manuscripta math. 38, 59 - 76 (1982)

manuscripta mathematica

TOPOLOGIEN AUF SCHNITTMODULN KOHÄRENTER KOMPLEX- UND REELL-ANALYTISCHER GARBEN

Wolfram Decker

In this paper we consider coherent complex-analytic sheaves F on a complex-analytic space X, and study two canonical topologies, inductive resp. projective locally convex, on $\Gamma(A,F)$ for subsets $A \subset X$. We are interested in conditions on A for which these topologies coincide, and get as a main result that this is the case for real analytic spaces which can be imbedded in some $\mathbb{R}^{\ell}$ and have the original X as a complexification. By complexification we apply our results to coherent real-analytic sheaves.

Einleitung

Sei $(X,\mathcal{O}_X)$ $\mathbb{C}$-analytischer Raum mit abzählbarer Topologie, F eine kohärente $\mathcal{O}_X$-Garbe. Wir betrachten in dieser Arbeit auf den $\mathbb{C}$-Vektorräumen $\Gamma(A,F)$ für $A \subset X$ verschiedene lokalkonvexe Topologien. Ist A offen, so versehen wir $\Gamma(A,F)$ mit der kanonischen Fréchet-Topologie und bezeichnen den zugehörigen Raum mit $\Gamma(A,F)_{Fr}$. Ist A beliebig, so sei $F_{I,A} := \varinjlim_{U} \Gamma(U,F)_{Fr}$, wobei U die offenen Umgebungen von A durchläuft, und $F_{P,\phi,A} := \varprojlim_{K\in\phi} F_{I,K}$, wobei ϕ ein projektives System von Kompakta von A ist, das alle kompakten konvergenten Folgen von A enthält (für solche ϕ können wir zeigen: $\Gamma(A,F) = \varinjlim_{U} \Gamma(U,F) = \varprojlim_{K\in\phi} \Gamma(K,F)$). Ist speziell ϕ das System aller Kompakta von A, so sei $F_{P,A} := F_{P,\phi,A}$.

Für den Fall einer komplex-analytischen Mannigfaltigkeit V und der Strukturgarbe $\mathcal{O} = \mathcal{O}_V$ werden solche Topologien

0025-2611/82/0038/0059/$03.60

in [14] und [15] untersucht. Insbesondere wird in [15], Théor. 1.2 unter Benutzung von Ergebnissen aus [14] gezeigt: $\mathcal{O}_{I,A} = \mathcal{O}_{P,A}$, falls A Teilmenge einer reell-analytischen Mannigfaltigkeit mit Komplexifizierung V ist.

Ist A offen oder kompakt, so gilt trivialerweise $F_{I,A} = F_{P,A}$. Ein weiteres Beispiel für diese Gleichheit liefern analytische Teilmengen A in Stein'schem X. Unser Hauptinteresse in dieser Arbeit gilt jedoch dem Fall, daß $(A,\mathcal{R}_A)$ ein $\mathbb{R}$-analytischer Raum mit Komplexifizierung $(X,\mathcal{O}_X)$ ist. Nach [1] ist $(A,\mathcal{R}_A)$ in den $\mathbb{R}^\ell$ einbettbar für alle $\ell \geqq n+N$, wenn $(A,\mathcal{R}_A)$ n-dimensional und lokal vom Typ N ist. Für solche A zeigen wir: $F_{I,A} = F_{P,A}$. Wir wenden dieses Ergebnis auf kohärente reell-analytische Garben an und erhalten so die Existenz und Eindeutigkeit einer kanonischen Topologie auf den Schnittmoduln solcher Garben.

Wir benutzen die Ergebnisse von Martineau für den Spezialfall nicht mit. Dadurch, daß wir mit Trägern von gleichstetigen Mengen an Stelle von Trägern von Funktionalen arbeiten, kommen wir ohne eine Verallgemeinerung von Théor. 1.1 in [15] aus.

Im einzelnen gehen wir wie folgt vor: In 1. zeigen wir: $\Gamma(A,F) = \varinjlim_{U} \Gamma(U,F) = \varprojlim_{K\in\phi} \Gamma(K,F)$ für $A\subset X$ und ϕ wie oben. In 2. führen wir $F_{I,A}$ und $F_{P,\phi,A}$ ein und erhalten erste Eigenschaften der betreffenden Räume und ihrer Dualräume. Insbesondere sehen wir: Existiert zu jeder in $F'_{I,A}$ gleichstetigen Menge E ein Kompaktum K in A und eine gleichstetige Menge E_K in $F'_{I,K}$, von der E herkommt (d.h.: Ist K Träger von E), so folgt $F_{I,A} = F_{P,A}$. In 3. untersuchen wir Eigenschaften von Trägern von gleichstetigen Mengen in $\Gamma(X,F)'_{Fr}$ und geben insbesondere eine hinreichende Bedingung dafür an, daß der Durchschnitt von zwei Trägern wieder Träger ist. In 4. benutzen wir dieses Ergebnis um zu zeigen: $F_{I,A} = F_{P,A}$ für A analytisch in Stein'schem X. In 5. treffen wir einige Vorbereitungen und zeigen dann analog zu den Beweisen in 4.

$F_{I,\mathbb{R}^n} = F_{P,\mathbb{R}^n}$ für kohärente $\mathcal{O}_U$-Garben auf einer offenen Umgebung U des $\mathbb{R}^n$ im $\mathbb{C}^n$. In 6. zeigen wir das angekündigte Hauptergebnis durch Zurückführen auf den Fall in 5.

Soweit im Text nicht eingeführt, verwenden wir die Definitionen und Bezeichnungen von [6],[12] (lokalkonvexe topologische Vektorräume sind nicht notwendig separiert) und [9].

Bei Herrn Prof. Dr. Trautmann bedanke ich mich recht herzlich für die Anregung zu dieser Arbeit.

1. Die $\mathbb{C}$-Vektorraumstruktur auf den Schnittmoduln

Im folgenden - bis einschließlich 4. - bezeichne $(X,\mathcal{O}_X)$ stets einen $\mathbb{C}$-analytischen Raum mit abzählbarer Topologie, F einen kohärenten $\mathcal{O}_X$-Modul. Für $U \subset X$ offen sei $(U,\mathcal{O}_U) := (U,\mathcal{O}_X|U)$.

(1.1) Für $U,V \subset X$ offen, $V \subset U$, bezeichne $r_V^U := r_V^U(F) : \Gamma(U,F) \longrightarrow \Gamma(V,F)$ den Restriktionshomomorphismus.

(1.1.1) Für $A \subset X$ bilden die $\Gamma(U,F)$, wobei U die offenen Umgebungen von A in X durchläuft, zusammen mit den Restriktionshomomorphismen ein induktives Spektrum von $\mathbb{C}$-Vektorräumen. $F_A = \Gamma(A,F)$ bezeichne den zu diesem Spektrum gehörenden induktiven Limes. Für $A \subset B \subset X$ erhalten wir einen kanonischen Restriktionshomomorphismus $r_A^B := r_A^B(F) : F_B \longrightarrow F_A$, der für A und B offen mit dem Restriktionshomomorphismus aus (1.1) übereinstimmt.

(1.1.2) Sei $A \subset X$, ϕ eine Familie von Teilmengen von A mit der folgenden Eigenschaft: Zu $C,D \in \phi$ gibt es ein $E \in \phi$ mit $C \cup D \subset E$. Zusammen mit den Restriktionshomomorphismen bilden die $(F_C)_{C \in \phi}$ ein projektives Spektrum von $\mathbb{C}$-Vektorräumen. $F_{\phi,A}$ bezeichne den zugehörigen projektiven Limes. Für $C \in \phi$ sei $r_C^A(\phi) : F_{\phi,A} \longrightarrow F_C$ die kanonische Projektion.

Die Definition von $F_A = \Gamma(A,F)$ wird es uns in 2. erlauben, eine kanonische induktive lokalkonvexe Topologie auf

$\Gamma(A,F)$ einzuführen. Um $\Gamma(A,F)$ auch mit projektiven lokalkonvexen Topologien zu versehen, benötigen wir den folgenden Satz:

(1.2) SATZ: Sei $A \subset X, \phi$ wie in (1.1.2). ϕ enthalte zusätzlich alle kompakten, konvergenten Folgen in A. Dann gilt: $F_{\phi,A} = F_A$ und $r_C^A(\phi) = r_C^A$ für alle $C \in \phi$.

Beweis: Durch $f \longrightarrow (r_C^A(f))_{C \in \phi}$ erhalten wir einen Homomorphismus $\varphi : F_A \longrightarrow F_{\phi,A}$ mit $r_C^A(\phi) \circ \varphi = r_C^A$. φ ist injektiv wegen der zusätzlichen Voraussetzung an ϕ und surjektiv wegen dem folgenden Lemma, das eine Verallgemeinerung von [10], Lemme 1 zu Théorème 2 bis ist.

(1.2.1) LEMMA: Für alle kompakten, konvergenten Folgen K in A sei $g_K \in F_K$ gegeben mit: aus $K_1 \subset K_2$ folgt $r_{K_1}^{K_2}(g_{K_2}) = g_{K_1}$.

Dann existiert eine offene Umgebung U von A in X und ein $g^U \in \Gamma(U,F)$ mit:
Für alle kompakten, konvergenten Folgen K in A ist $g_K = r_K^U(g^U)$.

Beweis: (i) Sei $x \in A$. Wegen der zusätzlichen Voraussetzung an ϕ existiert dann, wie man sofort bestätigt, eine offene Umgebung W_x von x in X und ein Repräsentant g^x von $g_x = g_{\{x\}}$ auf W_x, so daß für alle $y \in W_x \cap A$ gilt: $g_y = r_y^{W_x}(g^x)$.

(ii) Sei $(U_x)_{x \in A}$ eine lokalendliche Verfeinerung von $(W_x)_{x \in A}$, so daß für alle $x \in A$ gilt: U_x ist offene Teilmenge von W_x und $A \subset \bigcup_{x \in A} U_x$. Wiederum mit g^x bezeichnen wir die Einschränkung von g^x auf U_x. Sei $x \in A$, $x \in U_{yz} = U_y \cap U_z$. Dann existiert wegen (i) eine offene Umgebung V_{yz} von x, $V_{yz} \subset U_{yz}$, mit $r_{V_{yz}}^{U_y}(g^y) = r_{V_{yz}}^{U_z}(g^z)$. Wir wenden nun [7], Chapitre II, lemme 3.8.1 an. Wir erhalten für alle $x \in A$ eine offene Umgebung U^x von x mit folgenden Eigenschaften:

a) Ist $x \in U_{yz} \cap A$, so ist $U^x \subset V_{yz}$.

b) Ist $U^x \cap U^y \neq \emptyset$, so existiert ein $z \in A$ mit $U^x \cup U^y \subset U_z$.

Sei $x \in A$. Dann existiert $y \in A$ mit $x \in U_y$. Wegen a) ist

$U^x \subset U_y$ und $g^{U^x} := r^{U_y}_{U^x}(g^y)$ ist unabhängig von der Wahl von y definiert. Wegen b) definieren die $(g^{U^x})_{x\in A}$ ein Element $g \in \Gamma(U,F)$, $U = \bigcup_{x\in A} U^x$, mit den gewünschten Eigenschaften.

2. Topologien auf den Schnittmoduln

(2.1) SATZ: Für $U \subset X$ offen können wir $\Gamma(U,F)$ mit einer lokalkonvexen Topologie versehen, so daß $\Gamma(U,F)$ zu einem Fréchet-Raum wird mit den folgenden Eigenschaften:

(i) Ist $U \subset X$ offen, so ist für alle $x \in U$ die Restriktionsabbildung $r^U_x : \Gamma(U,F) \longrightarrow F_x$ stetig, wobei F_x mit der Folgentopologie versehen ist. (Zur Definition und zu den Eigenschaften der Folgentopologie verweisen wir auf [8]). Darüberhinaus ist die Fréchet-Topologie auf $\Gamma(U,F)$ durch diese Eigenschaft eindeutig bestimmt; sie heißt auch kanonische Fréchet-Topologie auf $\Gamma(U,F)$. $\Gamma(U,F)_{Fr}$ bezeichne $\Gamma(U,F)$ versehen mit der kanonischen Fréchet-Topologie.

(ii) Für $U,V \subset X$ offen, $V \subset U$, ist $r^U_V : \Gamma(U,F)_{Fr} \longrightarrow \Gamma(V,F)_{Fr}$ stetig. Ist zusätzlich $V \subset\subset U$, so ist r^U_V kompakt.

(iii) Für $U \subset X$ offen ist $\Gamma(U,F)_{Fr}$ nuklear, (FS)-Raum und insbesondere Montel-Raum.

Beweis: (i) und der erste Teil von (ii) finden sich z.B. in [9]. Für den 2. Teil von (ii) und die Nuklearität verweisen wir auf [4]. Daß $\Gamma(U,F)_{Fr}$ auch (S)-Raum ist, folgt dann aus (ii) mit Hilfe des Satzes von der offenen Abbildung für Fréchet-Räume (siehe z.B. [12], chap. 3, § 17, theor. 1) und der Charakterisierung vollständiger Schwartz-Räume in [6], § 22, 3.4, Satz.

(2.2) DEFINITION: Sei $K \subset X$ kompakt. Dann sei $F_{I,K} := \varinjlim_U \Gamma(U,F)_{Fr}$, wobei U die offenen Umgebungen von K in X durchläuft.

<u>(2.2.1) SATZ: $F_{I,K}$ ist separierter (LS)-Raum, insbesondere nuklear, D(FS)-Raum, also auch vollständig und Montel-Raum.</u>

<u>Beweis:</u> Wir wählen eine abzählbare Umgebungsbasis von K aus offenen Mengen $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $U_{n+1}\subset\subset U_n$ für alle $n\in\mathbb{N}$. Dann ist $F_{I,K}=\varinjlim_{n\in\mathbb{N}} \Gamma(U_n,F)_{Fr}$ ein (LS)-Raum wegen (2.1). $F_{I,K}$ ist separiert, denn die kanonische Injektion $F_{I,K}\longrightarrow \prod_{x\in K} F_x$ ist stetig, wenn wir jedes F_x mit der Folgentopologie, die separiert ist, versehen. Mit Hilfe von (2.1), (iii) folgt aus [6], § 27, 2.8, Satz, daß $F_{I,K}$ nuklear ist; wegen [6], § 25, 2.9, Korollar 2 ist $F_{I,K}$ Montelraum, also insbesondere reflexiv und somit wegen [6], § 26, 2.2, Satz ein D(FS)-Raum.

(2.3) Sei $A\subset X$ beliebig, ϕ ein System von kompakten Teilmengen von A mit den Eigenschaften aus (1.2). Wegen (1.2) können wir definieren:

<u>(2.3.1) DEFINITION: (i) Sei $F_{I,A}=\varinjlim_{U} \Gamma(U,F)_{Fr}$, wobei U die offenen Umgebungen von A in X durchläuft.</u>

<u>(ii) Sei $F_{P,\phi,A}=\varprojlim_{K\in\phi} F_{I,K}$. Existiert für jedes Kompaktum L in A ein $K\in\phi$ mit $L\subset K$, so schreiben wir $F_{P,A}$ für $F_{P,\phi,A}$.</u>

<u>(2.3.2) BEMERKUNG:</u> Leicht ergeben sich die folgenden Eigenschaften:

(i) Sind $A\subset B\subset X$, so sind $r^B_A: F_{I,B}\longrightarrow F_{I,A}$ und $r^B_A: F_{P,B}\longrightarrow F_{P,A}$ stetig. Die identische Abbildung von $F_{I,A}$ auf $F_{P,\phi,A}$ ist stetig. Insbesondere ist $F_{I,A}$ separiert.

(ii) Ist $K\subset X$ kompakt, so gilt: $F_{I,K}=F_{P,K}$. Ist $U\subset X$ offen, so gilt: $F_{I,U}=\Gamma(U,F)_{Fr}=\varprojlim_{n\in\mathbb{N}} \Gamma(U_n,F)_{Fr}$ für jede relativ-kompakte, offene Ausschöpfung $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ von U. Insbesondere ist die identische Abbildung von $F_{P,U}$ auf $F_{I,U}$ stetig und somit wegen (i) $F_{I,U}=F_{P,U}$.

(iii) $F_{I,A}$ ist ultrabornologisch.

(iv) $F_{P,\phi,A}$ ist nuklear und vollständig.

(2.4) Werden in dieser Arbeit Dualräume betrachtet, so seien sie jeweils mit der starken Dualtopologie versehen.

(2.4.1) BEMERKUNG: Existiert zu jeder in $F'_{I,A}$ gleichstetigen Menge E ein Kompaktum $K \in \phi$ und eine gleichstetige Menge $E_K \subset F'_{I,K}$ mit ${}^t r_K^A(E_K) = E$, so folgt $F_{I,A} = F_{P,\phi,A}$. Dabei wird $F_{P,\phi,A}$ vermöge der zur Identität transponierten Abbildung als linearer Teilraum von $F'_{I,A}$ aufgefaßt, A und ϕ seien wie in (2.3).

3. Träger von Funktionalen

Bemerkung (2.4.1) führt uns zur folgenden Definition, die sich von der Definition in [14] unterscheidet, damit wir uns Begriffe ersparen, die für diese Arbeit überflüssig sind.

(3.1) DEFINITION: Seien $E \subset \Gamma(X,F)'_{Fr}$ gleichstetig, $T \in \Gamma(X,F)'_{Fr}$, $A \subset X$.

A heißt Träger von E (bzw. T), wenn eine gleichstetige Menge E_A in $F'_{I,A}$ (bzw. ein $T_A \in F'_{I,A}$) existiert mit ${}^t r_A^X(E_A) = E$ (bzw. ${}^t r_A^X(T_A) = T$). E_A (bzw. T_A) heißt dann eine Fortsetzung von E (bzw. T) auf A.

In Verbindung mit den Eigenschaften strikter, kompakter, projektiver Spektren führt uns Bemerkung (2.4.1) insbesondere auf die Frage, wann die Restriktionsabbildung $\Gamma(X,F) \longrightarrow F_{I,K}$ für ein Kompaktum K in X ein dichtes Bild hat. Dies ist für $\Gamma(X,\mathcal{O}_X)$-konvexe Kompakta in Stein'schen Räumen der Fall. Wir stellen zunächst einige Eigenschaften dieser Kompakta zusammen.

(3.2) DEFINITION: Seien $U \subset X$ offen und $K \subset U$ kompakt. Wir setzen: $K_{U,X} := \{x \in U \mid |f(x)| \leq \|f\|_K$ für alle $f \in \Gamma(X,\mathcal{O}_X)\}$. K heißt $\Gamma(U,\mathcal{O}_U)$-konvex, wenn $K = K_{U,U}$. U heißt $\Gamma(X,\mathcal{O}_X)$-konvex, wenn für jedes Kompaktum L in U auch $L_{U,X}$ wieder kompakt ist.

Wir setzen für den Rest dieses Paragraphen voraus, daß $(X,\mathcal{O}_X)$ ein Stein'scher Raum ist.

(3.2.1) SATZ: Sei $K \subset X$ kompakt. Dann gilt:

(i) $K_{X,X}$ besitzt eine Umgebungsbasis aus offenen $\Gamma(X,\mathcal{O}_X)$-konvexen Mengen.

(ii) Besitzt K eine Umgebungsbasis aus offenen $\Gamma(X,\mathcal{O}_X)$-konvexen Mengen, so ist K $\Gamma(X,\mathcal{O}_X)$-konvex.

Beweis: (i) findet sich in [16], § 1, (ii) ist eine triviale Folgerung aus dem nächsten Satz.

(3.2.2) SATZ: Sei $U \subset X$ offen. Dann sind äquivalent:

(i) U ist $\Gamma(X,\mathcal{O}_X)$-konvex.

(ii) $(U,\mathcal{O}_U)$ ist Stein'sch und $r_U^X : \Gamma(X,\mathcal{O}_X) \longrightarrow \Gamma(U,\mathcal{O}_U)_{Fr}$ hat dichtes Bild.

(iii) Für alle $K \subset U$ kompakt gilt: $K_{U,U} = K_{X,X}$.

Beweis: (i)$\Longleftrightarrow$(ii) findet sich in [2], Anhang zu Kap. VI, § 4, (i) $\Longrightarrow$(iii) in [16], § 1 und (iii) $\Longrightarrow$(i) ist trivial.

(3.2.3) SATZ: (i) Sei $U \subset X$ offen und $\Gamma(X,\mathcal{O}_X)$-konvex. Dann hat $r_U^X : \Gamma(X,F) \longrightarrow \Gamma(U,F)_{Fr}$ dichtes Bild.

(ii) Sei $K \subset X$ kompakt und $\Gamma(X,\mathcal{O}_X)$-konvex. Dann hat $r_K^X : \Gamma(X,F) \longrightarrow F_{I,K}$ dichtes Bild.

Beweis: Für (i) verweisen wir wieder auf [2], Anhang zu Kap. VI, § 4, (ii) ergibt sich mit Hilfe von (3.2.1), (i) aus (i).

Wir sind nun in der Lage, einige Eigenschaften von Trägern von Funktionalen angeben zu können.

(3.3) SATZ: Seien $T \in \Gamma(X,F)'_{Fr}$, K und L Kompakta (offene Mengen) in X mit $K \cup L$ ist $\Gamma(X,\mathcal{O}_X)$-konvex. Dann gilt: Mit K und L ist auch $K \cap L$ Träger von T.

Beweis: $\mathfrak{U}$ sei die Überdeckung von $K \cup L$ durch K und L, $C^0(\mathfrak{U},F)$, $C^1(\mathfrak{U},F)$ und δ^0 seien kanonisch definiert. Dann erhalten wir $C^0(\mathfrak{U},F) = F_{I,K} \times F_{I,L}$, $C^1(\mathfrak{U},F) = F_{I,K\cap L}$ und Kern $\delta^0 = F_{I,K\cup L}$, wobei wir jeweils die lokalkonvexe Topologie von der rechten auf die linke Seite übertragen. Mit π_K bzw. π_L bezeichnen wir die kanonischen Projektionen von $C^0(\mathfrak{U},F)$ auf $F_{I,K}$ bzw. $F_{I,L}$.

T_K bzw. T_L seien Fortsetzungen von T auf K bzw. L. Wegen [5], Prop. 3, Theorem B für Stein'sche Räume und (3.2.1), (i) ist $H^1(K\cup L,F)=0$ und damit auch $H^1(\mathfrak{U},F)=0$. Also ist $\delta^0: C^0(\mathfrak{U},F) \longrightarrow C^1(\mathfrak{U},F)$ surjektiv. Jedes $f\in C^1(\mathfrak{U},F)$ hat folglich eine Darstellung $f = r^K_{K\cap L}(f_K) - r^L_{K\cap L}(f_L)$ mit $(f_K,f_L)\in C^0(\mathfrak{U},F)$. Wir setzen $T_{K\cap L}(f) := (T_K\circ\pi_K - T_L\circ\pi_L)\ (f_K,f_L)$. Mit Hilfe von (3.2.3) ergibt sich, daß wir so eine wohldefinierte lineare Abbildung $T_{K\cap L}: F_{I,K\cap L} \longrightarrow \mathbb{C}$ erhalten. Aus $T_{K\cap L}\circ\delta^0 = T_K\circ\pi_K - T_L\circ\pi_L$ folgt, daß $T_{K\cap L}$ auch stetig ist, da δ^0 surjektiver topologischer Homomorphismus ist (siehe z.B. [17], (5.6), Lemma). $T_{K\cap L}$ ist eine Fortsetzung von T auf $K\cap L$.

<u>(3.3.1) COROLLAR: Seien K und L wie in (3.3), $E\subset \Gamma(X,F)'_{Fr}$ gleichstetig. Dann gilt: Mit K und L ist auch $K\cap L$ Träger von E.</u>

<u>(3.4) SATZ: K und L seien $\Gamma(X,\mathcal{O}_X)$-konvexe Kompakta (offene Mengen) in X. Weiter gelte für alle $T\in\Gamma(X,F)'_{Fr}$: Mit K und L ist auch $K\cap L$ Träger von T. Dann ist $H^l(K\cup L,F)=0$ für alle $l\geq 1$.</u>

<u>Beweis:</u> Wir verwenden die Bezeichnungen aus dem Beweis von (3.3). Mit K und L ist auch $K\cap L$ $\Gamma(X,\mathcal{O}_X)$-konvex. Also gilt für alle $l\geq 1$: $H^l(K\cap L,F)=H^l(K,F)=H^l(L,F)=0$ und somit $H^l(K\cup L,F)=H^l(\mathfrak{U},F)$. Also bleibt zu zeigen: $H^1(\mathfrak{U},F)=0$.

Dies ist äquivalent zur Surjektivität von δ^0; δ^0 ist <u>genau dann</u> surjektiv, wenn ${}^t\delta^0$ injektiv ist und wenn gilt: $\mathrm{Im}\ ({}^t\delta^0) = \overline{\mathrm{Im}({}^t\delta^0)}$ in $F'_{I,K}\oplus F'_{I,L}$ ([14], Préliminaires, Théor. 4).

Mit $r^X_{K\cap L}$ ((3.2.3)) hat auch δ^0 dichtes Bild. Also ist ${}^t\delta^0$ injektiv.

Mit Hilfe von [6], § 14, 4.1., Satz erhält man:

$\overline{\mathrm{Im}({}^t\delta^o)} = F^{\perp}_{I,K \cup L}$. Sei nun $(T_K, T_L) \in \overline{\mathrm{Im}({}^t\delta^o)} \subset F'_{I,K} \oplus F'_{I,L}$.
Dann folgt: ${}^t r^X_K(T_K) = {}^t r^X_L(-T_L)$ ist ein Element $T \in \Gamma(X,F)'_{Fr}$.
Mit K und L ist auch $K \cap L$ Träger von T. Ist $T_{K \cap L}$ eine Fortsetzung von T auf $K \cap L$, so folgt mit Hilfe von (3.2.3) ${}^t\delta^o(T_{K \cap L}) = (T_K, T_L)$, woraus sich die Behauptung ergibt.

<u>(3.5) SATZ: E sei gleichstetige Menge in $\Gamma(X,\mathcal{O}_X)'_{Fr}$.</u>

<u>(i) Sei $U \subset X$ offen und $\Gamma(X,\mathcal{O}_X)$-konvex. Dann ist U genau dann Träger von E, wenn es einen kompakten $\Gamma(X,\mathcal{O}_X)$-konvexen Träger $K \subset U$ von E gibt.</u>

<u>(ii) Sei $K \subset X$ kompakt und $\Gamma(X,\mathcal{O}_X)$-konvex. Dann ist K genau dann Träger von E, wenn jede offene, $\Gamma(X,\mathcal{O}_X)$-konvexe Umgebung von K in X Träger von E ist.</u>

<u>Beweis:</u> (i) Die Richtung von rechts nach links ist trivial. Sei U Träger von E und $(K_n)_{n \in \mathbb{N}}$ Ausschöpfung von U, die aus $\Gamma(X,\mathcal{O}_X)$-konvexen Kompakta besteht. Dann ist wegen (3.2.3), (ii) bzw. (2.1), (ii) $(F_{I,K_n}, r)_{n \in \mathbb{N}}$ ein striktes, kompaktes, projektives Spektrum mit
$F_{P,U} = \varprojlim_{n \in \mathbb{N}} F_{I,K_n}$. Mit [6], § 26, 2.4., Satz folgt
$F'_{P,U} = \varinjlim_{n \in \mathbb{N}} F'_{I,K_n}$ ist separierter (LS)-Raum mit regulärem Spektrum $(F'_{I,K_n}, r)_{n \in \mathbb{N}}$ ([6], § 25, 2.7., Korollar 1), woraus sich die Behauptung ergibt (D(FS)-Räume sind insbesondere infratonneliert).

(ii) Die Richtung von links nach rechts ist trivial. Seien $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine Umgebungsbasis von K aus offenen, $\Gamma(X,\mathcal{O}_X)$-konvexen Mengen ((3.2.1)) und $E_{U_n} \subset \Gamma(U_n,F)'_{Fr}$ gleichstetig mit ${}^t r^X_{U_n}(E_{U_n}) = E$ für alle $n \in \mathbb{N}$. Für $n \in \mathbb{N}$ ist ${}^t r^X_{U_n} : \Gamma(U_n,F)'_{Fr} \longrightarrow \Gamma(X,F)'_{Fr}$ injektiv wegen (3.2.3), (i), so daß zu jedem $T \in E$ genau ein $T_{U_n} \in E_{U_n}$ existiert mit ${}^t r^X_{U_n}(T_{U_n}) = T$. Wegen [6], § 26, 1.2., Satz gilt algebraisch: $F'_{I,K} = \varinjlim_{n \in \mathbb{N}} \Gamma(U_n,F)'_{Fr}$. Also ist $E_K := \{(T_{U_n})_{n \in \mathbb{N}} \mid T \in E\}$ eine Teilmenge von $F'_{I,K}$ die wegen [12], Chap. 3, § 4, Prop. 5 gleichstetig ist.

4. Analytische Mengen in Stein'schen Räumen

Im folgenden sei X Stein'sch und $A \subset X$ analytisch.

(4.1) LEMMA: Sei $K \subset X$ kompakt und $\Gamma(X,\mathcal{O}_X)$-konvex.

(i) Sei L ein Kompaktum in A. Dann ist die $\Gamma(X,\mathcal{O}_X)$-konvexe Hülle von $K \cup L$ von der Form $K \cup L'$, wo L' ein Kompaktum in A ist.

(ii) $K \cup A$ hat eine Umgebungsbasis aus offenen, $\Gamma(X,\mathcal{O}_X)$-konvexen Mengen.

Beweis: Analog zu den Beweisen von Lemme 1 und 2 zu Prop. 2.7., Chap. I, in [14].

(4.1.1) LEMMA: Es gilt: $r_A^X : \Gamma(X,F) \longrightarrow F_{I,A}$ hat dichtes Bild.

Beweis: Wegen (4.1) besitzt A eine Umgebungsbasis aus offenen, $\Gamma(X,\mathcal{O}_X)$-konvexen Mengen, so daß sich die Behauptung aus (3.2.3), (i) ergibt.

(4.2) SATZ: Seien $E \subset \Gamma(X,F)'_{Fr}$ gleichstetig, A Träger von E und K ein kompakter, $\Gamma(X,\mathcal{O}_X)$-konvexer Träger von E in X. Dann ist $K \cap A$ $\Gamma(X,\mathcal{O}_X)$-konvexer Träger von E.

Beweis: Sei U eine offene Umgebung von $K \cap A$ in X. Dann existieren offene Umgebungen U_1 von A und U_2 von K mit $U_1 \cap U_2 \subset U$; dabei können wir U_1 wegen (4.1), (ii) und U_2 wegen (3.2.1), (i) $\Gamma(X,\mathcal{O}_X)$-konvex wählen. Wegen (4.1), (ii) existiert eine offene, $\Gamma(X,\mathcal{O}_X)$-konvexe Umgebung U_3 von $K \cup A$ mit $U_3 \subset U_1 \cup U_2$. Mit $U_1 \cap U_3$ und $U_2 \cap U_3$ ist auch $U_1 \cap U_2 \cap U_3$ $\Gamma(X,\mathcal{O}_X)$-konvexer Träger von E ((3.3.1)), da $(U_1 \cap U_3) \cup (U_2 \cap U_3) = U_3$ $\Gamma(X,\mathcal{O}_X)$-konvex ist. Da $U_1 \cap U_2 \cap U_3 \subset U$ ergibt sich die Behauptung aus (3.2.1), (ii) und (3.5), (ii).

(4.2.1) COROLLAR: Es gilt: $F_{I,A} = F_{P,A}$.

Beweis: Sei $E \subset F'_{I,A}$ gleichstetig. Wegen (4.1.1) ist ${}^t r_A^X : F'_{I,A} \longrightarrow \Gamma(X,F)'_{Fr}$ injektiv, so daß wir E als gleichstetige Menge in $\Gamma(X,F)'_{Fr}$ mit Träger A auffassen können. Wegen

(3.5), (i) existiert ein kompakter, $\Gamma(X,\mathcal{O}_X)$-konvexer Träger K von E in X. Wegen (4.2) ist $K \cap A$ kompakter Träger von E, woraus sich die Behauptung ergibt.

5. Der Fall $\mathbb{R}^n \subset \mathbb{C}^n$

Wir benötigen zunächst einige Vorbereitungen.

(5.1) Holomorphkonvexe Kompakta und gute Kompakta.
In [11] und [19] werden holomorphkonvexe Kompakta, in [14] gute Kompakta definiert und untersucht. Wir benötigen lediglich die folgenden Sätze für eine Stein'sche Mannigfaltigkeit V mit Strukturgarbe $\mathcal{O} = \mathcal{O}_V$ und ein Kompaktum $K \subset V$.

(5.1.1) SATZ: Für alle $T \in \Gamma(V,\mathcal{O})'_{Fr}$ gilt: K ist Träger von $T \Longleftrightarrow K_{V,V}$ ist Träger von T. Mit anderen Worten: Jedes Kompaktum ist ein gutes Kompaktum.

Beweis: Wir können uns auf den Fall $V = \mathbb{C}^n$ beschränken ([14], Chap. I, lemme 4 zu Théor. 1.1'); für diesen Fall wird der Beweis in [3] geführt.

(5.1.2) SATZ: Sei $r_K^V(\Gamma(V,\mathcal{O}))$ dicht in $\mathcal{O}_{I,K}$. Dann sind äquivalent:

(i) K ist $\Gamma(V,\mathcal{O}_V)$-konvex.

(ii) K ist holomorph-konvex.

(iii) Für jedes $r \in \mathbb{N}$ und jeden Garbenhomomorphismus $\alpha : \mathcal{O}^r \longrightarrow \mathcal{O}$ ist $H^1(K, \text{Kern } \alpha) = 0$.

Beweis: (i) $\Longrightarrow$ (ii): [19], Théor. (1.2) (ii) $\Longrightarrow$ (i): wegen (5.1.1) ist K ein gutes Kompaktum, so daß wegen der Voraussetzung an K und [14], Chap. I, Prop. 1.10 folgt:
$r_K^{K_{V,V}} : \mathcal{O}_{I,K_{V,V}} \longrightarrow \mathcal{O}_{I,K}$ ist Isomorphismus. Mit [19], Prop. 1.4, folgt dann $K_{V,V} = K$. (ii) $\Longrightarrow$ (iii): [11], Théor. (3.3). (iii) $\Longrightarrow$ (ii): Analog zu dem Beweis von [11], Theorem (3.4), ergänzt um einen kanonischen Dichtheitsschluß.

Im folgenden betrachten wir den $\mathbb{R}^n$ kanonisch als Teilmenge des $\mathbb{C}^n$. Mit $\pi_i^{\mathbb{C}}$ (bzw. $\pi_i^{\mathbb{R}}$) bezeichnen wir die Projektion auf die i-te komplexe (bzw. reelle) Komponente. Weiter sei $\mathcal{O} = \mathcal{O}_{\mathbb{C}^n}$

(5.2) Stark $\mathbb{R}^n$-saturierte Kompakta im $\mathbb{C}^n$.

(5.2.1) DEFINITION: (i) Sei $K \subset \mathbb{C}$ kompakt. K heißt $\mathbb{R}$-saturiert, wenn $K \cap \mathbb{R}$ die (kanonische) Projektion von K auf $\mathbb{R}$ umfaßt.

(ii) Sei $K \subset \mathbb{C}^n$ kompakt. K heißt stark $\mathbb{R}^n$-saturiert, wenn es Kompakta $K_i \subset \mathbb{C}$ gibt, $1 \leq i \leq n$, mit: K_i ist konvex, $\mathbb{R}$-saturiert, $\pi_i^{\mathbb{C}}(K) \subset K_i$ für $1 \leq i \leq n$ und es gilt: $K \cap \mathbb{R}^n = (\prod_{i=1}^{n} K_i) \cap \mathbb{R}^n$.

(5.2.2) BEMERKUNG: Seien U eine offene, Stein'sche Umgebung vom $\mathbb{R}^n$ im $\mathbb{C}^n$ und $K \subset U$ kompakt. Dann existiert $L \subset U$ kompakt, stark $\mathbb{R}^n$-saturiert und $\Gamma(U, \mathcal{O}_U)$-konvex mit $K \subset L$.

Beweis: Bezeichnen wir mit L_i, $1 \leq i \leq n$, die konvexe Hülle von $\pi_i^{\mathbb{C}}(K) \cup \pi_i^{\mathbb{R}}(K)$ in $\mathbb{C}$, so hat die $\Gamma(U, \mathcal{O}_U)$-konvexe Hülle von $K \cup ((\prod_{i=1}^{n} L_i) \cap \mathbb{R}^n)$ die gewünschten Eigenschaften.

(5.2.3) SATZ: Sei U eine offene, $\Gamma(\mathbb{C}^n, \mathcal{O})$-konvexe Umgebung vom $\mathbb{R}^n$ im $\mathbb{C}^n$. Seien $L \subset \mathbb{R}^n$ kompakt und $K \subset U$ kompakt, $\Gamma(U, \mathcal{O}_U)$-konvex und stark $\mathbb{R}^n$-saturiert. Dann ist $K \cup L$ $\Gamma(U, \mathcal{O}_U)$-konvex.

Beweis: Kompakte Teilmengen des $\mathbb{R}^n$ sind polynom-konvex (siehe z.B. [14], Chap. I, Prop. 3.8) und insbesondere $\Gamma(U, \mathcal{O}_U)$-konvex. Kompakta in U sind genau dann $\Gamma(U, \mathcal{O}_U)$-konvex, wenn sie $\Gamma(\mathbb{C}^n, \mathcal{O})$-konvex sind ((3.2.2)). Wir zeigen: Für jede kohärente $\mathcal{O}$-Garbe F über $\mathbb{C}^n$ und jedes $T \in \Gamma(\mathbb{C}^n, F)'_{Fr}$ gilt: Mit K und L ist auch $K \cap L$ Träger von T. Wegen (3.4) ist dann $H^1(K \cup L, F) = 0$ für solche F und wegen [14], Chap. I. Prop. 2.3 ist $r_K^{\mathbb{C}^n}(\Gamma(\mathbb{C}^n, \mathcal{O}))$ dicht in $\mathcal{O}_{I, K \cup L}$. Also ergibt sich die Behauptung aus (5.1.2).

Seien F kohärente $\mathcal{O}$-Garbe und $T \in \Gamma(\mathbb{C}^n, F)'_{Fr}$ mit Träger K und L. Seien K_i, $1 \leq i \leq n$, Kompakta wie in (5.2.1), (ii),

$\tilde{K} := \prod_{i=1}^{n} K_i$, L_i, $1 \leq i \leq n$, die konvexe Hülle von $(\pi_i^{\mathbb{R}}(L)) \cup (K_i \cap \mathbb{R})$ und $\tilde{L} = \prod_{i=1}^{n} L_i$. Aus [14], Chap. I, Prop. 3.7. folgt: $\tilde{K} \cup \tilde{L}$ ist polynom-konvex und insbesondere $\Gamma(\mathbb{C}^n, \mathcal{O})$-konvex. Mit K und L sind $\tilde{K}$ und $\tilde{L}$ und somit wegen (3.3) auch $\tilde{K} \cap \tilde{L}$ und auch $L \cap (\tilde{K} \cap \tilde{L}) = K \cap L$ Träger von T.

<u>(5.2.4) COROLLAR: Seien U und K wie in (5.2.3). Dann besitzt $K \cup \mathbb{R}^n$ eine Umgebungsbasis aus offenen $\Gamma(U, \mathcal{O}_U)$-konvexen Mengen.</u>

<u>Beweis:</u> Sei $\emptyset = L_0 \subset L_1 \subset \ldots \subset L_m \ldots$ eine kompakte Ausschöpfung vom $\mathbb{R}^n$.

Sei V eine offene Umgebung von $K \cup \mathbb{R}^n$ in U. Wir nehmen an, daß wir für ein $m \in \mathbb{N}$ eine Folge von Kompakta $N_0, \ldots, N_{m-1} \subset V$ konstruiert haben mit den folgenden Eigenschaften:

(i) $L_p \cup K \subset N_p \subset V$ für $0 \leq p \leq m-1$.

(ii) N_p ist stark $\mathbb{R}^n$-saturiert und $\Gamma(U, \mathcal{O}_U)$-konvex für $0 \leq p \leq m-1$.

(iii) N_p ist Umgebung von N_{p-1} für $1 \leq p \leq m-1$.

Wir konstruieren N_m mit den Eigenschaften (i), (ii), (iii).

Seien dazu $\tilde{L}_i$ kompakte, konvexe Umgebung von der konvexen Hülle von $\pi_i^{\mathbb{R}}(L_m) \cup \pi_i^{\mathbb{R}}(N_{m-1})$ in $\mathbb{R}$, $1 \leq i \leq n$, und $L := \prod_{i=1}^{n} \tilde{L}_i$. Wegen (5.2.3) ist $L \cup N_{m-1}$ $\Gamma(U, \mathcal{O}_U)$-konvex, so daß wegen (3.2.1), (i) eine offene, $\Gamma(U, \mathcal{O}_U)$-konvexe Umgebung W von $L \cup N_{m-1}$ in V existiert. Wir wählen eine kompakte Umgebung $\tilde{M}$ von $L \cup N_{m-1}$ in W und setzen $M := (L + i\mathbb{R}^n) \cap \tilde{M}$. Dann hat $N_m := M_{W,W} = M_{U,U}$ die gewünschten Eigenschaften.

Beginnend mit $N_0 = K$ erhalten wir so eine aufsteigende Folge von Kompakta in V mit den Eigenschaften (i), (ii) und (iii). $\tilde{V} := \bigcup_{m \in \mathbb{N}} N_m$ ist offene, $\Gamma(U, \mathcal{O}_U)$-konvexe Umgebung von $K \cup \mathbb{R}^n$ in V.

<u>(5.3) SATZ: Seien U eine offene, $\Gamma(\mathbb{C}^n, \mathcal{O})$-konvexe Umgebung vom $\mathbb{R}^n$ im $\mathbb{C}^n$, F eine kohärente $\mathcal{O}_U$-Garbe, $E \subset \Gamma(U, \mathcal{O}_U)'_{Fr}$ gleichstetig mit Träger $\mathbb{R}^n$ und K ein kompakter, stark</u>

$\mathbb{R}^n$-saturierter, $\Gamma(U,\mathcal{O}_U)$-konvexer Träger von E in U. Dann ist $K \cap \mathbb{R}^n$ Träger von E.

Beweis: Mit Hilfe von (5.2.4) analog zum Beweis von (4.2).

(5.3.1) COROLLAR: Seien U eine offene Umgebung vom $\mathbb{R}^n$ im $\mathbb{C}^n$ und F eine kohärente $\mathcal{O}_U$-Garbe. Dann gilt: $F_{I,\mathbb{R}^n} = F_{P,\mathbb{R}^n}$.

Beweis: Mit Hilfe von (5.2.2) und (5.3) analog zum Beweis von (4.2.1).

6. $\mathbb{R}$-analytische Räume

$(X,\mathcal{R}_X)$ bezeichne im folgenden stets einen $\mathbb{R}$-analytischen Raum mit abzählbarer Topologie; dabei seien $\mathbb{R}$-analytische Räume völlig analog zu $\mathbb{C}$-analytischen Räumen definiert (insbesondere sind sie kohärent, aber nicht notwendig reduziert). Mit $\mathcal{A}_X = \mathcal{R}_X \otimes_{\mathbb{R}} \mathbb{C}$ erhalten wir einen $\mathbb{C}$-algebrierten Raum $(X,\mathcal{A}_X)$. Zu $(X,\mathcal{R}_X)$ existiert stets eime Komplexifizierung $(\tilde{X},\mathcal{O}_{\tilde{X}})$ mit abzählbarer Topologie, d.h. ein $\mathbb{C}$-analytischer Raum $(\tilde{X},\mathcal{O}_{\tilde{X}})$, so daß $X \subset \tilde{X}$ abgeschlossen und $\mathcal{O}_{\tilde{X}}|X$ isomorph ist zu $\mathcal{A}_X$ im Sinne von Garben von $\mathbb{C}$-Algebren ([18], Theor. 12).

Wir wenden nun die Ergebnisse von 5. auf $\mathbb{R}$-analytische Räume an. Dazu benötigen wir den folgenden Satz, der sich z.B. in [1] (Spezialfall von Theorem 7) findet.

(6.1) SATZ: Ist $(X,\mathcal{R}_X)$ n-dimensional und lokal vom Typ N (d.h. $N = \sup_{x\in X} \dim_{\mathbb{R}} T_x(X) < \infty$), so ist X einbettbar in den $\mathbb{R}^l$ für alle $l \geq n+N$, d.h. für alle $l \geq n+N$ existiert eine kohärente $\mathcal{R}_{\mathbb{R}^l}$-Idealgarbe I auf $\mathbb{R}^l$, so daß $(X,\mathcal{R}_X)$ isomorph ist zu $(Y,\mathcal{R}_Y)$, wo $Y = \operatorname{supp}(\mathcal{R}_{\mathbb{R}^l}/J)$ und $\mathcal{R}_Y = \mathcal{R}_{\mathbb{R}^l}/J\,|Y$.

(6.2) SATZ: $(X,\mathcal{R}_X)$ erfülle die Voraussetzungen von (6.1), $(\tilde{X},\mathcal{O}_{\tilde{X}})$ sei Komplexifizierung von $(X,\mathcal{R}_X)$ mit abzählbarer Topologie und $\tilde{F}$ sei kohärente $\mathcal{O}_{\tilde{X}}$-Garbe. Dann gilt: $\tilde{F}_{I,X} = \tilde{F}_{P,X}$.

Beweis: Seien l, I und Y wie in (6.1) mit $(X,\mathcal{R}_X) \cong (Y,\mathcal{R}_Y)$ vermöge eines $\mathbb{R}$-analytischen Isomorphismus φ.

Nach [5], prop. 15, existieren eine offene Umgebung U vom $\mathbb{R}^l$ und eine kohärente $\mathcal{O}_U$-Idealgarbe J auf U mit $(\tilde{Y},\mathcal{O}_{\tilde{Y}})$ ist Komplexifizierung von $(Y,\mathcal{R}_Y)$ mit $\tilde{Y} \cap \mathbb{R}^l = Y$, wo $\tilde{Y} = \operatorname{supp}(\mathcal{O}_U/J)$ und $\mathcal{O}_{\tilde{Y}} = \mathcal{O}_U/J\,|\,\tilde{Y}$. Nach [18], Theorem 17, können wir φ zu einem $\mathbb{C}$-analytischen Isomorphismus von einer offenen Umgebung von X in $\tilde{X}$ auf eine offene Umgebung von Y in $\tilde{Y}$ fortsetzen. Wir können uns also darauf beschränken zu zeigen: $\tilde{F}_{I,Y} = \tilde{F}_{P,Y}$ für jede kohärente $\mathcal{O}_{\tilde{Y}}$-Garbe $\tilde{F}$.

Bezeichnet $i : \tilde{Y} \longrightarrow U$ die kanonische Einbettung, so ist $i_*\tilde{F}$ kohärente $\mathcal{O}_U$-Garbe und es gilt mit (5.3.1):

$$\tilde{F}_{I,Y} = (i_*\tilde{F})_{I,\mathbb{R}^l} = (i_*\tilde{F})_{P,\mathbb{R}^l} = \tilde{F}_{P,Y}$$

(6.3) SATZ: $(X,\mathcal{R}_X)$ sei wie in (6.1), F eine kohärente $\mathcal{A}_X$-Garbe. Für $U \subset X$ offen können wir $\Gamma(U,F)$ mit einer lokalkonvexen Topologie versehen, so daß $\Gamma(U,F)$ zu einem ultrabornologischen Raum mit $\mathcal{C}$-Netz (für diesen Begriff verweisen wir auf [13]) wird, so daß gilt:

(i) Für alle $x \in U$ ist der Restriktionshomomorphismus $r_x^U : \Gamma(U,F) \longrightarrow F_x$ stetig, wobei F_x mit der Folgentopologie versehen ist. Darüber hinaus ist die lokalkonvexe Topologie auf $\Gamma(U,F)$ durch diese Eigenschaften eindeutig bestimmt und heißt auch kanonische Topologie auf $\Gamma(U,F)$. $\Gamma(U,F)_k$ bezeichne $\Gamma(U,F)$ versehen mit der kanonischen Topologie.

(ii) Für $V \subset U$ offen ist der Restriktionshomomorphismus $r_V^U : \Gamma(U,F)_k \longrightarrow \Gamma(V,F)_k$ stetig.

(iii) $\Gamma(U,F)_k$ ist nuklear, vollständig und Montel-Raum.

Beweis: Existenz: Wegen [5], Prop. 2 existiert eine Komplexifizierung $(\tilde{X},\mathcal{O}_{\tilde{X}})$ von $(X,\mathcal{R}_X)$ mit abzählbarer Topologie und eine kohärente $\mathcal{O}_{\tilde{X}}$-Garbe $\tilde{F}$ über $\tilde{X}$ mit $\tilde{F}|X = F$. Wegen (6.2) gilt für $U \subset X$ offen: $\tilde{F}_{I,U} = \tilde{F}_{P,U}$ ist ultrabornologisch ((2.3.2),(iii)) und besitzt ein $\mathcal{C}$-Netz wegen (2.2.1) und [13], § 35, 4., (7) und (11). Wir versehen $\Gamma(U,F) = \Gamma(U,\tilde{F})$

mit dieser Topologie. Die Stetigkeit der r_x^U für $x \in U$ folgt aus (2.1).

Eindeutigkeit: Ein abgeschlossener Teilraum eines Raumes (bzw. das Produkt einer Folge von Räumen) mit $\mathscr{C}$-Netz ist wieder ein Raum mit $\mathscr{C}$-Netz ([13], § 35, 4., (1) bzw. (6)); wegen des Satzes von der offenen Abbildung aus der de Wilde'schen Theorie ([13], § 35, 3., (1)) verläuft der Beweis analog zum Beweis im $\mathbb{C}$-analytischen Fall ([9], Kap. V, § 6, Satz 4).

(ii) und (iii) ergeben sich aus (2.3.2).

LITERATUR

[1] ACQUISTAPACE, F.; BROGLIA, F.; TOGNOLI, A.: A relative embedding theorem for Stein spaces. Ann. Scu. norm. sup., Serie IV, 2, 507-522, 1975

[2] BEHNKE, H.; THULLEN, P.: Theorie der Funktionen mehrerer komplexer Veränderlichen. Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, Band 51. Zweite, erweiterte Auflage. Berlin - Heidelberg - New York, Springer-Verlag, 1970

[3] BJORK, J.E.: Every compact set in $\mathbb{C}^n$ is a good compact set, Ann. Inst. Four. Univ. Gren., 20, 493-498, 1970

[4] BUNGART, L.: Holomorphic functions with values in locally convex spaces and applications to integral formulas. Trans. Am. Math. Soc., 111, 317 - 344, 1964

[5] CARTAN, H.: Variêtés analytiques réelles et variêtés analytiques complexes. Bull. Soc. Math. Fr., 85, 77-99, 1957

[6] FLORET, K.; WLOKA, J.: Einführung in die Theorie der lokalkonvexen Räume. Lecture Notes in Mathematics, Vol. 56, Berlin - Heidelberg - New York, Springer-Verlag, 1968

[7] GODEMENT, R.: Topologie algêbrique et théorie des faisceaux. Paris, Hermann, 1958

[8] GRAUERT, H.; REMMERT, R.: Analytische Stellenalgebren. Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, Band 176. Berlin - Heidelberg - New York, Springer-Verlag, 1971

[9] GRAUERT, H.; REMMERT, R.: Theorie der Stein'schen Räume. Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, Band 227. Berlin - Heidelberg - New York, Springer-Verlag, 1977

[10] GROTHENDIECK, A.: Sur certains espaces de fonctions

holomorphes, Journal Reine Angew. Math., 192, 35-64 und 77-95, 1953

[11] HARVEY, R.; WELLS, R.O., Jr.: Compact holomorphically convex subsets of a Stein Manifold. Trans. Am. Math. Soc., 136, 509 - 516, 1969

[12] HORVÁTH, J.: Topological vector spaces and distributions I. Reading, Addison-Wesley, 1966

[13] KÖTHE, G.: Topological vector spaces II. Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, Band 237. Berlin - Heidelberg - New York, Springer-Verlag, 1979

[14] MARTINEAU, A.: Sur les fonctionelles analytiques et la transformation de Fourier-Borel. Journ. Anal. Math., 11, 1-164, 1963

[15] MARTINEAU, A.: Sur la topologie des espaces de fonctions holomorphes. Math. Ann., 163, 62-88, 1966

[16] NARASIMHAN, R.: The Levi problem for complex spaces II. Math. Ann., 146, 195-216, 1962

[17] SIU, Y.-T.; TRAUTMANN, G.: Gap-sheaves and Extension of Coherent Analytic Subsheaves. Lecture Notes in Mathematics, Vol. 172, Berlin - Heidelberg - New York, Springer-Verlag, 1971

[18] TOGNOLI, A.: Proprieta globali degli spazi analitici reali. Ann. Math. Pura, Serie IV, 75, 143-218, 1967

[19] WELLS, R.O., Jr.: Holomorphic hulls and holomorphic convexity of differentiable submanifolds. Trans. Am. Math. Soc., 132, 245 - 262, 1968

W. DECKER
Fachbereich Mathematik
Universität Kaiserslautern
Erwin-Schrödinger-Str.

D - 6750 Kaiserslautern

(Eingegangen am 29. August 1980;
in revidierter Fassung am 8. Juli 1981)