenschaftlichen Welt hinreichend bekannt sein sollte, daß es damals keine Nationalität im heutigen Sinne gab. In Wirklichkeit spielt diese Frage für Baldi gar keine Rolle. Er hat überhaupt keine klaren Vorstellungen über die Geographie von Copernicus' Heimat; wie sonst hätte er Varmia (= Ermland) als Hauptstadt von Prussia bezeichnen können? Daß Biliński angesichts dieser Tatsache aus Baldis Erwähnung der angeblich polnischen Ortsform „Toruna" weitreichende Konsequenzen zieht, ist außerordentlich verwunderlich und verträgt sich nicht recht mit dem sonstigen hohen Niveau der Darstellung.

Berlin M. FOLKERTS

Mahoney, M. S., The Mathematical Career of Pierre de Fermat (1601 – 1665), Princeton (N. J.): Princeton University Press 1973, XVIII + 419 S., $ 20.00.

Fermat gilt zu Recht als einer der größten Mathematiker: Die analytische Geometrie, die Technik der Infinitesimalrechnung, die Wahrscheinlichkeitsrechnung und die moderne Zahlentheorie wurden von Fermat allein oder gemeinsam mit anderen begründet bzw. wesentlich gefördert. Trotzdem gibt es bislang noch keine umfangreiche Monographie, die alle Aspekte seines wissenschaftlichen Schaffens berücksichtigt.

Das vorliegende Buch versucht, diese Lücke zu füllen. Dabei beschränkt sich Mahoney nicht darauf, Fermats Leistungen darzustellen, sondern berücksichtigt, daß Fermat wie jeder Mathematiker ein Kind seiner Zeit ist. Erst der historische Kontext ermöglicht es, Fermats Gedanken richtig zu verstehen; andererseits kann eine Darstellung von Fermats Schaffen dazu beitragen, wesentliche Ideen der Mathematik im 17. Jahrhundert aufzuzeigen, in jenem Jahrhundert also, das entscheidend für die Ausbildung der modernen Mathematik geworden ist.

Mahoney gibt in Kapitel 1 einen kurzen Überblick über die Entwicklung der Mathematik bis zur Zeit Fermats und über das Leben dieses Mathematikers. Fermat, der von Haus aus Jurist war, hatte keine Mitarbeiter, und die Richtung seiner Forschung war nur wenig von seinen Zeitgenossen beeinflußt. Trotzdem steht Fermat in der mathematischen Tradition Frankreichs und ist vor allem der Schule F. Vietas verhaftet. Daher hat Mahoney in Kapitel 2 Vietas Ideen herausgearbeitet und Fermats Schaffen in diesen Zusammenhang eingeordnet.

Der Hauptteil des Buches (Kapitel 3 – 6) befaßt sich mit der Analyse von Fermats mathematischen Leistungen. Die Darstellung ist gleichzeitig chronologisch und nach Sachgebieten geordnet. Eine solche Gliederung war möglich, weil Fermat (abgesehen von seinen Arbeiten zur Zahlentheorie) zu verschiedenen Zeiten unterschiedliche Gebiete behandelte: Aus seiner Beschäftigung mit dem griechischen Mathematiker Apollonios entstand Fermats System der analytischen Geometrie (1629 – 1636). Es gipfelte in der *Isagoge*, die kurz vor dem Erscheinen von Descartes' *Géométrie* (1637) abgeschlossen wurde. In den darauffolgenden Jahren (1637 – 1643) beschäftigte sich Fermat hauptsächlich mit seiner Methode der Maxima und Minima und der Tangentenmethode, die er in Auseinandersetzung mit Descartes modifizierte. Etwas später (1643 – 1657) liegen seine Hauptarbeiten zur Integralrechnung. Fermats Parabelquadratur benutzt im Gegensatz zu Archimedes ein- und umbeschriebene Treppenfiguren und ähnelt der Riemannschen Integrationsmethode. Allerdings kam es Fermat nur auf brauchbare Techniken zur Flächenberechnung bestimmter Figuren an; als Entdecker der Integralrechnung kann man ihn nicht bezeichnen. Die Beiträge zur Zahlentheorie schließlich ziehen sich durch sein ganzes Schaffen; der berühmte „Große Fermatsche Satz" ist nur ein besonders bekanntes Problem.

Es kann nicht Aufgabe dieser Besprechung sein, Mahoneys Ansichten und Interpretationen im einzelnen zu schildern und zu prüfen. Auch wenn sich mancher am etwas saloppen Stil stört, auch wenn der eine oder andere Punkt einer kritischen Untersuchung nicht standhalten sollte: Mahoneys Verdienst bleibt es, als erster das Wirken dieses großen und auf vielen Gebieten schöpferisch tätigen Mathematikers ausführlich gewürdigt zu haben.

Berlin M. FOLKERTS

Die Redaktion weist auch auf die interessante Besprechung des obigen Buches von A. Weil hin (Bull. Amer. Math. Soc. **79** (1973) 1138–1149).

Minkowski, H., Briefe an David Hilbert, hrsg. von Rüdenberg, L., Zassenhaus, H., Berlin-Heidelberg-New York: Springer Verlag 1973, 165 S., 43 Abb., geheftet, DM 32,–.

Die enge menschliche und wissenschaftliche Verbundenheit der beiden großen Mathematiker David Hilbert und Hermann Minkowski ist eine historische Tatsache. Neben der (am 1. Mai 1909 in der öffentlichen Sitzung der Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen) gehaltenen „Gedenkrede auf Hermann Minkowski" von Hilbert kann der Wert der vorliegenden Edition, die die Briefe Minkowskis an Hilbert in der Zeit vom 14. 2. 1885 bis zum 14. 5. 1908 zum Abdruck bringt, nicht hoch genug eingeschätzt werden, da sie Minkowski zu Worte kommen läßt. Frau Lily Rüdenberg, die älteste Tochter Minkowskis, schickt der Ausgabe eine „Einleitung: Erinnerungen an H. Minkowski" voraus. Von H. Zassenhaus sind zudem zwei Aufsätze „Zur Vorgeschichte des Zahlberichts" und „Über Friedrich Althoff" aufgenommen. Am Zahlbericht Hilberts (Jber. Deutsch. Math.-Verein. **4**) war ja Minkowski zunächst aktiv beteiligt. Althoff führte im preußischen Kultusministerium die Hochschulabteilung; er schuf in Göttingen 1902 ein neues Ordinariat für Mathematik, eigens um Minkowski dorthin zu berufen.

Der Ausgabe sind viele Bilder von Mathematikern, die in den Briefen Minkowskis Erwähnung finden, beigefügt.

Hamburg W. BENZ

Schrifttum

Buchbesprechungen

Dissertationen in Mathematik an den Hochschulen der Bundesrepublik Deutschland in der Zeit von 1961 bis 1970; eine Bibliographie. Herausgegeben vom Präsidium der Deutschen Mathematiker-Vereinigung; zusammengestellt von P. L. Butzer – E. L. Stark. (Beiheft zum Jahresbericht der Deutschen Mathematiker Vereinigung, 76. Band, 1975). Bezugsquelle: Lehrstuhl A für Mathematik, RWTH Aachen, D 51 Aachen, Templergraben 55. XII + 101 S., DM 10,80

Es werden insgesamt 1131 Dr.-Dissertationen aufgelistet, die in dem im Titel angegebenen Zeitraum von 10 Jahren an 30 Wissenschaftlichen Hochschulen der Bundesrepublik Deutschland angefertigt wurden. Angegeben werden: Hochschule, Name des Doktoranden, Titel der Arbeit, Referenten, Datum (normalerweise: „Tag der mündlichen Prüfung"). Dabei heißt „Dissertation in Mathematik" nach Definition: Der **erste** Referent ist Mathematiker.

Allein schon das Vorwort ist faszinierend zu lesen. Es berichtet u. a. über die Schwierigkeiten, allein die wenigen genannten Daten zu beschaffen: „Eine größere Anzahl [von Dissertationen] war aufgrund fehlender Angaben (Prüfungsdaten, Referenten, Lebenslauf) für die Aufarbeitung der Bibliographie unbrauchbar. Diese Tatsache ist um so erstaunlicher, als durch die Promotionsordnungen aller Hochschulen die formale Gestalt der Dissertation bis ins einzelne festgestellt ist."

Weiter zeigte sich die bestürzende Tatsache, daß Dissertationen selbst neueren Datums – die ja eigentlich jederzeit zur Verfügung stehen sollten – auf normalem Wege häufig nicht verfügbar sind. Noch schlimmer: „13 Dissertationen . . . konnten überhaupt nicht beschafft werden: laut Auskunft der betreffenden Hochschulbibliothek sind diese Dissertationen bibliographisch nicht nachzuweisen, nicht vorhanden, existieren nicht etc.". Die Autoren befürchten daher, daß ihre Bibliographie (trotz der sehr großen darin investierten Mühe) nicht vollständig ist.

Das vorliegende Verzeichnis ist nicht nur für den Historiker, sondern gerade auch für den praktisch in der Forschung tätigen Mathematiker äußerst wertvoll und gehört bei dem geringen Preis mindestens in jede Lehrstuhlbibliothek. An dem Vorhaben, die Bibliothek rückwärts bis 1945 und vorwärts ab 1971 zu ergänzen bzw. fortzuführen, wird laufend gearbeitet. Eine Veröffentlichung hängt allerdings davon ab, ob die DMV, die die gesamten Druckkosten vorfinanzierte, ihre Unkosten durch den Verkauf wieder hereinbekommt.

Freiburg i. Br. K. NICKEL

Kennedy, H., Giuseppe Peano (Beihefte zur Zeitschrift: Elemente der Math., Bd. 14), Basel-Stuttgart: Birkhäuser Verlag 1974, 31 S., 1 Portrait, 1 Faksimile, 31 S., DM 13,–.

Giuseppe Peano gehört zu jenen großen Mathematikern, die um die Jahrhundertwende den modernen mathematischen Stil begründeten. Seine Arbeiten markieren den Wendepunkt von der kritischen Bewegung in der Mathematik des 19. Jahrhunderts, die sich um strenge Beweise und die Beseitigung der begrifflichen Unklarheiten bemühte, zu einer logisch durchgeformten Mathematik mit einem eigenen Zweig der Grundlagenforschung. Peano war als ein Meister des Gegenbeispiels ein hervorragender Vertreter der kritischen Bewegung. Er ging jedoch noch weiter und begann, die Mathematik mit Hilfe einer künstlichen Symbolsprache auf eine einwandfreie logische Grundlage zu stellen. Durch das „Formulaire de Mathématiques"

wurde er zu einem der berühmtesten Vertreter der mathematischen Logik seiner Zeit. Den Abschluß von Peanos wissenschaftlichen Arbeiten bilden seine Bemühungen um eine internationale Hilfssprache. Um die wissenschaftlichen Leistungen Peanos geht es vor allem in der kurzen Biographie, die jetzt in den Beiheften zur Zeitschrift „Elemente der Mathematik" erschienen ist. Die Biographie ist notwendig gedrängt, aber doch recht umfassend. Leider werden die Quellen der Zitate nur ungenau oder gar nicht gegeben, und die Literaturangaben beschränken sich auf einen Verweis auf die Ausgaben der Werke Peanos.

Hamburg H. MEHRTENS

Hermes, H., Einführung in die mathematische Logik (Mathematische Leitfäden), 3. neubearb. u. erweiterte Aufl., Stuttgart: B. G. Teubner Verlag 1972, 206 S., kart., DM 32,– (4. Auflage, 1976, 206 S., kart., DM 34,–).

Die vorliegende 3. Auflage der bewährten Einführung in die mathematische Logik von H. Hermes unterscheidet sich von der ersten Auflage um ein VIII. Kapitel, das eine kurze Darstellung einiger grundlegender Resultate der Metatheorie der Prädikatenlogik enthält, und zwar in stärker modelltheoretischer Fassung, als in der 2. Auflage. Es werden zunächst die Begriffe elementare Äquivalenz und elementare Einbettung von Algebren definiert und ihre wichtigsten Eigenschaften behandelt. Sodann werden der Erfüllbarkeitssatz von A. Robinson, der Interpolationssatz von Craig und die Definierbarkeitssätze von Beth (für Prädikaten- und für Funktionsvariablen) bewiesen. Damit wird dem heute verbreiteten Trend einer Unterordnung der Metamathematik unter allgemeine algebraische Betrachtungsweisen Rechnung getragen, ohne diesem das eigentliche Anliegen des Buches zu opfern, nämlich eine Einführung in die mathematische Logik zu geben.

Greifswald G. ASSER

Steen, S. W. F., Mathematical Logic with special reference to the natural numbers, Cambridge: University Press 1972, XIII + 638 S., $ 45.00, £ 15.00.

In diesem Buch werden schnittfreie Systeme der Aussagenlogik, der Prädikatenlogik und verschiedene schnittfreie formale Systeme der natürlichen Zahlen behandelt, wobei die klammerfreie Notation benutzt wird.

Nach einem einleitenden Kapitel über beliebige formale Systeme wird im 2. Kapitel der Hauptsatz, die Vollständigkeit und Entscheidbarkeit der klassischen Aussagenlogik bewiesen.

Für die Prädikatenlogik, die im 3. Kapitel behandelt wird, wird ebenfalls der Hauptsatz und der Vollständigkeitssatz bewiesen und es werden 3 Fragmente angegeben, die entscheidbar sind. Dann werden die semantischen Tafeln von Hintikka und Beth erwähnt, mit deren Hilfe man in vielen Fällen ein Modell für die Negation einer Formel finden kann, die nicht herleitbar ist. Als weitere Anwendung der semantischen Tafeln wird der Interpolationssatz angeführt, den man aber unmittelbar durch Herleitungsinduktion im schnittfreien System erhält. Am Ende des 3. Kapitels wird eine Mengenlehre im Rahmen von Zermelo-Fränkel aufgebaut und es wird der Begriff des Boolesch-wertigen Modells skizziert. Die damit erhaltenen Unabhängigkeitsbeweise werden erwähnt, es werden aber keine Beweise gegeben.

In den Kapiteln 4 bis 9 werden folgende Teilsysteme der Arithmetik untersucht.

1. Die aussagenlogische Arithmetik A_{00}, in der alle primitiv rekursiven Funktionen definierbar sind und die vollständig und entscheidbar ist.
2. Die Arithmetik A_0, die aus A_{00} durch Hinzunahme des Quantors $\exists$ entsteht und die vollständig und unentscheidbar ist.

3. Die Arithmetik A, die aus A_0 durch Hinzunahme des Quantors $\forall$ entsteht und die unvollständig und unentscheidbar ist.

In Kapitel 10 wird die Arithmetik A_I behandelt und ihre Unvollständigkeit und ihre Konsistenz bewiesen. A_I entsteht aus A_0, wenn man den Quantor $\forall$ durch die ω-Regel der unendlichen Induktion einführt. Danach wird A_I zur Theorie endlicher Typen erweitert.

Zum Schluß wird angegeben, wie man Nonstandardmodelle der Zahlentheorie und ihrer Erweiterungen erhält.

Am Ende von jedem Kapitel findet man Aufgaben, Beispiele und Hinweise auf die historische Entwicklung des im Kapitel behandelten Themas.

München H. OSSWALD

Kochendörffer, R., Einführung in die Algebra (Hochschulbücher für Math., Bd. 18), Berlin: VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften 1973, 353 S., DM 32,–.

Gegenüber den früher (in Jber. Deutsch. Math.-Verein. **59**, S. 83 und **66**, S. 11) besprochenen Auflagen hat sich diese Auflage in mehreren Punkten geändert. Ein Kapitel über geordnete Körper und eins über Verbände sind eingefügt worden. Außer Umstellungen in der Kapiteleinteilung sind auch stoffliche Änderungen festzustellen, so sind etwa jetzt die Sylowsätze behandelt. Besondere Beachtung verdient jedoch die Tatsache, daß jetzt am Ende eines jeden Kapitels viele Aufgaben angegeben sind. Dadurch ist das Buch von viel größerem Nutzen für das Selbststudium geworden, weil der Leser sich immer wieder prüfen kann.

Würzburg H. HEINEKEN

Bruck, R. H., A Survey of Binary Systems (Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, Bd. 20), 3. korrigierte Auflage, Berlin-Heidelberg-New York: Springer Verlag 1971, IX + 186 S., gebd., DM 46,–.

The main subject of this book "A survey of binary systems" are quasigroups. By "quasigroup" is understood a set $Q = \{a,b,\ldots\}$ with a binary operation $a \cdot b = c$ such that the equations $a \cdot x = b$ and $y \cdot a = b$ have an unique solution for every $a, b \in Q$. Non mathematically speaking a quasigroup is a group without the associativity law. Since R. Moufang has discovered that quasigroups play an important role in geometry, the study of quasigroups began to develop intensively, and as a result of these investigations we have the excellent book of R. H. Bruck.

The considered book is mostly dedicated to loops i.e. quasigroups with identity element. The first two chapters are dedicated to the general theory of groupoids, including semigroups. In the third chapter a survey of the theory is given, in particular some properties of isotopy are discussed. The next three chapters are dedicated to loops namely: homomorphisms of loops, Lagrange's theorem for loops and theory of nilpotency for loops.

The last two chapters are dealing with Moufang loops. In these last two chapters the most important and deepest results are introduced. The wellknown Moufang theorem (every three elements a, b, c connected by the associativity law $(ab)c = a(bc)$ generate an associative subloop i.e. a group) is not only a reproduction of Moufang's proof but is proved in an original way. Also the interesting theorem on central nilpotency of commutative Moufang loops of Bruck and Slaby is proved.

A rich bibliography is given at the end of the book. R. Bruck's book "A survey of binary systems" is a book for everyone who is interested in the theory of quasigroups and the theory of nonassociative systems. The author himself has found many important results of this theory. It is a well written book, nevertheless a little bit concise.

There are some misprints first of all in the first chapter which could be easily corrected. This book makes a good propaganda for new ideas in modern algebra.

Kišinev, UdSSR V. BELOUSOV

Beals, R., Advanced Mathematical Analysis (Graduate Texts in Math., Bd. 12), Berlin-Heidelberg-New York: Springer Verlag 1973, 230 S., kart. DM 21,10.

Das vorliegende Buch ist aus dem Wunsch entstanden, „höhere" Analysis in einer Form zu präsentieren, die sowohl den Studenten der Mathematik als auch den Physik- und Ingenieurstudenten anspricht. Dabei sollen klassische Probleme der Analysis behandelt werden, und zwar von einem modernen Standpunkt aus. Hierbei soll jedoch nicht eine abstrakte Theorie mit all ihren Feinheiten präsentiert werden, in deren Rahmen das ursprüngliche Problem eine einfache Übungsaufgabe darstellt, sondern die Abstraktion soll nur soweit getrieben werden, wie dies für das Herausstellen der grundlegenden Ideen notwendig ist.

Naturgemäß kann eine derartige Darstellung nur wenige solcher Probleme ausführlich behandeln. Im vorliegenden Fall handelt es sich insbesondere um die elementare Theorie der Fourierreihen, welche in den Rahmen der elementaren Hilbertraumtheorie eingeordnet wird. Da der Verfasser offensichtlich davon ausgeht, daß der Lebesguesche Integralbegriff nicht zur Verfügung steht, wählt er den Zugang über die periodischen Distributionen. Das heißt, $L_2[0,2\pi]$ wird als Unterraum des Raumes der periodischen Distributionen auf $\mathbb{R}$ aufgefaßt. Dies führt zu einer Diskussion der elementaren Hilbertraumtheorie und der Theorie der Orthonormalentwicklungen.

In den Augen des Referenten ist dieser Zugang nicht sehr natürlich, und es fällt schwer, die Einführung der periodischen Distributionen hinreichend zu motivieren (was in dem Buch überhaupt nicht getan wird). Es scheint weit natürlicher, von Anfang an Wert darauf zu legen, daß der Lebesguesche Integralbegriff frühzeitig, d. h. in den Anfängervorlesungen, eingeführt wird. Dann kann der Raum $L_2[0,2\pi]$ in der herkömmlichen Weise als Hilbertraum erkannt werden. Das Heranziehen der periodischen Distributionen dürfte für den Anfänger auch nicht viel aufschlußreicher sein als die Einführung von $L_2[0,2\pi]$ über die Vervollständigung von $C[0,2\pi]$.

Das Buch ist in sieben Kapitel eingeteilt. Hierbei werden in Kapitel 1 und Kapitel 2 die Grundbegriffe der Analysis eingeführt, d. h. Konvergenz von Zahlen- und Funktionenfolgen, metrische Räume, Stetigkeit in metrischen Räumen, Differenzierbarkeit und das Riemannsche Integral. In Kapitel 3 werden periodische Funktionen und periodische Distributionen betrachtet sowie die üblichen Operationen wie z. B. Faltung und Regularisierung. Kapitel 4 enthält die elementare Hilbertraumtheorie. Kapitel 5 behandelt die einfachsten Anwendungen der Theorie der Fourierreihen auf die Lösung der Wellen- und der Wärmeleitungsgleichung in einer Ortsvariablen sowie auf die Laplacegleichung in kreisförmigem Grundgebiet.

Kapitel 6 enthält die Grundtatsachen aus der Theorie der holomorphen Funktionen einer Variablen (z. B. Cauchysche Integralformel und Laurentreihen). Das letzte Kapitel schließlich greift wieder die Theorie der Distributionen auf. Diesmal im Zusammenhang mit der Theorie der Laplacetransformationen, wobei Anwendungen auf lineare gewöhnliche Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten aufgezeigt werden.

Über die Hälfte des Stoffes dieses Buches wird wohl an allen deutschen Hochschulen in der Anfängervorlesung über Analysis angeboten. Von daher ist (für deutsche Verhältnisse) der Titel „Advanced Mathematical Analysis" irreführend. Die Kapitel über periodische Distributionen, Hilberträume und Fourierreihen eignen sich gut als Grundlage für ein Proseminar und natürlich als „Kontrastlektüre" zu den üblichen Darstellungen. Es ist dagegen zu bezweifeln, daß es dem Autor gelungen ist, die Kluft zwischen den Mathematikern und Physikern bzw. Ingenieuren zu überbrücken. Das Buch ist (sorgfältig und mathematisch exakt) von einem Mathematiker

für Mathematiker geschrieben. Der einzige Hinweis darauf, daß die Analysis auch Anwendungen außerhalb der Mathematik besitzt, ist in einer „Ableitung" der Wärmeleitungsgleichung zu finden, wofür, bei einem Gesamtumfang von 230 Seiten, eine halbe Seite verwendet wird.

Bochum H. AMANN

Igusa, J. I., Theta Functions (Grundlehren der math. Wiss., Bd. 194), Berlin-Heidelberg-New York: Springer Verlag 1971, X + 232 S., gebd., DM 64,–.

Die Theorie der Thetafunktionen hat eine lange und umfangreiche Geschichte. Mit ihren mannigfachen Beziehungen zu fast allen mathematischen Disziplinen bildet diese Theorie eines der reizvollsten Gebiete der klassischen Mathematik, die immer wieder, in jeder Mathematikergeneration, in den Blickpunkt des Interesses tritt. Heutzutage wird die Bedeutung der Thetafunktionen meist im Hinblick auf die abelschen Mannigfaltigkeiten gesehen, welch letztere als natürliche Objekte der mathematischen Untersuchung betrachtet werden; die Thetafunktionen dienen dann zu ihrer Uniformisierung.

Das vorliegende Buch, geschrieben von einem der besten heutigen Kenner der Materie, beschäftigt sich mit dem analytisch-algebraischen Aspekt (in Charakteristik 0) der Theorie der Thetafunktionen. Es setzt sich zum Ziel, insbesondere diejenigen Resultate darzustellen, die in den letzten 2 Jahrzehnten gewonnen worden sind, und die nicht aus dem Rahmen einer einführenden Darstellung fallen. Es enthält die „klassische" Theorie der Thetafunktionen und ihrer Charakteristiken, in Beziehung zu den positiven Divisoren der komplexen Tori, oder auch der (polarisierten) abelschen Mannigfaltigkeiten, für welche die Thetafunktionen projektive Einbettungen liefern. Das Buch enthält ferner die neueren Resultate von Mumford über die Herstellung expliziter quadratischer Gleichungen, welche eine abelsche Mannigfaltigkeit definieren. Schließlich, und das ist offenbar das Hauptziel des Buches, werden die Theta-Konstanten benutzt, um eine projektive Einbettung der Quotientenmannigfaltigkeit der Siegelschen oberen Halbebene nach einer Modulgruppe zu gewinnen; die sog. Standard-Kompaktifizierung dieser Mannigfaltigkeit kann dann beschrieben werden als der normale Abschluß im projektiven Raum bei dieser Einbettung (vgl. Igusa, Amer. J. Math. **86** (1964) und **88** (1966)).

Es handelt sich um die bislang einzige zusammenhängende Darstellung dieser bisher nur verstreut zugänglichen Resultate, an deren Gewinnung der Autor selbst entscheidend mitgewirkt hat. Das Buch stellt eine wesentliche Bereicherung der Literatur über Thetafunktionen dar.

Der Verfasser hat sich bemüht, so zu schreiben, daß sein Buch von einem „good second year graduate student" in relativ kurzer Zeit gelesen werden kann. Wie gut ein solcher Student sein muß, sei dahingestellt; wahrscheinlich ist es für den Lernenden empfehlenswert, zunächst andere einführende Texte zur Hand zu nehmen, um dann die ziemlich knappe, aber ideenreiche Darstellung dieses Buches besser würdigen zu können. Sicher ist, daß der Leser nach der Lektüre des Buches in der Lage sein wird, weitergehende Literatur über Thetafunktionen in Angriff zu nehmen, insbesondere im Hinblick auf zahlentheoretische Anwendungen und auf die Theorie der sog. Modulmannigfaltigkeiten.

Heidelberg P. ROQUETTE

Mizohata, S., The Theory of Partial Differential Equations, Cambridge: Cambridge University Press 1973, 502 S., £ 12.50.

Das vorliegende Buch behandelt das Gesamtgebiet der partiellen Differentialgleichungen, d. h. die drei Haupttypen: elliptische, parabolische und hyperbolische

Differentialgleichungen. Wie dies durch den letzten Gleichungstyp nahegelegt wird, nimmt der Autor den Standpunkt der Hilbertraummethoden ein; anders wäre ein derartiges Vorhaben auch kaum in einem Lehrbuch vertretbaren Umfangs zu verwirklichen.

Nach zwei einführenden Kapiteln über Fourier-Reihen, Fourier-Transformation, Distributionen und Fundamentallösungen für elliptische Operatoren mit konstanten Koeffizienten werden Randwertprobleme für elliptische Differentialoperatoren behandelt. Zunächst wird das Dirichletproblem, dann das Randwertproblem dritter Art im schwachen Sinn für elliptische Operatoren zweiter Ordnung betrachtet und an Hand dieser Aufgabe die Entwicklung vollstetiger symmetrischer Operatoren nach Eigenfunktionen sowie die Fredholmsche Alternative entwickelt. Anschließend werden Sätze über die Regularität im Inneren und am Rande der Lösungen hergeleitet.

Das nächste Kapitel ist den Anfangswertproblemen gewidmet. Nach dem Studium der Sätze von Cauchy-Kowalewski und Holmgren wird das Cauchy-Problem für elliptische Operatoren und die Frage der stetigen Abhängigkeit von den Anfangswerten behandelt. Im Anschluß daran beschäftigt sich der Autor mit hyperbolischen Gleichungen, insbesondere der Wellengleichung. Es folgt eine kurze systematische Behandlung von Evolutionsgleichungen, Halbgruppen und parabolischen Gleichungen, d. h. analytischen Halbgruppen.

Danach kehrt der Autor wieder zu hyperbolischen Differentialgleichungen zurück. Ausführlich werden hyperbolische Systeme und Wellengleichungen betrachtet. Als Neuheit in einem Lehrbuch dieser Art beschäftigt sich der Autor auch mit semilinearen hyperbolischen Gleichungen, die in letzter Zeit verstärkt Gegenstand der Forschung geworden sind.

Das letzte Kapitel gehört dann wieder mehr zum Gebiet der elliptischen Differentialgleichungen. Der Autor beschäftigt sich mit der Greenschen Funktion für $\Delta - \lambda$, der Schwingungsgleichung und dem Spektrum von Schrödingeroperatoren.

Das Buch zeigt in hervorragender Weise das Wechselspiel von konkreten analytischen und mehr abstrakten funktionalanalytischen Methoden, das zur erfolgreichen Behandlung partieller Differentialgleichungen erforderlich ist. Insbesondere wird deutlich, wie bestimmte Gegenstände der Funktionalanalysis in die Anwendungen eingehen, d. h., warum gerade diesen Fragen der Funktionalanalysis in der Entwicklung dieser Disziplin besondere Aufmerksamkeit geschenkt worden ist. Beispielsweise ist die Tatsache, daß gewisse Sobolevräume gegen Multiplikation abgeschlossen sind, isoliert gesehen nicht mehr als eine interessante Randbemerkung, jedoch im Rahmen der nichtlinearen hyperbolischen Differentialgleichungen – wie hier dargestellt – von großer Bedeutung. Die Stoffauswahl unterscheidet sich stark von vielen anderen Lehrbüchern, da auch Gegenstände jüngerer Forschung aufgenommen sind, die sonst weniger stark vertreten sind. Als Beispiel seien Fragen des Spektrums bei Schrödinger-Operatoren und die Behandlung nichtlinearer hyperbolischer Gleichungen genannt. Es handelt sich um ein Buch, das zum Gebrauch für Vorlesungen und zum Selbststudium sehr geeignet ist. Das Literaturverzeichnis ist zwar reichhaltig, doch wäre eine Ergänzung seit dem Erscheinen der japanischen Ausgabe zu begrüßen.

Bochum W. v. Wahl

Antosik, P., Mikusinski, J., Sikorski, R., Theory of Distributions, The Sequential Approach (Series in Applied Mathematics and Mechanics, Bd. 16), Amsterdam-New York: Elsevier; Warschau: PWN 1973, etwa 290 S., Hfl. 50.–.

In diesem Buch wird die Distributionstheorie elementar entwickelt, d. h. möglichst ohne Zuhilfenahme der Funktionalanalysis. Distributionen werden hier als Äquivalenzklassen von Folgen stetiger Funktionen aufgefaßt (sequentiell approach), und anhand dieser Folgen werden die Distributionsoperationen definiert.

Der erste Teil behandelt Distributionen einer Variablen; man findet hier, außer den elementaren linearen Operationen, die Ableitung und das Integral einer Distribution, lokale Eigenschaften, den Wert einer Distribution, periodische Distributionen und Distributionen unendlicher Ordnung.

Der zweite Teil befaßt sich mit Distributionen mehrerer Variablen. Es werden wieder lineare Operationen entwickelt, lokale Eigenschaften behandelt und auch die Substitution definiert.

Während die beiden ersten Teile schon früher publiziert wurden (The Elementary Theory of Distributions, Warschau 1957 und 1961) ist der dritte Teil dieses Buches neu, man findet hier: reguläre Sequenzen, die Convolution zweier Distributionen, den Hilbertraum L^2 und temperierte Distributionen, die Fouriertransformation und Hermitesche Entwicklung, Köthesche Stufenräume und die Äquivalenz von starker und schwacher (Folgen-)Konvergenz. Auch werden Distributionen als Funktionale behandelt sowie die Hilberttransformation und einige ihrer Anwendungen. Ein Index und eine ausführliche Bibliographie der sequentiellen Theorie schließen das Buch ab.

Kiel J. WLOKA

Böhmer, K., Meinardus, G., Schempp, W. (Hrsg.), Spline-Funktionen. Vorträge und Aufsätze, Mannheim-Wien-Zürich: Bibliographisches Institut 1974. 415 S., kart., DM 36,–.

Ende April 1973 fand die erste Oberwolfach-Tagung über Spline-Funktionen statt. Die meisten der Arbeiten, über die dabei vorgetragen worden ist, sind in dem von den Tagungsleitern herausgegebenen Band zusammengestellt. Es handelt sich dabei u. a. um Beiträge zur Theorie von Spline-Systemen, zur Darstellung und Konstruktion von Polynom-Splines (insbesondere mit funktionentheoretischen Hilfsmitteln), über Anwendungen von Splines (z. B. auf die Richardson-Extrapolation), über Tschebyscheff-Approximationen mit nichtlinearen Spline-Ansätzen (bei festen Knoten) und mit Splines mit freien Knoten, sowie zu Jackson-Bernstein-Aussagen für Polynom-Splines. Die Beiträge stammen von folgenden Autoren: K. Böhmer, F.-J. Delvos und G. Malinka, F.-J. Delvos und K.-H. Schlosser, H. Engels, W. Haussmann und H. J. Münch, G. Heindl, H. Hilgers und H. L. Loeb, K. Jetter, G. Meinardus, G. Meinardus und G. Merz, H. ter Morsche, A. Sard, R. Schaback, E. Scheffold, W. Schempp, K. Scherer und H. Werner. Schließlich enthält der Band eine von P. L. J. van Rooij und F. Schurer erstellte Bibliographie, in der über 800 vor dem 1. 1. 1973 erschienene Arbeiten samt Hinweisen auf Referate aufgeführt sind.

Hamburg C. GEIGER

Golubitsky, M., Guillemin, V., Stable Mappings and Their Singularities (Graduate Texts in Math., Bd. 14), Berlin-Heidelberg-New York: Springer Verlag 1973, X + 211 S., soft cover, DM 21,10.

Für lange Zeit konnte es scheinen, als gäbe es in der lokalen Theorie differenzierbarer Abbildungen als wesentliches Ergebnis nur den Satz über die inverse Funktion; sonst sei hier wie bei stetigen Abbildungen jede Pathologie möglich. Ein Umdenken kündigte sich in einer klassischen Arbeit von Whitney über die Abbildungen zwischen Flächen an, und durch die Ideen von Thom und Arbeiten insbesondere von Malgrange und Mather existiert heute ein Ansatz zu einer Theorie des lokalen Verhaltens differenzierbarer Funktionen. Manches hier entdeckte Ergebnis beantwortet so einfache Fragen und ist so elegant zu beweisen, daß es sicher bald zur mathematischen Allgemeinbildung gehören wird: Wann ist eine Funktion bis auf Transformation lokal durch ihr Taylorpolynom endlicher Ordnung festgelegt? – um ein Beispiel zu nennen.

Ein grundlegender Gesichtspunkt, durch den das Pathologische beseitigt wird, ist der des generischen Zustandes und der Stabilität (Invarianz gegenüber kleiner Störung).

Das vorliegende Buch hat das Verdienst, die erste allgemein zugängliche Einführung in dieses Gebiet zu sein. Es setzt nur die jedem Mathematiker gegenwärtigen Grundkenntnisse der Analysis und Algebra voraus. Im 1. Kapitel wird das Nötige über differenzierbare Mannigfaltigkeiten erklärt; im 2. Kapitel der Satz von Sard und daraus der Transversalitätssatz in der Version von Mather (Multijettransversalität), aus dem alle Argumente der allgemeinen Lage hervorgehen, wie der Einbettungssatz von Whitney, Approximationen durch Morsefunktionen, Boardman-Thom-Singularitäten usw. Die hier angestrebte Allgemeinheit hat für den Anfänger den Nachteil, daß er sich mit viel Technischem belasten und dabei auch manche Ungenauigkeit ausbügeln muß. Andererseits hat man hier eine gute Referenz.

Es folgen erste Anwendungen auf die Beschreibung stabiler Abbildungen. Das wichtigste Hilfsmittel ist jedoch der in Kapitel 4 erklärte und bewiesene Vorbereitungssatz von Malgrange mit Nirenbergs Beweis. Als Anwendung findet man im folgenden viel explizites Material, darunter natürlich insbesondere das klassische Ergebnis von Whitney über Abbildungen zwischen Flächen.

Die Theorie der Entfaltungen (Deformationen) von Singularitäten wird nicht behandelt.

Wenn dieses Buch auch als Einführung mit eher Technischem ziemlich beladen ist, so sollte es doch bei jedem Mathematiker Interesse finden: Es gehört zu den wenigen wirklich hilfreichen und wichtigen neu erschienenen Lehrbüchern.

Regensburg TH. BRÖCKER

Du Val, P., Elliptic Functions and Elliptic Curves (London Math. Soc. Lect. Note Ser. 9), London: Cambridge University Press 1973, 260 S., gebd., £ 3.30.

Das vorliegende Buch ist entstanden aus Vorlesungen des Verfassers am University College in London. Zumeist handelte es sich dabei um einen „optional undergraduate course"; demgemäß wurden die Voraussetzungen aus der komplexen Analysis auf ein Minimum beschränkt. In der Tat handelt es sich hauptsächlich um eine Darstellung der sog. Weierstraßschen Theorie der elliptischen Funktionen; diese ist weitgehend algebraischer Natur und benötigt keine tieferen Hilfsmittel aus der analytisch-geometrischen Funktionentheorie. Inhaltlich entspricht das Buch im wesentlichen den Vorlesungen von Weierstraß, so daß darüber hier nicht im einzelnen berichtet zu werden braucht. Die Darstellung ist klar und enthusiastisch; der Autor hat sich bemüht, jeden Aspekt der Theorie zu beleuchten, auch wenn er auf Einzelheiten nicht weiter eingehen konnte. Erwähnenswert sind die historischen Bemerkungen, sowie ausführliche bibliographische Angaben aus dem 19. Jahrhundert. In den letzten 3 Kapiteln finden sich Anwendungen der elliptischen Funktionen auf die Geometrie der kubischen Kurven und der algebraischen Kurven 4. Grades.

Im Rahmen unseres Hochschulunterrichts kann dieses hübsche Buch als Ergänzung zu den klassischen Texten empfohlen werden. Besonders diejenigen Studenten, die die Theorie der elliptischen Funktionen und Kurven nur von der abstrakten Seite kennengelernt haben, werden mit Gewinn die detaillierten Diskussionen expliziter Funktionen und ihrer Relationen zur Kenntnis nehmen.

Heidelberg P. ROQUETTE

Pflaumann, E., Unger, H., Funktionalanalysis I, II, Mannheim-Wien-Zürich: Bibliographisches Institut 1974, Bd. I: 240 S., kart., DM 16,–. Bd. II: 338 S., kart., DM 24,–.

Das Bibliographische Institut hat den bereits 1968 als Taschenbuch erschienenen ersten Band im (teureren) Wissenschaftsverlag nahezu unverändert neu aufgelegt und

kurz danach dort auch den zweiten Band herausgebracht. Ein (im Vorwort des ersten Teils) vorgesehener dritter Teil wird nicht mehr erscheinen – die dafür vorgesehenen Themen Fixpunkttheorie und Approximationstheorie sollen anderweitig einzeln behandelt werden.

Die Verfasser starten mit topologischen, uniformen, metrischen und Vektorräumen (einschließlich des Hahn-Banachschen Satzes in seiner analytischen Form) und einfachen Eigenschaften topologisch linearer, lokalkonvexer, normierter und Hilberträume. Der Satz von Mil'man über die Reflexivität uniform konvexer Räume wird bewiesen, $L^p[a,b]$ und $C_n[a,b]$ sowie deren Dualräume vorgestellt, eine Schauderbasis von $C_0[a,b]$ konstruiert und die isometrische Universalität von $C_0[a,b]$ für alle separablen normierten Räume hergeleitet. Der erste Band schließt mit der Einführung Schwartzscher Distributionen und der Sobolev-Räume, die jedoch im weiteren nicht mehr benötigt werden. Der zweite Band beginnt mit uniformen Strukturen auf Abbildungsräumen, präsentiert dann den Graphensatz (in Fréchet-Räumen), den Satz von Banach-Steinhaus, sowie kurz Differentation und Integration mit Werten in normierten Räumen.

Der Rest – und Hauptteil – ist der Spektraltheorie linearer Operatoren gewidmet. Den Inhalt und Standpunkt dieser inhaltsreichen Kapitel umreißen etwa die Begriffe: Banachalgebren, Gelfand-Darstellung und damit stetiger Funktionalkalkül mit Spektralmaßen für Operatoren im Hilbertraum, andererseits holomorpher Funktionalkalkül mit dem Dunford-Integral, Caley-Transformierte. Die Fredholmschen Sätze für kompakte Operatoren werden mit der Pietschschen „Operatorenverwandtschaft" vom Banachraumfall auf den lokalkonvexen Fall übertragen. Ein Paragraph behandelt ergänzend Operatoren vom Typ l^p (also insbesondere Hilbert-Schmidtsche und nukleare Operatoren zwischen Hilberträumen), ein weiterer beschäftigt sich mit positiven Operatoren auf halbgeordneten Banachräumen und dem Satz von Krein-Rutman. Randwertaufgaben gewöhnlicher Differentialoperatoren, aufgefaßt als abgeschlossene Operatoren in L^p und später in L^2, bilden den Abschluß dieser beiden Bände.

Kiel K. FLORET

Narici, L., Beckenstein, E., Bachmann, G., Functional Analysis and Valuation Theory (Pure and Applied Mathematik, Vol. 5), New York: Marcel Dekker 1971, VI + 192 S., gebd., $ 14.50.

In der vorliegenden Monographie entwickeln die Autoren die Funktionalanalysis normierter Räume und Algebren über nichtarchimedisch bewerteten Koeffizientenkörpern, insbesondere bei nichtarchimedischer Norm. Hier gilt statt der Dreiecksungleichung einschränkender

$$\|x + y\| \leq \operatorname{Sup}\{\|x\|, \|y\|\} .$$

Wesentliche Teile des Buches entstammen eigenen Untersuchungen der Verfasser. Auf die Projektionstheorie, Integrationstheorie und Funktionentheorie über nichtarchimedisch bewerteten Körpern wird nicht eingegangen. Das erste Kapitel des Büchleins enthält die wichtigsten topologischen Folgerungen aus der nichtarchimedischen Bewertung, das zweite Kapitel über Vollständigkeit die neuen Definitionen der Pseudokonvergenz und sphärischen Vollständigkeit. Diese die klassischen einschränkenden Begriffe erweisen sich bei den Anwendungen des dritten Kapitels über normierte lineare Räume als wichtig, in welchem u. a. die Theoreme von Hahn-Banach und Banach-Steinhaus sowie die Rieß-Schaudersche Theorie auf nichtarchimedisch normierte lineare Räume übertragen werden. Das letzte Kapitel über normierte Algebren enthält u. a. die Topologisierung maximaler Ideale, eine Übertragung des Mazur-Gelfandschen Theorems und das Theorem von Stone-

Weierstraß im nichtarchimedischen Fall. Zahlreiche Übungsaufgaben ergänzen den Stoff in nützlicher Weise.

Die Monographie wendet sich an akademische Lehrer und Studierende höherer Semester und ist ein sehr wertvoller Beitrag zur modernen Forschungsliteratur.

Leipzig H. BECKERT

Klein, F., Gesammelte mathematische Werke in 3 Bänden, hrsg. von Fricke, R., Ostrowski, A., Berlin-Heidelberg-New York: Springer Verlag 1973; Tokio: Nagai Publications Ltd. 1973, Reprint der Erstauflagen Berlin 1921 – 1923, XXX + 2136 S., 1 Bildnis, 323 Abb., gebd.. DM 210,–,

Der erste Band der nun im Nachdruck erneut vorgelegten Gesammelten mathematischen Abhandlungen von Felix Klein enthält Arbeiten von Klein über Liniengeometrie, Grundlegung der Geometrie und zum Erlanger Programm. Dieser Band wurde seinerzeit (1921) von R. Fricke und A. Ostrowski herausgegeben. Im zweiten Band (1922 herausgegeben von R. Fricke und H. Vermeil) finden wir Arbeiten über Anschauliche Geometrie, Substitutionsgruppen und Gleichungstheorie und solche zur Mathematischen Physik. Der dritte Band schließlich (1923 herausgegeben von R. Fricke, H. Vermeil und E. Bessel-Hagen) umfaßt die Kleinschen Arbeiten über Elliptische Funktionen, insbesondere Modulfunktionen, Hyperelliptische und Abelsche Funktionen, Riemannsche Funktionentheorie und Automorphe Funktionen. Im dritten Band finden wir im Anhang mehrere Verzeichnisse, so Angaben über die Vorlesungstätigkeit F. Kleins bis Ostern 1923, so eine Liste der bei F. Klein bearbeiteten Dissertationen, eine Liste der Assistenten F. Kleins und außerdem ein chronologisch geordnetes Schriftenverzeichnis. Es ist ohne Zweifel ein Verdienst des Verlags, sich zu einem Nachdruck dieser 3 Bände entschlossen zu haben. Bedauerlich findet es der Referent allerdings, daß nicht doch 50 Jahre nach der Erstausgabe der Gesammelten Abhandlungen Kleins einige zusätzliche Anmerkungen (seien es solche historischer oder sachlicher Art) mit aufgenommen werden konnten, die an vielen Stellen möglich und für heutige Benutzer nützlich gewesen wären. Der Referent erinnert sich an interessante Erzählungen Alexander Ostrowskis über seine Zusammenarbeit mit Felix Klein. Es wäre schade, wenn solche charakteristischen (wenn auch) Einzelheiten untergehen sollten.

Hamburg W. BENZ

Robertson, A. P., Robertson, W., Topological Vector Spaces (Cambridge Tracts in Math., Bd. 53), Cambridge: Cambridge University Press 1973 (2. Auflage), 180 S., £ 2.90.

Dieses sehr elegante, einführende Buch über topologische Vektorräume hat seit seiner 1. Auflage vom Jahre 1964 viele Freunde gewonnen und ist inzwischen wohlbekannt. Es behandelt die Grundlagen der Theorie, vor allem aber der lokalkonvexen Räume; hierin sind auch eine kurze Diskussion von bilinearen Abbildungen, Tensorprodukten und der Rieszschen Theorie kompakter linearer Abbildungen enthalten. Die vorliegende 2. Auflage unterscheidet sich von der ersten lediglich durch einen Anhang, der die von de Wilde (1967) stammende Fassung des Satzes vom abgeschlossenen Graphen behandelt.

Als Einführung in das Gebiet kann dieses kleine Buch vorbehaltlos empfohlen werden.

Tübingen H. H. SCHAEFER

Walker, R. C., The Stone-Čech Compactification (Ergebnisse der Math. und ihrer Grenzgebiete, Bd. 83), Berlin-Heidelberg-New York: Springer Verlag 1974, X + 332 S., cloth, DM 74,–.

Es mag erstaunen, daß sich ein Ergebnisbericht auf die Stone-Čech-Kompaktifizierung konzentriert und nicht Kompaktifizierungen im allgemeinen zum Thema hat. Aber mit einem Literaturverzeichnis von 432 Titeln, in dem noch nicht einmal alle Arbeiten über die Stone-Čech-Kompaktifizierung aufgeführt sind, erreicht das Buch bei seinem beschränkten Inhalt schon einen Umfang von 332 Seiten.

Kap. 1 enthält auf 42 Seiten die verschiedenen Beschreibungen von βX als Unterraum eines Würfels I^F und als Raum der maximalen Ideale von $C^*(X)$ oder der Ultrafilter im Verband der Nullstellenmengen, sowie die Analogie zur Reellkompaktifizierung υX. Auf die Beziehungen zu Uniformitäten wird nicht näher eingegangen. Es folgt ein Kapitel von 27 Seiten über Boole-Algebren, ihre Dualität zu kompakten, nulldimensionalen Räumen und ihre Vervollständigung, sowie Katětovs Beispiel eines starren Booleschen Raumes. Das dritte Kapitel (25 Seiten) behandelt einfachere Eigenschaften von $\beta\mathbb{N}$ und $\mathbb{N}^* = \beta\mathbb{N}\backslash\mathbb{N}$, wie Mächtigkeit von G_δ-Mengen, die Transitivität von $\mathrm{Aut}\,\beta\mathbb{N}$ auf den randlosen Mengen von $\mathbb{N}^*$, Typen von Ultrafiltern ($\mathrm{Aut}\,\mathbb{N}^*$ hat $2^{\aleph}$ Bahnen).

Das 25 Seiten lange 4. Kapitel ist der Inhomogenität des Wuchses $X^* = \beta X\backslash X$ eines nicht pseudokompakten Raumes X gewidmet. Jeder vollständig reguläre Raum läßt sich jedoch als Wuchs darstellen. Das Kapitel endet mit einem Abschnitt über die Fernpunkte von X^* (Punkte, die nicht im Abschluß eines diskreten Unterraumes von X liegen), insbesondere im Fall von $\mathbb{R}$. Kapitel 5 ist mit 16 Seiten das kürzeste; es enthält Sätze über die Mächtigkeit von Familien paarweise fremder offener Mengen und die Mächtigkeit dichter Unterräume, insbesondere ist $\mathbb{Q}^*$ im Gegensatz zu $\mathbb{N}^*$ und $\mathbb{R}^*$ separabel. Kapitel 6 behandelt auf 24 Seiten Retraktionen $\beta X \to X$ und stetige Abbildungen von X^*. Hier wird auch die Existenz einer Kompaktifizierung von $\mathbb{N}$ bewiesen, deren Wuchs zu $\omega_1 + 1$ homöomorph ist. Das 7. Kapitel (27 Seiten) bringt feinere Sätze über die Typen von Punkten in $\beta\mathbb{N}$, die zum Teil auf Martins Axiom beruhen. Gilt die Kontinuumshypothese, so ist $\mathbb{N}^*\backslash\{p\}$ für keinen Punkt normal. Die Beziehungen zwischen $\beta(\Pi_\alpha X_\alpha)$ und $\Pi_\alpha(\beta X_\alpha)$ bilden das Thema des 33 Seiten umfassenden Kapitels 8. Die Gleichheit der beiden genannten Räume ist äquivalent mit der Pseudokompaktheit von $\Pi_\alpha X_\alpha$. Hier findet sich auch das bekannte Beispiel zweier semikompakter Räume, deren Produkt nicht pseudokompakt ist. Zusammenhangsfragen werden in den 23 Seiten des 9. Kapitels erörtert: βX ist genau dann lokalzusammenhängend, wenn X lokalzusammenhängend und pseudokompakt ist. $\mathbb{R}^*$ ist die Summe zweier nichtmetrischer unzerlegbarer Kontinua.

Den Schluß des Buches bildet ein Kapitel von 54 Seiten über kategorielle Aspekte, in dem auch solche Dinge ausführlich dargestellt werden, die wie (strenge) Mono- und Epimorphismen in der Kategorie der Hausdorffräume unmittelbar wenig mit der Stone-Čech-Kompaktifizierung zu tun haben. Hier wird nochmals auf die Reellkompaktifizierung eingegangen, ferner auf projektive Objekte in der Kategorie der kompakten Räume und die Gleichwertigkeit von Injektivität und Vollständigkeit Boole'scher Algebren. Jedes Kapitel enthält ergänzendes Material in Form von Aufgaben, insgesamt 24 Seiten. Die Darstellung entspricht im ganzen eher der eines knapp gefaßten Lehrbuches wie eines reinen Ergebnisberichts. Die Sätze, die sich direkt auf die Stone-Čech-Kompaktifizierung beziehen, sind kurz aber vollständig und gut verständlich bewiesen. Einige bekannte Resultate, die man dabei benötigt (etwa, daß der Durchschnitt einer Kette von Kontinua zusammenhängend ist), werden ebenfalls voll bewiesen, und nicht immer so knapp, wie es möglich wäre. Für einen Ergebnisbericht schiene es mir auch günstiger, die funktoriellen Gesichtspunkte nicht bis zum Ende zurückzustellen. In den Anfangskapiteln hätte sich dann manches prägnanter formulieren lassen, beispielsweise die Dualität zwischen Boole-Räumen

und Boole-Algebren. Alles in allem vermittelt das Buch aber ein eindrucksvolles Bild vom Reichtum der Theorie und der Fülle der auftretenden Phänomene.

Tübingen H. SALZMANN

Bröcker, T., Jänich, K., Einführung in die Differentialtopologie (Heidelberger Taschenbücher, Bd. 143), Berlin-Heidelberg-New York: Springer Verlag 1973, VII + 168 S., 153 Abb., geheftet, DM 14,80.

„Einführung in die Differentialtopologie" von Theodor Bröcker und Klaus Jänich hat, so die Verfasser im Vorwort, zum Ziel, „die eigentlich elementargeometrischen Methoden der Differentialtopologie darzustellen". Diese Aufgabe erfüllt das Buch, das sich an Studenten mit Grundkenntnissen in Analysis und allgemeiner Topologie richtet, in ausgezeichneter Weise.

Der Inhalt der vierzehn Paragraphen des Buches ist, in Stichworten, der folgende: § 1. Mannigfaltigkeiten und differenzierbare Strukturen (Definition von Karten, Atlanten, differenzierbaren Mannigfaltigkeiten und Abbildungen und Summe und Produkt von Mannigfaltigkeiten, einfache Beispiele). § 2. Der Tangentialraum (verschiedene Beschreibungen von Tangentialräumen und Tangentialabbildungen). § 3. Vektorraumbündel (Definition von Vektorraumbündeln, Bündelhomomorphismen, Kern, Bild, induzierten Bündeln, Schnitten usw. sowie Tangentialbündeln, Differentialen und Vektorfeldern). § 4. Lineare Algebra für Vektorraumbündel (Summe, Tensorprodukt, alternierendes Produkt usw., Orientierung von Vektorraumbündeln und Mannigfaltigkeiten, Definition und Existenz von Zerlegungen der Eins und von Riemannschen Metriken). § 5. Lokale und tangentiale Eigenschaften (Satz über inverse Funktionen, Rangsatz, Immersionen und Submersionen, Transversalität). § 6. Der Satz von Sard. § 7. Einbettung (Whitneys Sätze von der Existenz von Immersionen $M^m \to R^{2m}$ und Einbettungen $M^m \to R^{2m+1}$). § 8. Dynamische Systeme (Flüsse, Integralkurven, Orbits, Integration von Vektorfeldern). § 9. Isotopien von Einbettungen (Satz von Thom über die Einbettbarkeit von Isotopien in Diffeotopien). § 10. Die zusammenhängende Summe (Definition und Nachweis der Konsistenz der Definition). § 11. Differentialgleichungen 2. Ordnung und Sprays (Definition und Existenz von Sprays). § 12. Exponentialabbildungen und Tubenumgebungen (Beweis der Existenz und Eindeutigkeit von Tubenumgebungen mit Hilfe von Exponentialabbildungen von Sprays). § 13. Berandete Mannigfaltigkeiten (Existenz und Eindeutigkeit von Kragen, Glätten von Mannigfaltigkeiten mit Rändern und Kanten, Bordismus, Struktur des Bordismusrings nach Thom (ohne Beweis)). § 14. Transversalität (Transversalitätssatz von Thom).

Jedem Paragraphen sind Übungen beigegeben, die zum Teil Beispielmaterial enthalten, zum Teil die Tragweite der Begriffe und Methoden zeigen, während sie wohl zum geringeren Teil der Entwicklung der Anschauung und der Einübung dienen. Diese Übungen sind zum Teil durchaus nicht leicht.

Das Buch ist schon an mehreren Universitäten durchgearbeitet worden, und die Autoren haben mir mitgeteilt, daß sie von den Lesern auf eine Reihe kleinerer Fehler und Ungenauigkeiten hingewiesen worden sind, wobei sie die auf den Seiten 56, 106 und 125 hervorheben. Von diesen Versehen und von einer unvorsichtigen Bemerkung über den Diffeomorphietyp offener Mengen im $\mathbb{R}^n$ auf Seite 4 abgesehen finde ich jedoch nichts Wesentliches auszusetzen, und überhaupt läßt sich sonst über dieses Buch eigentlich nur Gutes sagen. Wenn im folgenden einige Fragen und Anmerkungen formuliert werden, dann sind diese nicht als Kritik zu verstehen, sondern eher als Anregungen für eventuelle Ergänzungen in einer später vielleicht einmal geplanten Neuauflage, Ergänzungen, die meiner Meinung nach ganz im Einklang mit den Zielen dieses schönen Buches stehen würden. Da das Ziel des Buches ja eine Einführung in die elementaren Begriffe und Methoden der Differentialtopologie ist, könnte es bisweilen vorkommen, daß Studenten beim Lesen nicht erkennen, inwiefern gewisse

zentrale Begriffe, etwa „Riemannsche Mannigfaltigkeit" oder „dynamisches System" eine über ihre technische Wichtigkeit hinausgehende Bedeutung haben. Vielleicht könnten hier schon einige wenige Bemerkungen über die zugehörigen Theorien, Anwendungen und über die Geschichte dieser Begriffe das Bild abrunden. Die Tatsache, daß das Schwergewicht des Buches auf den elementaren Methoden liegt, bringt es auch mit sich, daß das Ziel der weitergehenden Theorie nur mit relativ wenigen Strichen skizziert wird. Vielleicht wäre es doch gut, einige typische Probleme der Differentialtopologie wie etwa Probleme der Klassifikation von differenzierbaren Strukturen oder von Einbettungen etwas ausführlicher aufzuzeigen, einschließlich einiger die Anschauung entwickelnder Beispiele, z. B. Knoten oder die Klassifikation kompakter Flächen – auch wenn die ausführliche Behandlung solcher Themen über den Rahmen des Buches hinausgehen sollte. Manchmal würden schon einige erläuternde Hinweise zu den Aufgaben genügen: wenn etwa in § 13, Aufgabe 12 implizit exotische Sphären konstruiert werden, warum sollte man dies dann nicht auch in einer Anmerkung sagen? Um die Liste der vielleicht unerfüllbaren Wünsche vollzumachen: Wäre es nicht schön, wenn es am Schluß des Buches noch einen kleinen Ausblick gäbe auf das, was danach kommt, auf einige gelöste und ungelöste Probleme der Differentialtopologie?

Nach diesen Fragen soll aber doch noch einmal deutlich gesagt werden: Das Buch von Bröcker und Jänich ist die beste Einführung in die elementare Differentialtopologie, die ich kenne. Es ist jedem Studenten zum Selbststudium sehr herzlich zu empfehlen und kann auch gut als Grundlage für einen einführenden Kurs über differenzierbare Mannigfaltigkeiten dienen. Man kann den Springer Verlag zur Aufnahme dieses Buches in seine Taschenbuchreihe nur beglückwünschen und man muß den Autoren für ihre Arbeit danken.

Bonn E. BRIESKORN

Greub, W., Haberin, St., Vanstone, K., Connections, Curvature, and Cohomology, Vol. 2: Lie Groups, Principal Bundles and Characteristic Classes, London-New York: Academic Press 1973, 528 S., $ 35.–.

In dem zweiten Band dieses auf drei Bände angelegten Werkes wird in großer Ausführlichkeit und mit sorgfältiger Beachtung aller Details die Theorie der Charakteristischen Klassen für Mannigfaltigkeiten entwickelt. Das Buch wendet sich an Leser mit verhältnismäßig geringen Vorkenntnissen, und es versucht, indem es bei den Beweisen möglichst wenig der Erfindungskraft des Lesers überläßt, bei der Erreichung eines tieferen Verständnisses des Stoffes behilflich zu sein. Man kann allerdings auch die Meinung vertreten, daß ein solches Verfahren nicht der Erreichung dieses Zieles unbedingt förderlich ist, weil es dabei dem unerfahrenen Leser schwer fallen wird, das wirklich Wesentliche dieser Theorie von der Fülle des weniger Wichtigen zu trennen – das Buch ist ohne das Literaturverzeichnis und den Index immerhin über 500 Seiten stark!

Wie dem aber auch sei, die Verfasser haben jede Seite mit wichtiger und interessanter Mathematik angefüllt, und es findet sich dort vieles, was man als mathematische Folklore zu bezeichnen pflegt und was sonst nirgends aufgeschrieben steht. Man bekommt auch bald den Eindruck, daß das Buch unverhältnismäßig wenig Druckfehler und andere Irrtümer enthält, so daß man es als zuverlässiges Nachschlagewerk jederzeit empfehlen kann – und natürlich auch als Buch zum Selberlernen, wobei mir allerdings, wie schon angedeutet, eine Anleitung zum Lesen, etwa in Form einer Vorlesung über diesen Gegenstand, wichtig zu sein scheint, damit der Überblick gewahrt bleibt.

Hier noch die Kapitelüberschriften: 0: Algebraic and Analytic Preliminaries. I: Lie Groups. II: Subgroups and Homogeneous Spaces. III: Transformation Groups.

IV: Invariant Cohomology. V: Bundles with Structure Group. VI: Principal Connections and the Weil Homomorphism. VII: Linear Connections. VIII: Characteristic Homomorphism for -bundles. IX: Pontrjagin, Pfaffian, and Chern Classes. X: The Gauss-Bonnet-Chern Theorem. Appendix A: Characteristic Coefficients and the Pfaffian.

Bonn W. KLINGENBERG

Kolmogoroff, A., Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung (Repr. der Erstaufl. Berlin 1933), Berlin-Heidelberg-New York: Springer Verlag 1973, 62 S., geheftet, DM 18,–.

Wie allgemein bekannt ist, standen noch zu Beginn dieses Jahrhunderts die meisten Mathematiker der Wahrscheinlichkeitstheorie (kurz: W-Theorie) trotz der von ihr vorweisbaren Erfolge skeptisch gegenüber, da ein mathematisch exaktes und genügend inhaltsreiches Begriffssystem fehlte. Auf diesen Umstand wies z. B. Hilbert im Jahre 1900 in seinem berühmt gewordenen Vortrag über bedeutende ungelöste Probleme hin. Mit der Erstausgabe des vorliegenden Werkes (im 2. Band der „Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete") gelang dann Kolmogoroff der entscheidende Durchbruch, indem er sich konsequent auf die damals entstandene Maß- und Integrationstheorie stützte. Der Einfluß dieses Werkes ist kaum zu überschätzen, ohne es wäre die W-Theorie in so kurzer Zeit kaum zu ihrer jetzigen Blüte gelangt. Es ist daher verdienstvoll, daß der Verlag sich zur Herausgabe des vorliegenden Reprints entschloß. (Eine englische Übersetzung lag seit 1950 vor.)

Kolmogoroffs Ziel und seine Bescheidenheit, mit der er der Öffentlichkeit sein Werk vorlegte, erkennt man aus folgenden Passagen des Vorworts:

Zweck des vorliegenden Heftes ist eine axiomatische Begründung der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Der leitende Gedanke des Verfassers war dabei, die Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung, welche noch unlängst für ganz eigenartig galten, natürlicherweise in die Reihe der allgemeinen Begriffsbildungen der modernen Mathematik einzuordnen. Vor der Entstehung der Lebesgue*schen Maß- und Integrationstheorie war die Aufgabe ziemlich hoffnungslos. Nach den* Lebesgue*schen Untersuchungen lag die Analogie zwischen dem Maße einer Menge und der Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses sowie zwischen dem Integral einer Funktion und der mathematischen Erwartung einer zufälligen Größe auf der Hand. ... Um, ausgehend von dieser Analogie, die Wahrscheinlichkeitsrechnung zu begründen, hätte man noch die Maß- und Integrationstheorie von den geometrischen Elementen, welche bei* Lebesgue *noch hervortreten, zu befreien. Diese Befreiung wurde von* Fréchet *vollzogen.*

Der diesen allgemeinen Gesichtspunkten entsprechende Aufbau der Wahrscheinlichkeitsrechnung war in den betreffenden mathematischen Kreisen seit einiger Zeit geläufig; es fehlte jedoch eine vollständige und von überflüssigen Komplikationen freie Darstellung des ganzen Systems.

Kap. I (Die elementare W-Rechnung) befaßt sich mit endlich-additiven W-Maßen auf Algebren. Durch Hinzufügung des Stetigkeitsaxioms (welches bekanntlich äquivalent zur Forderung der σ-Additivität ist) wird dann in Kap. II (Unendliche W-Felder) der Übergang zum heute fast durchweg benützten Begriff des W-Raumes vollzogen und u. a. der Fortsetzungssatz bewiesen. Der interessanteste Teil von Kap. III (Zufällige Größen) ist wohl die Konstruktion von W-Maßen auf unendlichen Produkt-σ-Algebren. Kap. IV (Mathematische Erwartungen) enthält u. a. die für Anwendungen wichtigen Sätze über die Differentiation und Integration eines von einem Parameter abhängigen Integrals. Von besonderer Wichtigkeit hat sich der in Kap. V dargestellte Begriff der bedingten Wahrscheinlichkeiten und bedingten Erwartungen (im nicht-elementaren Sinne) erwiesen. Das abschließende Kap. VI (Unabhängigkeit, Gesetz der großen Zahlen) bringt u. a. die bekannten notwendigen und hinreichenden

Bedingungen für die Gültigkeit des schwachen bzw. des starken Gesetzes der großen Zahlen für unabhängige Folgen identisch verteilter Zufallsvariabler.

Die Definition der stochastischen Unabhängigkeit wird für beliebige, nicht notwendig meßbare Funktionen auf einem W-Raum gegeben, was einige Abweichungen von den vertrauten Aussagen über stochastische Unabhängigkeiten bedingt.

Es ist erstaunlich, mit welcher Sicherheit gerade die Begriffe dargestellt werden, die sich in der Folge als besonders fruchtbar herausgestellt haben. Trotzdem wird man das Buch heute kaum noch als Lehrbuch verwenden. Gleichwohl kann es allen, vor allem den jüngeren Mathematikern, als ein Meilenstein in der Geschichte der W-Theorie als mathematisch-historische Lektüre warm empfohlen werden.

Hamburg K. HINDERER

Jordan, K., Chapters on the Classical Calculus of Probability, Budapest: Akadémiai Kiadó 1972, XXVIII + 619 S., gebd., DM 77,40.

In 10 teils umfangreichen Kapiteln werden in diesem Buch Problemkreise der Wahrscheinlichkeitsrechnung behandelt, die meist in engem Zusammenhang mit den Forschungsergebnissen des Autors in seiner ca. 50jährigen Forschungstätigkeit aus der ersten Hälfte dieses Jahrhunderts stehen. Der Hauptteil seiner Resultate ist in diesem Buch inkorporiert. Dieses Buch berücksichtigt nicht mehr die moderne Entwicklung der Wahrscheinlichkeitstheorie seit Kolmogoroff. Es enthält dafür eine große Zahl klassischer Probleme, die häufig in den modernen Lehrbüchern der Wahrscheinlichkeitstheorie keinen Platz mehr gefunden haben. Besonderer Wert wird stets auf die geschichtliche Entwicklung der verschiedenen Bereiche gelegt, hier fließt eine Fülle teils kaum erreichbaren historischen Materials ein. Dieses Buch ist sicher nicht für den Anfänger geschrieben, es hat keinen Lehrbuchcharakter. Das Hauptgewicht liegt auf den praktischen Anwendungsmöglichkeiten der Wahrscheinlichkeitstheorie. Immer wieder werden Beispiele aus den verschiedensten Anwendungsbereichen herangezogen und ausführlich durchgerechnet. Die benutzten Mittel der Wahrscheinlichkeitstheorie sind dabei relativ elementar.

Nun ein kurzer Überblick über den Inhalt der einzelnen Kapitel.

Kapitel I beschäftigt sich mit der historischen Entwicklung der Wahrscheinlichkeitstheorie und ihrer philosophischen Fundierung.

In Kapitel II werden Hilfsmittel insbesondere aus den Gebieten der Kombinatorik, Differentialgleichungen und Approximationstheorie bereitgestellt.

In Kapitel III wird der Begriff der Wahrscheinlichkeit (für endliche Mengen) mit Hilfe eines Konzepts der relativen Wahrscheinlichkeit zweier endlicher Mengen eingeführt und einige einfache Folgerungen gezogen.

Kapitel IV beschäftigt sich mit dem Erwartungswert der Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik und dürfte fast nur aus historischem Blickpunkt interessant sein.

Kapitel V und VI behandeln abhängige und unabhängige Wiederholungen im Falle von ein- bzw. mehrdimensional verteilten Variablen. Hierbei werden u. a. einige der wichtigen Verteilungen eingeführt und untersucht.

Im siebten Kapitel wird eine Reihe interessanter Probleme der „frühen" Wahrscheinlichkeitstheorie zusammengestellt und ausführlich auf Fragestellungen bei Lotterie, Poker und Roulette eingegangen.

Kapitel VIII beschäftigt sich mit der geometrischen Wahrscheinlichkeitstheorie und fußt im wesentlichen auf den klassischen Arbeiten von Buffon, Crofton, Czuber und Deltheil.

Ausgehend von der Methode der kleinsten Quadrate werden im IX. Kapitel Fragen der Fehlertheorie behandelt.

Kapitel X bringt Anwendungen auf die Physik, und zwar im wesentlichen auf die kinetische Gastheorie.

Das abschließende Tabellenwerk ist für ein Buch, dessen Hauptanliegen die Anwendungen sind, etwas dürftig. Es enthält ausschließlich Tabellen für Binomialkoeffizienten.

Köln D. LANDERS

Cohen, J. W., The Single Server Queue (Series in Applied Mathematics and Mechanics, Bd. 8), Amsterdam: North Holland Publ. Comp. 1969, XIV + 657 S., gebd., Hfl 108,–.

Angesichts der ungeheuren Anzahl von Originalarbeiten über spezielle Varianten des Warteschlangen-Problems bei einer Bedienungsstation bleibt es das große Verdienst von J. W. Cohen, mit seiner Monographie ein Werk geschaffen zu haben, das jedem mit solchen Problemen konfrontierten Mathematiker eine wesentliche Hilfe bei der Einarbeitung in die geeigneten mathematischen Methoden in die Hand gibt.

Teil I führt in die Theorie der stochastischen Prozesse ein und behandelt Markoff-Prozesse mit diskretem und stetigem Zeitparameter, Geburt- und -Tod-Prozesse, abgeleitete Markoff-Prozesse (ein Arbeitsgebiet des Autors) sowie die Erneuerungstheorie.

In Teil II werden die verschiedenen Warteschlangenmodelle, klassifiziert nach der Kendallschen Einteilung, untersucht, wobei zunächst das Grundmodell ausführlich dargestellt wird, dann auf die Besonderheiten eingegangen wird, die sich durch die Einflüsse der Verteilungen von Einfallabständen und Bedienungszeiten ergeben.

Teil III beschäftigt sich mit Varianten, die in den Anwendungen (Fernsprechverkehr, Straßenverkehr) von Bedeutung sind: Abfertigung in Gruppen, Prioritäten, Begrenzungen von Wartezeiten und Warteräumen.

Das Buch ist für den „angewandten Mathematiker" gedacht, an Voraussetzungen sind etwa die gründliche Kenntnis von Band I der Wahrscheinlichkeitstheorie von Feller und nach Möglichkeit Vertrautheit mit tiefer liegenden Methoden (Feller II) erwünscht. Ausgiebig wird von der Laplace-Transformation und funktionentheoretischen Mitteln Gebrauch gemacht.

Das Buch von Cohen ist sehr klar und verständlich geschrieben und sollte in jeder wissenschaftlichen und technischen Bibliothek stehen.

Mannheim H. STÖRMER