Buchbesprechungen

Bernard Bolzano. Ein Denker und Erzieher im Österreichischen Vormärz. Von *E. Winter* in Verbindung mit *P. Funk* und *J. Berg*. (Sitzungsberichte, 252. Bd., 5. Abhandlung; Veröffentlichung der Kommission für Geschichte der Erziehung und des Unterrichts: Heft 8.) Mit einem Porträt, 134 S. Graz-Wien-Köln: Hermann Böhlaus Nachf., Kommissionsverlag der Österr. Akad. der Wissenschaften. 1967. Brosch. öS 156.—.

Eine der bedeutendsten Persönlichkeiten des österreichischen Vormärz ist *Bernard Bolzano*, über den *A. Lampa*, dessen Gedenken diese Schrift gewidmet ist, geschrieben hat: „*Bolzano* ist der bedeutendste österreichische Philosoph überhaupt, der dem Österreichertum einen Ehrenplatz in der Geschichte der Philosophie gesichert hat.“ Hervorragende Fachleute haben zu dieser Schrift beigetragen: *E. Winter* schrieb „Bernard Bolzano und sein Kreis“, „Die geistige Entwicklung Bolzanos“ und „Der Religionsphilosoph und der Sozialethiker Bolzano“, *J. Berg* den Beitrag „Bolzano als Logiker“ (übersetzt von *H. Fieber*) und *P. Funk* (unter Mitwirkung von *W. Frank*) „Bolzano als Mathematiker“. — Die menschliche Wärme, der Eifer für einen wahren, von der Liebe zum Menschen getragenen, religiösen und sozialen Fortschritt, die kühnen Vorwegnahmen wissenschaftstheoretischer und mathematischer Ideen, die uns aus den noch immer nicht ausgeschöpften Quellen entgegentreten, mahnen uns, daß die Nachwelt diesem Prager Denker noch viel schuldig ist. *F. Schweiger*, Wien

The Selected Papers of E. S. Pearson. VI, 327 S. Berkeley and Los Angeles: University of California Press. 1966. Geb. $ 6.75.

Jeder, der sich auch nur ganz oberflächlich mit statistischen Fragen beschäftigt hat, wird den Namen *E. S. Pearson* kennen. Dieser Band wurde zur Feier des 30jährigen Wirkens von *Pearson* als Herausgeber der Biometrika publiziert. Er umfaßt 21 Arbeiten, welche von 1928 bis 1963 reichen. Mit wenigen Ausnahmen sind diese alle in der Biometrika erschienen. Als Appendix ist eine Bibliographie der wissenschaftlichen Veröffentlichungen von *Pearson* beigegeben, welche 112 Nummern umfaßt. Den Band schmückt ein Bild des Geehrten. Ein zweiter Band ist den gemeinsamen Veröffentlichungen mit *Neyman* gewidmet. (Vgl. Monatsh. f. Mathem. Bd. **72**, S. 168). *L. Schmetterer*, Wien

Mathematischer Unterricht an deutschen Universitäten und Schulen. (Berichte von Studientagungen für belgische und luxemburgische Mathematiklehrer in Münster.) Von *H. Behnke* und *H.-G. Steiner*. 335 S. Göttingen-Zürich: Vandenhoeck & Ruprecht. 1967. Brosch. DM 19.80.

Die hier vorliegenden Berichte sind eine Auswahl von Vorträgen, die bei Studientagungen an der Universität Münster gehalten wurden. Es werden vor allem jene Sachgebiete der Mathematik behandelt, die entweder neu in die Lehrpläne der Höheren Schulen aufgenommen wurden (z. B. Mengen, Gruppen, logistische Maschinen) oder deren Behandlung unter wesentlich neuen Gesichtspunkten erfolgen soll (z. B. Gleichungslehre, Geometrie). Das Buch gewinnt für

Österreich dadurch an besonderer Aktualität, daß hier die Reform des Mathematikunterrichts durch das Inkrafttreten der neuen Lehrpläne heuer voll einsetzt. Die gestellten Themen werden in sehr straffer, aber doch gut verständlicher Form behandelt, wobei gelegentliche methodische Winke vor allem von den im Lehramt stehenden Lesern begrüßt werden dürften. Diejenigen, die sich intensiver mit den behandelten Stoffgebieten auseinander setzen wollen, finden bei einigen Artikeln Hinweise auf ausführlichere Darstellungen bzw. Literaturnachweise. Insgesamt liegt hier also ein Werk vor, das seinen Zweck voll erfüllt und dem interessierten Lehrer eine wertvolle Hilfe bietet. *E. Szirucsek*, Wien

Lehrbuch der Mathematik für die Oberstufe der allgemeinbildenden höheren Schulen. I. Teil für die fünfte Klasse (Erstes, zweites und drittes Heft). Von *J. Laub, E. Hruby, W. Körperth, W. Kranzer, H. Vohla, J. Alexander, I. Lewisch.* Wien: Hölder-Pichler-Tempsky. 1967/68. 1. Heft mit 90 Abb., 80 S., öS 28.—; 2. Heft mit 103 Abb., 96 S., öS 38.—; 3. Heft mit 141 Abb., 174 S., öS 45.—.

Das neue Lehrbuch der Mathematik für die 5. Klasse ist in 3 Heften erschienen und bringt alle Stoffgebiete, die der neue Lehrplan vorschreibt. Es unterscheidet sich ganz wesentlich von früher erschienenen Lehrbüchern. Man wird zugeben, daß die Gestaltung des Unterrichtes in der Mathematik in den letzten Jahrzehnten etwas erstarrt ist. Dies steht im Gegensatz zur Entwicklung der Mathematik die sich in die Breite und Tiefe vollzog. Die Mengenlehre hat in vielen Teilen der Mathematik Eingang gefunden und damit den Aufbau der Mathematik verändert. Der Gruppenbegriff spielt nicht nur in der Algebra eine große Rolle, er nimmt eine zentrale Stellung in der gesamten Mathematik ein. Auch der Begriff der Abbildung ist von großer Bedeutung. Daher sollen die Begriffe: Menge, Gruppe und Abbildung auch im Schulunterricht gebracht werden und ihre Bedeutung soll einigermaßen ersichtlich werden. Ein weiterer Zug in der modernen Mathematik ist die starke Abstraktion. Das begriffliche Denken steht vor dem Rechnen. Entsprechend dem Lehrziel, der Unterricht in Mathematik soll zum logischen Denken erziehen, bemüht man sich jetzt, in Begriffen zu denken, was bisher öfters vernachlässigt wurde, da die Schüler allzusehr im Rechnen trainiert wurden. Die Betonung verlagert sich heute von der formalen Rechentechnik auf ein tieferes Verständnis des Rechnungsvorganges. Unter Berücksichtigung der Fassungskraft der Schüler wird stets von Beispielen aus dem täglichen Leben oder dem bisherigen Lehrstoff der Mathematik ausgegangen und erst dann werden die Definitionen erarbeitet. Das erste Heft beginnt mit einfachen Begriffen der Mengenlehre, worauf einige Regeln über das Rechnen mit Mengen abgeleitet werden. An die mengentheoretischen Bezeichnungen werden sich die Schüler gewöhnen müssen. Ausführlich wird die Struktur der Menge der natürlichen Zahlen, der ganzen Zahlen und der rationalen Zahlen gebracht. Damit ergeben sich ganz natürlich die Begriffe: Gruppe, Ring und Körper. Dann folgen die Begriffe: ein- und mehrdeutige Zuordnung und der für den Aufbau der Geometrie wichtige Abbildungsbegriff. Sehr umfangreich ist das letzte Kapitel im zweiten Heft über Kongruenzabbildungen. Es wird mit Geradenspiegelung begonnen, auf die alle Kongruenzabbildungen zurückgeführt werden. Die hier verwendeten Begriffe finden Anwendung auf Konstruktionsaufgaben und bei Beweisen zahlreicher Lehrsätze der Geometrie. Im dritten Heft wird gezeigt, wie Funktionen heute methodisch behandelt werden sollen. Unter Verwendung vieler Begriffe werden lineare Gleichungen und Ungleichungen behandelt. Bei den Ähnlichkeitsabbildungen wird ein Einblick in die algebraische Struktur dieser Abbildungen vermittelt. Vektoralgebra in der Ebene, einfache Determinanten und Matrizen werden erstmals aus der Algebra gebracht. Es kann unmöglich der ganze dargebotene Lehrstoff in der 5. Klasse vorgetragen werden. Die Lehrer müssen eine Auswahl treffen. Die drei Hefte enthalten insgesamt mehr als 1000 Aufgaben. Im Unterricht wähle man nur so viel aus, um den Stoff gründlich einzuüben. Die Verfasser der Hefte, an ihrer Spitze Herr Direktor Dr. *Josef Laub* haben keine Mühe gescheut, um eine vollständig neue, moderne Darstellung des Lehrstoffes zu geben. Sie haben die Begriffe klar dargestellt, die Beweise der Sätze verständlich gemacht und zahlreiche, wohlüberlegte, interessante Aufgaben zur Verfügung gestellt. Für dies alles gebührt ihnen ganz besonderer Dank. Erst wenn eine Darstellung des ganzen Lehrstoffes der Oberstufe vorliegt und einige Lehrerfahrungen gesammelt wurden, kann ein abschließendes Urteil über die neuen Lehrpläne abgegeben werden. Jedenfalls verlangen die Hochschulen, daß ihre jungen Studenten im begrifflichen Denken geschult werden und darüber hinaus eine Sicherheit im Rechnen besitzen. *N. Hofreiter*, Wien

Transfinite Zahlen. (Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, Bd. 1.) Von *H. Bachmann.* Zweite, neubearb. Auflage. VIII, 228 S. Berlin-Heidelberg-New York: Springer-Verlag. 1967. Geb. DM 38.—, $ 9.50.

Es handelt sich um die 2. Auflage dieser ausgezeichneten Einführung in die Theorie der Ordinal- und Kardinalzahlen. Die 1. Auflage wurde bereits von *L. Schmetterer* in den Monatsh. f. Math. **59** (1955), S. 332 besprochen. Neu hinzugekommen ist weiterer Stoff über die Alephhypothese, über Äquivalenzen zum Auswahlaxiom sowie kleinere Ergänzungen in vielen Paragraphen.

G. Pilz, Wien

Elementary Algebra for College Students. II. Auflage. Von *I. Drooyan* und *W. Wooton.* X, 302 S. New York-London-Sydney: John Wiley & Sons. Inc. 1968. Geb. 66 s.

Bei diesem Buch handelt es sich um die 2. Auflage der von *J. Laub* in den Monatsh. f. Math. **66** (1962), S. 463 besprochenen 1. Ausgabe. Es wurden nur kleine Änderungen vorgenommen, z. B. ein zweifärbiger Druck und teilweise geänderte und ergänzte Übungsbeispiele. *G. Pilz*, Wien

Schaum's Outline of Theory and Problems of Linear Algebra. Von *S. Lipschutz.* 334 S. New York-St. Louis-San Francisco-Toronto-Sydney: Schaum's Outline Series. 1968. Brosch.

Ein integrierender Bestandteil der Ausbildung der Hochschüler sind die Übungen zu den Vorlesungen. Daher sind die Bücher: Schaum's Outline Series, Theory and Problems sehr willkommen. Dieser Band ist der heute besonders wichtigen linearen Algebra gewidmet. Jedes Kapitel beginnt mit Definitionen und Sätzen mit Beispielen. Dann folgen Aufgaben, die zum Teil Beweise von Sätzen darstellen, größtenteils aber reine Übungsaufgaben sind. Das Buch enthält mehr als 600 Aufgaben, die entweder vollständig gelöst oder deren Lösungen wenigstens angegeben werden. Wie zu erwarten ist, enthält das Buch Kapitel über Vektoralgebra, Matrizen, Determinanten, lineare Gleichungssysteme, Eigenwerte und Eigenvektoren, quadratische und hermitische Formen. Eine zentrale Stellung nehmen die Vektorräume und die linearen Abbildungen ein. Erstere werden axiomatisch eingeführt und es werden dann viele Beispiele gegeben. Umfangreich ist auch das Kapitel über kanonische Formen. Weiter seien lineare Operatoren und lineare Funktionale, Quotientenraum, dualer Raum, innere Produkträume, euklidische und hermitene Räume genannt. Dazu werden viele Anwendungen wie Orthogonalisierung und Diagonalisierung gebracht. Der Anhang bringt Abschnitte über Mengen und Relationen, algebraische Strukturen und Polynome über einem Körper. *N. Hofreiter*, Wien

Aufgaben zur Matrizenrechnung und Linearen Optimierung. Von *M. Bliefernich*, *M. Gryck*, *M. Pfeifer* und *C. J. Wagner*. 309 S. Würzburg: Physica-Verlag. 1968. Brosch. DM 11.20.

Für Studierende der Wirtschaftswissenschaften sind Kenntnisse aus der linearen Algebra und der linearen Optimierung erforderlich. Daher ist auch eine Aufgabensammlung erwünscht. Das Buch bringt nur ganz wenig Theorie und eignet sich daher nicht als Lehrbuch, sondern als eine erwünschte Ergänzung zur Vorlesung oder einem einschlägigen Lehrbuch. Es bringt eine große Anzahl von Aufgaben über Matrizenrechnung, über lineare Gleichungssysteme und über lineare Optimierung einschließlich Transport- und Zuordnungsproblemen. Die Aufgaben stammen teilweise aus der Wirtschaft, sind aber so vereinfacht, daß eine Durchrechnung ohne technische Hilfsmittel möglich ist. Es werden nicht nur die Resultate sondern auch die Lösungswege angegeben. *N. Hofreiter*, Wien

Extremal Properties of Polynomials. (Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics Nr. 78, 1965.) Herausgegeben von *S. B. Stečkin*. 90 S. Providence, R. I.: American Mathematical Society. 1967. Brosch. $ 5.10.

Bei diesem Bändchen handelt es sich um den Band der Proceedings of the Steklov Institute of Math. **78** (1965). Der Inhalt besteht aus Artikeln von *S. T. Zavališčin* über einige Extremaleigenschaften der trigonometrischen Polynome, von *S. B. Stečkin* und *L. V. Taikov* über minimale Erweiterungen linearer Funktionale (als funktionalanalytische Untersuchung). Der dritte Artikel ist von *Ju. N. Subbotin* über die Beziehungen endlicher Differenzen mit den entsprechenden Ableitungen reeller Funktionen, im vierten wird von *L. V. Taikov* eine Verallgemeinerung einer *Bernstein*'schen Ungleichung bewiesen. Der letzte Artikel ist von *N. I. Černyh*, der einige Extremaleigenschaften (reeller) Polynome, insbesondere trigonometrische Polynome behandelt. Die Artikel sind etwas länger als üblich und haben den gewohnten Charakter jeder Originalliteratur. *G. Pilz*, Wien

Geometry of Polynomials. (Mathematical Surveys Nr. 3.) Von *M. Marden*. XIII, 243 S. Providence, R. I.: American Mathematical Society. 1966. Geb. $ 12.70.

Es dürfte sich bei diesem Werk um das einzige handeln, in dem die Frage nach der Verteilung der Nullstellen komplexer Polynome halbwegs erschöpfend behandelt wird. Die Polynome werden als Funktionen von Parametern (z. B. ihrer Koeffizienten, einiger Nullstellen, Koeffizienten oder Nullstellen eines verwandten Polynoms) über der komplexen Ebene betrachtet. Diese Parameter denkt man sich einem bestimmten Bereich entnommen und es werden die Beziehungen zwischen diesem Bereich und dem Bereich aller Nullstellen untersucht. Die Resultate darüber liefern fast unmittelbar Aussagen über die Werteverteillungen analytischer Funktionen. Es wird mit den fundamentalen Sätzen von *Rouché*, *Hurwitz*, *Fekete* u. a. begonnen. Daran schließt der Autor eine Diskussion der kritischen Punkte (Nullstellen der Ableitung), aufbauend auf dem Satz von *Lucas*, daß alle kritischen Punkte in der konvexen Hülle aller Nullstellen liegen. Es folgen Fragen der Invarianz unter Lineartransformationen, der relativen Lage der Nullstellen eines Polynompaares, der kritischen Punkte der Polynome mit vorgegebenen Nullstellen sowie die Resultate über die Beträge der Nullstellen bei vorgegebenen Koeffizienten. Schließlich wird die Anzahl der Nullstellen in einer Halbebene, in einem Sektor und in einem gegebenen Kreis angegeben oder zumindest abgeschätzt. Sehr informativ sind die häufigen physikalischen, geometrischen, funktionentheoretischen und funktionalanalytischen Interpretationen.

G. Pilz, Wien

Basic Number Theory. (Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen, Bd. 144.) Von *A. Weil.* XVIII, 296 S. Berlin-Heidelberg-New York: Springer-Verlag. 1967. Geb. DM 48.—, US $ 12.00.

Das vorliegende Buch des berühmten Verfassers ist ein Lehrbuch der algebraischen Zahlentheorie und gliedert sich in zwei Teile. Der erste Teil beschäftigt sich mit den Grundlagen, der zweite bringt die Klassenkörpertheorie, sowohl im kleinen wie im großen. Es ist wohl die erste lehrbuchmäßige Darstellung dieser Theorie; sie folgt, nach den Ausführungen der Einleitung, einem alten unveröffentlichten Manuskript von *Chevalley*. Sie arbeitet mit hyperkomplexen Methoden, wie sie in den frühen Dreißigerjahren entwickelt wurden. Die benötigten Sätze der Algebrentheorie werden ab ovo entwickelt. Der Hauptsatz, daß eine überall zerfallende Algebra über einem algebraischen Zahlkörper schlechthin zerfällt, wird auf analytische Weise nach *Eichler* gefolgert. Im ersten Teil werden die Grundlagen entwickelt mit Hilfe der harmonischen Analyse, insbesondere wird das Haarsche Maß auf lokalkompakten Gruppen ausführlich benützt. Es ist klar, daß die Theorie der Adele und Idele im Vordergrund steht. Die Darstellung geht bis zur Funktionalgleichung der Dedekindschen Zeta-Funktion und der dazugehörigen L-Reihen. Jemanden, der in der klassischen Tradition aufgewachsen ist, wird diese Darstellung fremdartig anmuten, doch kann gesagt werden, daß gerade diese Art einen bequemen Weg zu den neueren Arbeiten liefert. Für die jungen Mathematiker, die mit Topologie, Haarschem Maß und *Bourbaki* aufgewachsen sind, gibt diese Darstellung einen schönen Weg zur klassischen Theorie. Es ist ja bedauerlicherweise heute so, daß die Jugend diese schöne Theorie fast nur vom Hörensagen kennt. So kann man hoffen, daß dadurch der algebraischen Zahlentheorie neue Mitarbeiter gewonnen werden. Für die Anwendungen der Theorie verweist der Verfasser nachdrücklichst auf die klassischen Darstellungen. Es braucht nicht gesagt zu werden, daß alle Entwicklungen sehr ausführlich dargestellt sind; man sieht, daß sie aus Vorlesungen des Verfassers in Princeton hervorgegangen sind. Es ist so ein sehr interessantes Buch entstanden, reich an vielen neuen Beweisen bzw. Beweiswendungen, wie dies bei diesem Verfasser ja selbstverständlich ist. (Es sei dem Referenten noch eine kleine Bemerkung gestattet: Der Verfasser gibt am Anfang seines Buches eine Zeittafel, in der die Mathematiker angeführt werden, welche zur Theorie der algebraischen Zahlen Bedeutendes beigetragen haben; man vermißt den Namen *Furtwängler*. Es hätte vielleicht auch auf Seite 36, Lemma 1 der Name von *Blichfeldt* angeführt werden können.) — Der Verlag hat diesem Buch eine gute Ausstattung gegeben.

E. Hlawka, Wien

Inequalities. (Proceedings of a Symposium Held at Wright-Patterson Air Force Base, Ohio, August 19—27, 1965.) Herausgegeben von *O. Shisha*. XIV, 360 S. New York-London: Academic Press. 1967. Geb. $ 18.00.

Aus dieser Sammlung von Vorträgen seien willkürlich herausgegriffen: *Diaz-Metcalf*, Variations of Wirtinger's Inequality; *Littlewood*, Some new inequalities and unsolved problems; *Motzkin*, Algebraic Inequalities; *Schoenberg*, On spline functions; *Taussky*, Positive-definite matrices. — Wenn die einzelnen Beiträge auch in keinem unmittelbaren Zusammenhang stehen, so bietet der Band doch im ganzen einen guten Überblick über aktuelle Probleme und Methoden der Theorie der Ungleichungen. *P. Flor*, Wien

Exercises in Mathematics. Von *J. Bass*. XII, 459 S. New York-London: Academic Press. 1966. Geb. $ 14.75.

Dieses Buch erschien ursprünglich in französischer Sprache und wurde besprochen in Mh. Math. **69** (1965), 459. Inhaltlich unterscheidet sich diese Übersetzung von der ursprünglichen Ausgabe nur dadurch, daß die Kapitel über lineare Algebra und über Wahrscheinlichkeitstheorie weggelassen wurden.
R. Mück, Wien

Elements of Real Analysis. Von *Sze-Tsen Hu*. XII, 365 S. San Francisco-Cambridge-London-Amsterdam: Holden-Day, Inc. 1967. Geb. $ 12.00.

In den letzten Jahren sind einige ausgezeichnete Bücher erschienen, die dem Leser eine Einführung in die reelle Analysis vermitteln (z. B. *H. L. Royden* [1963], *E. Hewitt-K. Stromberg* [1965] und *A. E. Taylor* [1965]). Die Reihe der Bücher zu diesem Thema wird nun fortgesetzt durch das vorliegende Buch, welches der Beitrag eines sehr routinierten Autors ist (acht Bücher in den letzten vier Jahren). Das Buch beginnt mit einem einleitenden Kapitel über Mengen, Funktionen und Relationen, welches sich schon bei diversen anderen Büchern des Autors bewährt hat. Gut gelungen scheint das zweite Kapitel, in welchem das System der reellen Zahlen charakterisiert wird als der im wesentlichen eindeutige, vollständige und archimedisch-geordnete Körper. Daran anschließend wird seine Topologie untersucht und die Lebesguesche Maß- und Integrationstheorie entwickelt, wodurch eine günstige Vorbereitung wie auch Motivation für ein späteres Kapitel über abstrakte Maß- und Integrationstheorie geschaffen ist. Ob es allerdings günstig ist, die klassischen Sätze der Lebesgueschen Integrationstheorie (monotone Konvergenz, Lemma von *Fatou*, dominierte Konvergenz) zunächst einfach als Übungsaufgaben zu stellen und erst später in der allgemeinen Form zu beweisen, erscheint fraglich. Das dritte Kapitel stellt eine Einführung in die elementare Theorie der topologischen Räume dar, während das vierte Kapitel den metrischen Räumen gewidmet ist, wobei soweit als möglich mit pseudometrischen Räumen operiert wird. Wie der Autor sagt „handelt es sich bei dem vorliegenden Buch um kein Lehrbuch der Topologie", so daß er auf schwierigere, längere Beweise verzichtet und dafür auf sein Buch „Introduction to General Topology" verweist. Das fünfte Kapitel über lineare, topologische Räume ist eine gut gelungene, knappe Einführung in die Funktionalanalysis (auch hier wird wieder soweit als möglich mit pseudonormierten Räumen gearbeitet). Daran schließt der bereits erwähnte Abschnitt über abstrakte Maß- und Integrationstheorie. Der Problemkreis des Satzes von *Radon-Nikodym* ist ausreichend behandelt, dagegen kommen die Produktmaße zu kurz (der Satz von

Fubini wird nur formuliert, aber nicht bewiesen). Etwas überraschend schließt das Kapitel mit einem vollständigen Beweis für die Existenz eines Haarschen Maßes in lokalkompakten Gruppen. Das letzte Kapitel enthält einen kurzen Abriß der Lebesgueschen Differentiationstheorie und eine noch kürzere Einführung (ganze vier Seiten) in das Schwartzsche Konzept der Distributionen. Jedem einzelnen Abschnitt sind zahlreiche Übungsaufgaben beigefügt, deren Niveau „etwas unstetig" zwischen „fast trivial" und „unmöglich" schwankt.

R. Mück, Wien

Calculus. Vol. I. (One-Variable Calculus, with an Introduction to Linear Algebra.) Zweite Auflage. Von *T. M. Apostol.* XX, 666 S. Waltham, Massachusetts-Toronto-London: Blaisdell Publishing Company. 1967. Geb. $ 11.50.

Die erste Auflage dieses Buches wurde bereits von *N. Hofreiter* in den Monatsh. f. Math. **66**, 466 (1962) ausführlich besprochen. Diese Neuauflage bringt in vielen Punkten Erweiterungen gegenüber der 1. Auflage: viele neue Übungsbeispiele wurden hinzugenommen, die Beweise werden hier jeweils nach den Behauptungen gegeben und exakt durchgeführt, nicht aber, wie in der 1. Auflage, manchmal als Übungsaufgaben gestellt. Ganz neu ist eine Einführung in die lineare Algebra (samt linearen Räumen und linearen Transformationen). Weiters wurde der Stoff in mehr Kapitel unterteilt, die jeweils ein wichtiges Teilgebiet behandeln. Die Darstellung ist breit und sehr leicht lesbar geblieben.

G. Pilz, Wien

Modern University Calculus. (Holden-Day Series in Mathematics.) Von *St. Bell, J. R. Blum, J. V. Lewis* und *J. Rosenblatt.* XXIII, 905 S. San Francisco-London-Amsterdam: Holden-Day, Inc. 1966. Geb.

Dies ist ein Lehrbuch für Studenten in den ersten Semestern. Es bietet stofflich ungefähr das, was üblicherweise den Inhalt einer einjährigen Vorlesung aus Differential- und Integralrechnung ausmacht. Dazu kommen noch Abschnitte über lineare Algebra und gewöhnliche Differentialgleichungen. Dies entspricht durchaus der auch im deutschen Sprachraum sich abzeichnenden Tendenz die traditionelle zweisemestrige Vorlesung über Differential- und Integralrechnung umzuwandeln in eine dreisemestrige Analysisvorlesung, in der dann auch die elementare Theorie der gewöhnlichen Differentialgleichungen behandelt wird. Der Titel „Modern University Calculus" ist nicht ganz verständlich, denn das vorliegende Buch ist keineswegs „moderner" als das klassische Lehrbuch von *Mangoldt-Knopp*, es wird nur das Riemannsche Integral definiert, die Transformationsformel für mehrfache Integrale wird nicht bewiesen und der Problemkreis des Stoke'schen Integralsatzes fehlt fast ganz (nur der Gaußsche Integralsatz in seiner einfachsten Form scheint auf). Das Buch ist sehr breit geschrieben, dadurch für den Anfänger leicht lesbar — aber auch etwas ermüdend (850 Seiten). Es gewinnt aber (insbesondere für eventuelles Selbststudium) durch seine große Zahl von Beispielen wie auch Gegenbeispielen und durch eine Fülle von Übergangsaufgaben. Es kann Studenten im ersten Studienjahr empfohlen werden.

R. Mück, Wien

Monotone Processes of Convex and Concave Type. Von *R. Tyrrell Rockafellar.* (Memoirs of the American Mathematical Society, Nr. 77.) 74 S. Providence, Rhode Island: American Mathematical Society. 1967. Brosch. $ 1.60.

Wie mancherlei Ansätze aus den letzten zwanzig Jahren nahelegen, scheint die Zeit reif für eine Algebraisierung desjenigen Teiles der Analysis, der sich mit

Begriffen wie Positivität, Monotonie und Konvexität befaßt. Es liegt nahe, Analogien zur linearen Algebra zu verwenden; doch sieht man keineswegs auf den ersten Blick, mit welchen Morphismen man eine Kategorie aufbauen soll. Hier macht der Autor — ohne sich im übrigen für die formal-algebraische Seite allzusehr zu interessieren — einen entscheidenden Ansatz: seine Morphismen sind nicht Abbildungen, sondern Mengen in Produkträumen (anders gesagt: mengenwertige Abbildungen), die von ihm so genannten *monotonen Prozesse*. Für sie werden in der vorliegenden Arbeit Analoga zu einigen Begriffen der linearen Algebra und Analysis entwickelt. Abschließend werden einige Sätze über das asymptotische Verhalten der Potenzen eines monotonen Prozesses hergeleitet.

P. Flor, Wien

Funktionentheorie. I. Bd. (B. I.-Hochschultaschenbücher Nr. 131/131 a.) Von *E. Peschl.* 274 S. Mannheim: Bibliographisches Institut 1967. Brosch.

Die Studenten werden es sehr begrüßen, daß nun ein ausgezeichnetes Lehrbuch der Funktionentheorie in den Hochschultaschenbüchern erschienen und damit außerordentlich billig zu erwerben ist. Das Buch ist aus einer zweisemestrigen Vorlesung hervorgegangen und zeichnet sich durch reichen Inhalt aus. Dabei ist aber die Darstellung doch sehr klar und erfordert nur ein intensives Mitdenken. Der Aufbau erfolgt in üblicher Weise im Riemannschen Sinn, also beginnend mit holomorphen Funktionen. Dann kommen Integralsätze und Reihenentwicklungen. Es schließen sich Laurentreihen, Residuenkalkül, meromorphe Funktionen und holomorphe Fortsetzung an. Den Abschluß bildet ein umfangreiches Kapitel über konforme Abbildungen. Wenn auch die Kapitelüberschriften weitgehend mit denen in anderen Lehrbüchern der Funktionentheorie übereinstimmen, so gilt dies keineswegs für die Beweise der Sätze. Hier kann man eine sehr eigenständige Darstellung feststellen. Entsprechend der starken Entwicklung der Topologie werden die topologischen Grundbegriffe beim Aufbau der Theorie viel berücksichtigt. Dies erfolgt stufenweise und hat den Vorteil, eine exakte Darstellung mit sehr allgemein gültigen Sätzen zu ermöglichen. Am Ende von jedem Kapitel sind zahlreiche Übungsaufgaben, teils zur Einübung, teils zur Ergänzung des Lehrstoffes. Wenn durch die neue Studienreform die Vorlesung über Funktionentheorie verbindlich nur mehr einsemestrig ist, wird man eine starke Auslese treffen und auf viele schöne Sätze der Funktionentheorie verzichten müssen.

N. Hofreiter, Wien

Theory of Functions of a Complex Variable. Vol. III. Von *A. I. Markushevich.* XI, 360 S. London-Sydney-Toronto-New Delhi-Tokyo-Englewood Cliffs: Prentice Hall, Inc. 1967. Geb. £ 5.4.0.

Dieser Band aus der Serie „Ausgewählte russische Publikationen der Mathematischen Wissenschaften" ist der letzte Teil einer dreibändigen Übersetzung des mehr als 700 Seiten umfassenden Originales. Wie schon der vorhergehende Band (besprochen in Monatsh. Math. **70**, 278) (1966) ist auch dieser ungewöhnlich ausführlich und bringt eine Vielfalt von Spezialgebieten auf bedeutendem Niveau. Er ist den analytischen Funktionen einer komplexen Variablen gewidmet und umfaßt: Konforme Abbildungen und Approximationstheorie (Abschnitt 1), Periodische und Elliptische Funktionen (Abschnitt 2), Riemannsche Flächen und Analytische Fortsetzung (Abschnitt 3). Besonders eingehend werden die konformen Abbildungen (Kap. 2) einschließlich der Theorie der Primenden und im Zusammenhang damit das Randverhalten von konformen Abbildungen behandelt.

Ebenso ist der Fourierreihenentwicklung und dem Parsevalschen Satz ein eigener Abschnitt gewidmet (Kap. 3). Mit den vom Übersetzer hinzugefügten 700 Beispielen und Problemen ist auch dieser dritte Band für ein tiefgehendes Selbststudium auf dem Gebiet der Funktionentheorie bestens geeignet.

H. Mitsch, Wien

Praktische Funktionenlehre. Von *F. Tölke*. IV. Band: Elliptische Integralgruppen und Jacobische elliptische Funktionen im Komplexen. Mit 74 Abb., VIII, 191 S. Berlin-Heidelberg-New York: Springer-Verlag. 1967. Geb. DM 87.—; US $ 21.75.

Überaus rasch ist nun der vierte Band dieses umfassenden Werkes über Theta- und elliptische Funktionen erschienen. Besprechungen vorhergehender Bände sind in Mh. Math. **55**, 176 (1951) und **71**, 187 (1967) bereits erschienen. Dieser Band behandelt elliptische Integralgruppen und die Jacobischen elliptischen Funktionen nebst ihren logarithmischen Ableitungen im Komplexen. Dieses wie immer hervorragend ausgestattete Werk kann durch seine Vollständigkeit und die vielen Abbildungen mit Recht als einzigartig bezeichnet werden.

F. Schweiger, Wien

Foundations of Potential Theory. (Reprint from the First Edition of 1929.) Die Grundlehren der mathem. Wissensch. in Einzeldarstellungen, Bd. 31. Von *O. D. Kellogg*. Mit 30 Fig., X, 384 S. Berlin-Heidelberg-New York: Springer-Verlag. 1967. Geb. DM 32.—; US $ 8.00.

Unveränderter Nachdruck der ersten Auflage aus dem Jahre 1929. Vgl. auch das Referat von *Helly* in den Mh. Math. **37,** 40 (1930). *H. Hornich*, Wien

Vorlesungen über partielle Differentialgleichungen zweiter Ordnung. (B. I. — Hochschultaschenbücher 165/165a.) Von *R. Leis*. 212 S. Mannheim: Bibliographisches Institut. 1967. Brosch.

Da die Theorie der partiellen Differentialgleichungen außerordentlich umfangreich ist, so muß bei einem Hochschultaschenbuch eine Auslese getroffen werden. Hier werden nur Differentialgleichungen zweiter Ordnung und davon in erster Linie Randwertaufgaben elliptischer Differentialgleichungen gebracht. Es handelt sich meist um klassische Probleme, für die alte und neue Lösungen gegeben werden. Die notwendigen Kenntnisse über lineare Operatoren werden in einem eigenen Kapitel bereitgestellt. Klarerweise werden die Dirichtletsche Randwertaufgabe, die Neumannsche Randwertaufgabe und die gemischte Randwertaufgabe ausführlich behandelt. Es geht vorwiegend um Existenz- und Eindeutigkeitsbeweise. Als Lösungsmethoden werden das Dirichletsche Prinzip, die Integralgleichungsmethode und die Hilbertraummethoden gebracht. Die letzten zwei Kapitel bringen die einfachsten Beispiele von parabolischen bzw. hyperbolischen Differentialgleichungen, nämlich die Wärmeleitungsgleichung und die Wellengleichung. Die theoretischen Physiker werden außerdem auf die Kapitel über Schwingungsgleichung und Maxwellsche Gleichungen aufmerksam gemacht. Damit dem Leser das Studium des Buches nicht zu schwer fällt, ist es wünschenswert, wenn er gute Kenntnisse über Flächenintegrale, über Variationsrechnung, Integralgleichungen und Funktionalanalysis mitbringt. *N. Hofreiter*, Wien

Contributions to the Method of Lie Series. Von *W. Gröbner* und *H. Knapp.* (B. I.-Hochschulskripten 802/802a.) 265 S. Mannheim: Bibliographisches Institut. 1967. Brosch.

Seit kaum 12 Jahren ist eine große Anzahl von Arbeiten über Lie-Reihen erschienen, die sich für die Auflösung von gewöhnlichen und partiellen Differentialgleichungen als sehr vorteilhaft erwiesen haben. Sie sind nicht nur theoretisch von großem Wert, sondern haben sich auch für die numerische Auflösung sehr bewährt, besonders seit man konvergenzverbessernde Methoden besitzt. Das Buch enthält fünf Kapitel, die von *W. Gröbner* und seinen Schülern *H. Knapp*, *H. Reitberger*, *G. Wanner* und *W. Watzlawek* verfaßt wurden. Im 1. Kapitel gibt *Gröbner* eine Einführung in die allgemeine Methode der Lie-Reihen (Definition, Konvergenz, grundlegende Eigenschaften, Darstellung der Lösungen von Systemen von Differentialgleichungen durch Lie-Reihen). Das 2. Kapitel bringt neue, rasch konvergierende Iterationsverfahren zur Lösung von Anfangs- und Randwertangaben und Anwendungen auf das Dreikörperproblem in der Himmelsmechanik und auf die periodischen Lösungen der van der Polschen Differentialgleichung. Kapitel 3 handelt von invarianten Funktionen und Charakteristiken und dem Verhalten der Lösungen von gewöhnlichen Differentialgleichungen in der Umgebung von kritischen Punkten. Im 4. Kapitel zeigt *Gröbner* den Zusammenhang zwischen allgemeinen partiellen Differentialgleichungen 1. Ordnung und den zugehörigen Charakteristiken von gewöhnlichen Differentialgleichungen. Die Lie-Reihen stellen Integralstreifen dar. Mit Hilfe verallgemeinerten Lie-Reihen wird im 5. Kapitel das Cauchysche Anfangswertproblem für homogene und inhomogene lineare partielle Differentialgleichungen höherer Ordnung gelöst.

N. Hofreiter, Wien

Spherical Harmonics. (An Elementary Treatise on Harmonic Functions with Applications.) International Series of Monographs in Pure and Applied Mathematics, Vol. 98. Von *T. M. MacRobert.* Dritte, verbesserte Auflage. XVIII, 349 S. Oxford-London-Edinburgh-New York-Toronto-Sydney-Paris-Braunschweig: Pergamon Press. 1967. Geb. £ 5 net.

Dieses Buch ist dem Andenken seines großen Autors gewidmet. *T. M. MacRobert* war im Jahre 1962, noch mit der Revision des Textes beschäftigt, verstorben und es war für *I. N. Sneddon* eine angenehme Verpflichtung, die Neuausgabe fertigzustellen, welche mit Bild, kurzem Lebenslauf und Schriftenverzeichnis des Autors ausgestaltet wurde. Das Ziel des Buches, ohne Verwendung funktionentheoretischer Methoden eine Einführung in die Theorie der Kugelfunktionen zu geben, welche die mathematische Physik berücksichtigt, wurde erreicht; einige Kenntnisse der Differential- und Integralrechnung und über Differentialgleichungen sind zum Verständnis hinreichend. — Das Buch beginnt mit einem Kapitel über Fouriersche Reihen, einer sehr schönen Behandlung der Wärmeleitung und der Transversalschwingungen gespannter Saiten. Nach diesen als Einübung dienenden Kapiteln erfolgt die Herleitung der sphärischen harmonischen Funktionen und der Kugelfunktionen. Zunächst wird die hypergeometrische Funktion besprochen, sodann folgt eine eingehende Behandlung der Legendreschen Polynome, der Legendreschen Funktionen und der assoziierten Funktionen. Das Problem der Reihenentwicklungen wird kurz gestreift; die Stetigkeit der Funktion $f(\vartheta, \varphi)$ ist aber nicht hinreichend, wie auf S. 131 behauptet wird. — Die nächsten Kapitel sind eine Fundgrube schöner Anwendungen (Potentiale von Schleifen, Blättchen und magnetischen Schalen, von Kugeln und Sphäroiden, Ladungsverteilungen, Probleme auf Drehellipsoiden und ekzentrischen

Kugeln etc.). Ein Kapitel ist den Polen der Kugelfunktionen gewidmet. Der letzte Teil des Buches enthält einiges aus der Theorie der Besselfunktionen, der hypergeometrischen Funktion und der assoziierten Legendreschen Funktionen beliebiger Ordnung. Das mit reichlicher Bibliographie, schönen Übungsaufgaben und historischen Bemerkungen ausgestattete Werk kann bestens empfohlen werden. *F. Schweiger*, Wien

Functional Analysis and Optimization. Von *E. R. Caianiello.* XIII, 225 S. New York-London: Academic Press. 1966. Geb. $ 11.50.

In der modernen mathematischen Theorie der Optimalisierung handelt es sich im allgemeinen um Probleme, welche man vom klassischen Gesichtspunkt aus als singuläre Variationsprobleme bezeichnen könnte. Das Studium derselben wurde und wird durch vielfältige Anwendungen kräftig stimuliert: Kontrollprobleme, Probleme der Automatisierung und der Adaption, Methoden der Entscheidungstheorien und andere spielen hier eine wichtige Rolle. Es ist ganz natürlich, daß die Funktionalanalysis ein bedeutendes Instrument zur Beherrschung solcher Optimierungsaufgaben ist. Das soll auch in dem vorliegenden Werk betont werden. Allerdings darf der Leser keine systematische Darstellung erwarten, da es sich um die Wiedergabe von Vorträgen einer Reihe von Fachleuten auf diesem Gebiet bei einem internationalen Symposium handelt. Wir lassen eine Liste der Autoren und der Titel der Vorträge folgen: *H. A. Antosiewicz:* Linear Control Systems-Controllability; *Jean Pierre Aubin:* Approximation of Variational Inequations; *A. V. Balakrishnan:* On the State-Space Theory of Nonlinear Systems; *E. R. Caianiello:* Nonlinear Problems Posed by Decision Equations; *C. Castaing:* On a Generalization of the Bang-Bang Principle; *R. Conti:* On Linear Controllability; *W. De Backer:* Some Computational Aspects of the Theory of Optimal Control; *J. Douglas*, Jr.: The Approximate Solution of an Unstable Physical Problem Subject to Constraints; *W. H. Fleming:* Optimal Control of Diffusion Processes; *H. Halkin:* Convexity and Control Theory; *R. Lattès:* Non-Well-Set Problems and the Method of Quasi Reversibility; *J. L. Lions:* On Some Optimization Problems for Linear Parabolic Equations; *L. Markus:* Controllability and Observability; *J. J. Moreau:* Convexity and Duality; *C. Muses:* The First Nondistributive Algebra, with Relations to Optimization and Control Theory; *A. Straszak:* Suboptimal Supervisory Control.

L. Schmetterer, Wien

Perturbation Theory for Linear Operators. (Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften Bd. 132.) Von *T. Kato.* Mit 3 Abb., XX, 592 S. Berlin-Heidelberg-New York: Springer-Verlag. 1966. Geb. DM 79.20.

„Perturbation theory for linear operators is a collection of diversified results in the spectral theory of linear operators, unified more or less loosely by their common concern with the behavior of spectral properties when the operators undergo a small change. Since its creation by *Rayleigh* and *Schrödinger*, the theory has occupied an important place in applied mathematics; during the last decades, it has grown into a mathematical discipline with its own interest. The book aims at a mathematical treatment of the subject, with due consideration of applications.

The mathematical foundations of the theory belong to functional analysis. But since the book is partly intended for physical scientists, who might lack training in functional analysis, not even the elements of that subject are presupposed. The reader is assumed to have only a basic knowledge of linear algebra and real and complex analysis. The necessary tools in functional analysis, which are restricted to the most elementary part of the subject, are developed in the text as the need for them arises".

Das vorliegende Werk enthält auf seinen 592 Seiten weit mehr, als dieser Abschnitt aus dem Vorwort vermuten ließe. Einen kleinen Einblick in die Fülle des behandelten Stoffes gewinnt man aus den Überschriften der zehn Kapitel dieses Buches: Operator theory in finite-dimensional vector spaces — Perturbation theory in a finite-dimensional space — Introduction to the theory of operators in Banach spaces — Stability theorems — Operators in Hilbert spaces — Sesquilinear forms in Hilbert spaces and associated operators — Analytic perturbation theory — Asymptotic perturbation theory — Perturbation theory for semigroups of operators — Perturbation of continuous spectra and unitary equivalence.

Besonders beeindruckt hat mich die Art der Darstellung dieses umfangreichen Stoffes, die meines Erachtens dem Zweck dieses Buches — eine systematische Darstellung der Störungstheorie linearer Operatoren zu geben, die sowohl für Studenten als auch für Experten brauchbar sein soll — in optimaler Weise angepaßt ist und es überdies ermöglicht, die Lektüre an fast jeder gewünschten Stelle zu beginnen. Der Verfasser hat sich nämlich große Mühe gegeben, neue Begriffe ausreichend zu motivieren, wichtige Resultate durch typische Beispiele zu illustrieren, bei komplizierteren Sachverhalten Analogien zu vertrauteren Tatsachen aufzuzeigen und immer explizit zu erwähnen, worauf es letzten Endes ankommt. Dabei hatte ich nie den Eindruck, „alles schon einmal gesehen zu haben"; im Gegenteil, man findet sogar manchmal Vereinfachungen bei scheinbar endgültigen Standardschlüssen.

Es ist klar, daß auf diese Art mit den als bekannt vorausgesetzten Grundkenntnissen allein kein lückenloser Aufbau der behandelten Theorie gegeben werden kann. Man muß immer wieder Resultate verwenden, wie z. B. die Sätze von *Hahn-Banach*, *Plancherel* und *Weierstraß*, die Vollständigkeit der trigonometrischen und Hermite'schen Funktionen, um nur einige zu nennen, die aus Platzmangel nicht bewiesen werden können. Für diese Sätze werden jedoch genaue Literaturhinweise gegeben.

Es braucht wohl kaum mehr besonders betont zu werden, daß hier ein Buch vorliegt, das bald für jeden, der an diesem Gebiet interessiert ist, unentbehrlich sein wird. *J. Cigler*, Groningen

Über die Menge der Minimallösungen bei linearen und nichtlinearen Approximationsproblemen. (Forschungsberichte d. Landes Nordrhein-Westfalen. Nr. 1883. Nr. 17 d. Schriften d. IIM. Serie A.) Von *D. Henze*. 31 S. Köln-Opladen: Westdeutscher Verlag. 1967. Brosch. DM 38.60.

Ein allgemeines Approximationsproblem besteht darin, den Abstand eines gegebenen Elementes f von einer gegebenen Menge V in einem linearen normierten Raum zu ermitteln. Elemente von V, die den kleinsten Abstand von f haben, heißen Minimallösungen des Approximationsproblems. Unter sehr allgemeinen Voraussetzungen wird ein Einschließungssatz für den Minimalabstand abgeleitet. Sodann werden unter stark einschränkenden Voraussetzungen Kriterien, also notwendige und hinreichende Bedingungen für Minimallösungen gefunden. Über die Menge der Minimallösungen für die Tschebyscheff-Approximation im Raum der vektorwertigen Funktionen wird ein Satz abgeleitet, der drei bekannte Sätze als Spezialfälle enthält. *N. Hofreiter*, Wien

Geometry Revisited. Von *H. S. M. Coxeter* und *S. Greitzer*. (New Mathematical Library 19.) New York: Random House. 1967. Brosch. $ 1.95.

Das amüsante und lehrreiche Buch, welches die Autoren ihren Enkelkindern gewidmet haben, bringt einige Kapitel Geometrie. Man findet eine Fülle reizvoller Sätze älteren und jüngeren Datums, wobei man erstaunt ist, daß manche Beweise nicht sehr alt sind, besonders, wenn er im Rahmen der euklidischen Geometrie bleiben soll (wie z. B. beim Satz von *Brianchon*). Das erste Kapitel ist den Dreiecken gewidmet (Satz von *Ceva*, merkwürdige Punkte, Satz von *Steiner-Lehmus*), das zweite Kapitel dem Kreis (Potenz, Satz von *Ptolemäus*, Satz von *Morley*). Es folgen ein Kapitel über Kollinearität (Satz von *Varignon*, Formel von *Brahmagupta*, Sätze von *Menelaos*, *Pappos*, *Desargues*, *Pascal* und *Brianchon*), ein weiteres über Transformationen, wo man interessante Anwendungen wiederholter Spiegelungen findet, über Inversion am Kreis (Satz von *Feuerbach*, Anklänge nichteuklidischer Geometrie) und über projektive Geometrie (Kegelschnitte, Polarentheorie). Das mit vielen historischen Anmerkungen, Übungsaufgaben und literarischen Kostproben ausgestattete Buch kann Schülern der Oberstufe, Studenten und anderen Interessierten bestens empfohlen werden.

F. Schweiger, Wien

Analytische Geometrie I. Von *H. Brauner*. Ausarbeitung einer Vorlesung im SS 1967. 114 S. Technische Hochschule Stuttgart-Mathem. Institut B. Brosch.

Analytische Geometrie. (I, 2. Teil u. II, 1. Teil.) Von *H. Brauner*. Ausarbeitung der Vorlesungen im SS 1967 u. WS 1967/68. 90 S. Universität Stuttgart-Mathem.-Institut B. Brosch.

Analytische Geometrie II. (2. Teil.) Von *H. Brauner*. Ausarbeitung einer Vorlesung im WS 1967/68. 223 S. Universität Stuttgart-Mathem. Institut B. Brosch.

Diese vorzügliche, am Erlanger Programm orientierte Vorlesungsausarbeitung hält geschickt die Waage zwischen intuitivem, anschaulichen Zugang, geometrischen Überlegungen und Theorie der Vektorräume. Das erste Kapitel gibt eine Einführung in die Geometrie der Ebene und des Raumes, wobei durch die Trennung der Begriffe Vektor und Ortsvektor der affine Raum vorbereitet wird. Man findet hier Skalar- und Vektorprodukt, Spatprodukt und elementare Abstandsaufgaben. Das zweite Kapitel ist n-dimensionalen Vektorräumen gewidmet, deren Theorie auf dem Austauschsatz von *Steinitz* aufgebaut wird. Die Einführung der Matrizen vor den linearen Abbildungen ist vielleicht etwas unmotiviert; es werden Rang, lineare Abhängigkeit und lineare Abbildungen eingehend besprochen. Determinanten werden als Linearformen eingeführt. Den ähnlichen und äquivalenten Matrizen sind die nächsten Seiten gewidmet. Das dritte Kapitel beschäftigt sich mit affinen Räumen. Dort werden Gleichungssysteme, affine Abbildungen und deren Klassifikation behandelt. — Eingehend werden im vierten Kapitel euklidische und unitäre Räume besprochen, wobei die Erweiterung eines euklidischen Vektorraumes zu einem unitären Vektorraum diskutiert wird. Bei den kurz erwähnten komplexen euklidischen Räumen mit isotropen Vektoren fehlt die Definition der zugehörigen Bilinearform. Es folgen normale und selbstadjungierte Abbildungen. Die Normalformen unitärer Abbildungen werden aufgestellt, das Hauptachsenproblem ist sorgfältig ausgearbeitet. Im affinen unitären (euklidischen) Raum werden die Maßaufgaben gelöst und eine Klassifikation der Kongruenzen gegeben. Die Theorie quadratischer Mannigfaltigkeiten im euklidischen Raum folgt, wobei Ebene und Raum ausführlich besprochen werden. Einiges aus der elementaren Theorie der Kegelschnitte und

Quadriken rundet hier das Bild ab. — Im fünften und sechsten Kapitel wird projektive Geometrie gebracht. Aus der Fülle des Gebotenen sei erwähnt: Klassifikation projektiver Abbildungen, Satz von *Staudt*, Normalformen der Projektivitäten, Dualität mit vielen schönen Anwendungen, Korrelationen, Nullsysteme, Polarsysteme und projektive Einteilung der Flächen 2. Ordnung folgen, ferner noch: die Sätze von *Pascal*, *Brianchon* und *Seydewitz*, projektive Erzeugung, ringartige Quadriken, affine Einteilung der Flächen 2. Ordnung und projektive Modelle des euklidischen Raumes. — Das ausführliche Formelverzeichnis am Ende jedes Bändchens und das Literaturverzeichnis erhöhen den praktischen Wert bedeutend. *F. Schweiger*, Wien

Geometrische Ordnungen. (Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen, Band 133.) Von *O. Haupt* und *H. Künneth*. Mit 20 Abb., VIII, 429 S. Berlin-Heidelberg-New York: Springer-Verlag. 1967. Geb. DM 68.—; US $ 17.00.

Als *ordnungsgeometrisch* werden hier Probleme folgender Art bezeichnet: in einem topologischen Raum G ist ein System k von Teilmengen gegeben. Eine Menge M hat den Punktordnungswert m bezüglich k, wenn M mit jeder Menge K von k höchstens m Punkte gemein hat. (Ein typisches Beispiel: k sei das System der Hyperebenen eines projektiven Raumes, M eine algebraische Kurve.) Gefragt wird nach der Gestalt von M bezüglich k, also etwa nach ordnungshomogenen Teilmengen, auch nach infinitesimalgeometrischen Eigenschaften. Der bekannte Vierscheitelsatz etwa ist ein „ordnungstheoretisches" Resultat, der Einfluß bestimmter Singularitäten auf andere Gestaltseigenschaften der Kurven eine ordnungstheoretische Fragestellung. Hier werden derartige Probleme systematisch von einigen grundlegenden Sätzen aus behandelt. Knapp über die Hälfte des Buches ist Problemen der ebenen Geometrie gewidmet. *P. Flor*, Wien

Resolution of Singularities of Embedded Algebraic Surfaces. (Pure und Applied Mathematics — A Series of Monographs and Textbooks.) Von *Sh. Sh. Abhyankar*. 291 S. New York-London: Academic Press. 1966. Geb. $ 13.50.

Von einem Spezialisten für Spezialisten geschrieben, soll das Buch eine in sich abgeschlossene Darstellung der berühmten Lösung des Resolutionsproblems von *Zariski* nebst Erweiterungen auf den Fall von Null verschiedener Charakteristik (die Methoden dazu wurden vom Autor selbst in verschiedenen Arbeiten entwickelt) geben. Diese Monographie soll auch dazu dienen, eine Einführung zu gewissen fundamentalen Aspekten der algebraischen Geometrie zu geben, wenn man gute Kenntnisse der kommutativen Algebra, der lokalen Ringe im besonderen und der *Grothendieck*schen Elemente voraussetzt. Eher scheint sie aber doch geschrieben zu sein, diesem schönen Kapitel der algebraischen Geometrie, in seiner Geschlossenheit, wie es der Autor vor seinem geistigen Auge erblickte, schriftliche Gestalt zu geben. Das Buch gliedert sich in drei Kapitel (Local Theory, Global Theory, Some Cases of Three-Dimensional Birational Resolution), wobei der Terminologie und den Präliminarien rund 80 Seiten gewidmet sind.
F. Schweiger, Wien

Theory and Problems of Projective Geometry. (Schaum's Outline Series.) Von *F. Ayres. Jr.* 243 S. New York: Schaum Publishing Co. 1967. Brosch. $ 3.50.

Dieser neue Band der Schaum's Outline Series ist in derselben Art geschrieben wie die meisten der vor ihm erschienenen Bände: er ist für Anfänger gedacht, mit besonderer Eignung zum Selbststudium. Zu jedem der 18 Kapitel wird zuerst die Theorie entwickelt und sodann eine große Anzahl von Übungsaufgaben angegeben. Ein Teil von diesen wird in allen Einzelheiten gelöst. Die Kapitel 1—12, Kap. 7 ausgenommen, sind rein synthetisch gehalten. Zuerst werden die grundlegenden Eigenschaften der ebenen projektiven Geometrie entwickelt. Im 13. Kapitel wird daraus die ebene affine Geometrie, im 14. Kapitel wieder daraus die ebene euklidische Geometrie abgeleitet. Kapitel 7 ist ziemlich unpassend eingestreut und bringt eine Axiomatisierung der ebenen projektiven Geometrie. Erst im Kapitel 15 wird daran angeknüpft und zum erstenmal werden die gewohnten analytischen Methoden eingesetzt. Das vorletzte Kapitel behandelt die Kegelschnitte, das letzte bringt jedoch, etwas unerwartet, die Einführung in die Theorie der Gruppen projektiver, affiner und euklidischer Abbildungen. Mit Rücksicht auf die letzten 3 Kapitel behandelt ein Anhang die Grundlagen der Matrizenrechnung. Ungewöhnlich sind in diesem Buch die starke Einschränkung der analytischen Methoden und die Herleitung der affinen bzw. euklidischen Geometrie aus der projektiven; besonders bemerkenswert ist die Vielzahl der Übungsaufgaben. *G. Pilz*, Wien

Darstellende Geometrie II. (B. I.-Hochschultaschenbücher für den Ingenieur, 133/133a.) Von *W. Wunderlich*. 234 S. Mannheim: Bibliographisches Institut, Hochschultaschenbücher-Verlag. 1967. Brosch.

Die ganz besonderen Vorzüge, die den ersten Band auszeichnen und in der Besprechung (Mh. Math. **71**, 748 (1967)) angeführt wurden, besitzt auch der zweite Band. Er schließt unmittelbar an den ersten Band an. Zu den ureigensten Aufgaben der Darstellenden Geometrie gehören die Abbildungsmethoden. Band II bringt die kotierte Projektion, die Nomographie, die Axonometrie und die Perspektive. Die Stoffauswahl ist reichlich, aber doch auf das Wesentliche beschränkt. Das Studium besonderer Flächenfamilien wird mit den Flächen 2. Grades fortgesetzt. Dann folgen Strahl- und Schiebflächen, ferner Schraubflächen und Spiralflächen. Letztere wurden vom Verfasser eingehend untersucht und haben erstmalig in einem Lehrbuch Aufnahme gefunden. Beide Bände enthalten relativ viel Mathematik, was den Vorteil hat, daß sich die Eigenschaften der Kurven und Flächen oft aus allgemeinen mathematischen Überlegungen rasch ableiten lassen. Besonders zahlreich sind die technischen Anwendungen. Anhand der beiden Bände erkennt man so recht die Bedeutung der Darstellenden Geometrie für den angehenden Ingenieur. *N. Hofreiter*, Wien

Convex Polytopes. (Pure and Applied Mathematics, A Series of Texts and Monographs, Vol XVI.) Von *B. Grünbaum*. XIV, 456 S. London-New York-Sydney: Interscience Publishers, a Division of John Wiley & Sons, 1967. Geb. 120 s.

Das vorliegende Buch kommt einem schon seit längerem bestehenden Bedürfnis nach, eine Zusammenfassung der in den letzten Jahren erzielten Resultate und Theorien über konvexe Polyeder zu geben. Nachdem durch lange Zeit hindurch Einzelresultate vorherrschten und die Beschäftigung mit Fragen der Konvexität viele Mathematiker abstieß, sind durch die Arbeiten von *Klee* und seiner Schule neue Gesichtspunkte aufgetreten, vor allem in kombinatorischer, topologischer und graphentheoretischer Hinsicht, aber auch im Hinblick auf die Anwendungen in der numerischen Mathematik. Im speziellen befaßt sich das Buch mit folgenden Themen: Nach einführenden Abschnitten werden die neighborly polytopes untersucht. Daran schließen sich Ergebnisse rund um den Eulerschen Polyedersatz an. Dann werden Randkomplexe und 3-Polyeder untersucht. In Abschnitten, die von *Shephard* und *Klee* stammen, werden schließlich Addition und Zerlegung von Polyedern und Pfade behandelt. Da bisher keine umfassende Zusammenstellung der kaum übersehbaren Literatur über konvexe Polyeder vorhanden ist, ist der umfangreiche Index besonders wertvoll. Es ist sehr wahrscheinlich, daß von dem Buch viele Anregungen ausgehen werden, und daß es ein vermehrtes Interesse für Fragen der Theorie der Polyeder wecken wird.

P. Gruber, Wien

Elements of Mathematics General Topology. Bd. 1. Von *N. Bourbaki.* VII, 436 S. Reading, Massachusetts-Palo Alto-London-Don Mills, Ontario: Addison-Wesley Publishing Company. 1966. Geb. 130/—.

Es handelt sich hier um eine getreue Übersetzung ins Englische des dritten Buches von *N. Bourbaki* über Allgemeine Topologie. Der Übersetzung wurden jeweils die neuesten Auflagen der einzelnen Bände zugrunde gelegt. Eine Besprechung dieses Fundamentalwerkes der Mathematik, das ja jeder Mathematiker kennt, erübrigt sich wohl. *P. Gerl*, Wien

Homology Theory. An Introduction to Algebraic Topology. Von *P. J. Hilton* und *S. Wylie.* XV, 484 S. Cambridge: University Press. 1967. Brosch. 22 s. 6 d. net in U. K., $ 3.95 in U. S. A.

Das vorliegende Buch ist, von einigen kleinen Korrekturen abgesehen, ein getreuer Neudruck dieses bedeutenden Werkes, das erstmals 1960 erschienen ist. Es sei auf die ausführliche Besprechung in Mh. Math. **66**, S 92 (1962) verwiesen.

P. Gerl, Wien

Spektraldarstellung linearer Transformationen des Hilbertschen Raumes. (Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, Bd. 39.) Von *B. Sz.-Nagy.* Berichtigter Neudruck. VI, 81 S. Berlin-Heidelberg-New York: Springer-Verlag. 1967. Geb. DM 18.—, $ 4.50.

Obwohl seit dem Erscheinen der ersten Auflage die Theorie der linearen Räume und der linearen Transformationen eine vehemente Entwicklung erfuhr und nun eine umfangreiche, einigermaßen abgerundete Disziplin darstellt, ist das Buch auch vom heutigen Standpunkt aus noch pädagogisch und fachlich ausgezeichnet. Vor allem jenen Lesern, die sich kurz und direkt über normale Operatoren und deren Spektraldarstellungen informieren wollen, bietet das Buch einen Vorteil gegenüber moderneren und umfangreicheren Werken. Darstellung und Aufbau sind knapp und klar — dennoch bleiben die Beweise ausführlich und leicht faßbar. Nach einer kurzen Einführung über Hilbertsche Räume und lineare Transformationen werden Projektionen, Spektralscharen und Integrale von Funktionen bezüglich einer Spektralschar betrachtet. Sodann werden verschiedene Klassen von Funktionen eines selbstadjungierten Operatores, kanonische Zerlegung von Operatoren und schließlich die Theorie der einparamatrigen Halbgruppen normaler, selbstadjungierter und unitärer Operatoren untersucht. Das alles geschieht auf knapp 80 Seiten. Der Neudruck ist nicht nur gerechtfertigt, sondern sogar sehr erfreulich. *W. Hazod*, Wien

Commutation Properties of Hilbert Space Operators and Related Topics. (Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, Bd. 36.) Von *C. R. Putnam.* XII, 167 S. Berlin-Heidelberg-New York: Springer-Verlag. 1967. Geb. DM 28.—; US $ 7.—.

Dieses Buch von *C. R. Putnam* schließt eine Lücke zwischen theoretischer Physik und Mathematik: Seit den Arbeiten von *Weyl* (1928) und von *Neumann* (1931) sind Kommutatorrelationen, Wellen, — Schrödinger- und Hamiltonoperatoren wesentliche Bestandteile der Quantenmechanik. Die exakte mathematische Behandlung und die Eingliederung dieser Begriffe in die Theorie der linearen Transformationen blieben vorerst zurück und beginnen erst seit den Arbeiten von *Wintner* (1947) zu florieren. Seitdem erschienen zahlreiche weit verstreute Arbeiten, zum Teil vom rein mathematischen Standpunkt, zum Teil als Beitrag zur mathematischen Begründung der Quantentheorie (Der Verfasser zitiert allein über 30 eigene einschlägige Publikationen). Es ist das Verdienst dieses Buches, das alles zusammenzufassen und ein abgerundetes Bild der bisher entwickelten Theorie — sowohl ihrer rein mathematischen als auch quantenmechanischen Aspekte — zu entwerfen. Es beginnt mit der Trennung der beschränkten Operatoren in Kommutatoren und Nicht-Kommutatoren, mit der Struktur, insbesondere den Spektraleigenschaften, von Operatoren, die mit Kommutatoren vertauschbar sind, von halbnormalen und normalen Operatoren. Anschließend folgen quantenmechanische Anwendungen: Schrödingeroperatoren, Hamilton-, Jakobi-, Toeplitzoperatoren und Wellenoperatoren, deren Existenz und Eindeutigkeit. Ein ausführliches Literaturregister beschließt die Arbeit.

W. Hazod, Wien

Lineare Strukturen in Mathematik und Statistik, unter besonderer Berücksichtigung der Faktoren- und Transformationsanalyse. (Arbeiten aus dem Institut für Höhere Studien und wissenschaftliche Forschung, Wien, Nr. 1.) Von *J. Roppert* und *G. Fischer.* 74 S. Wien-Würzburg: Physica Verlag. 1965. Brosch. öS 160.—, DM 24.—.

Bereits vor drei Jahren erschien die erste Nummer der Schriftreihe des Institutes für Höhere Studien und Wissenschaftliche Forschung in Wien. Das Heft enthält fünf Arbeiten, von denen die ersten drei von *G. Fischer* und *J. Roppert* gemeinsam verfaßt wurden. Sie sind interessante Beiträge znr Faktorenanalyse, die heute ein wichtiges statistisches Verfahren in der Psychologie ist. Die letzten zwei Arbeiten stammen von *J. Roppert* und gehören der Funktionalanalysis bzw. der Wahrscheinlichkeitstheorie an. Ausgangspunkt und Ziel fast aller Arbeiten sind Probleme der Praxis.

N. Hofreiter, Wien

Herausgeber, Eigentümer und Verleger: Springer-Verlag, A-1010 Wien, Mölkerbastei 5. — Für den Inhalt verantwortlich: Prof. Dr. Nikolaus Hofreiter, A-1040 Wien, Schelleingasse 39. — Für den Anzeigenteil verantwortlich: Alois Hailwax, A-1030 Wien, Paracelsusgasse 8.
Druck: Tiroler Graphik Ges. m. b. H., A-6010 Innsbruck, Innrain 27-29. — Printed in Austria.