Werk

Titel: Kritische Betrachtungen zur theoretischen Statistik

Autor: Bortkewitsch, L. von

Ort: Jena

Jahr: 1896

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?345616359_0066|log101

Kontakt/Contact

Digizeitschriften e.V.
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

info@digizeitschriften.de

XIII.

Kritische Betrachtungen zur theoretischen Statistik.

Von

Dr. L. v. Bortkewitsch,
Privatdozent in Strafsburg.

Dritter Artikel[1]).

Es sei für eine beliebige statistische Masse irgend welche Relativzahl berechnet worden, welche die Intensität einer an der Masse beobachteten Erscheinung oder die Häufigkeit des Vorkommens eines bestimmten an den die Masse bildenden Einzelfällen wahrnehmbaren Merkmals zum Ausdruck bringt.

Nach Maßgabe der vorliegenden statistischen Kenntnisse wird man imstande sein, die gegebene Masse in eine Anzahl von Teilmassen zu zerlegen, indem man ein bestimmtes Einteilungsprinzip zu dem Zwecke verwendet.

Man bezeichne als Verteilungsfaktoren die Serie der echten Brüche, welche angeben, wie stark die auf die verschiedenen Teilmassen entfallenden Einzelfälle an der Totalmasse vertreten sind.

Es wird oft möglich sein, für eine jede der erhaltenen Teilmassen den numerischen Wert der in Frage stehenden Relativzahl gesondert zu ermitteln. Man wolle solche Werte Spezialkoeffizienten nennen und den ursprünglichen, auf die Totalmasse bezüglichen Wert als Generalkoeffizienten bezeichnen.

Obige Sätze sollen an dem Fall der Kriminalitätsziffer für das Deutsche Reich im Jahre 1892 exemplifiziert werden[2]).

---

1) S. diese Jahrbücher, Dritte Folge, Bd. VIII, S. 641 ff. und Bd. X, S. 321 ff. Obwohl ich in diesem 3. Artikel an eine bereits im 1. Artikel erörterte Frage anknüpfe, so geht der Zusammenhang zwischen dem dort und dem hier entwickelten doch nicht so weit, dafs die Lektüre des ersten, geschweige denn des zweiten Artikels notwendig wäre, um den gegenwärtigen Artikel verständlich zu machen. Letzterer ist vielmehr auf einen gröfseren Leserkreis berechnet, indem hier versucht worden ist, das Mathematische ganz zurückzudrängen.

2) Statistik des Deutschen Reiches, N. F., Bd. 71. Berlin 1895.

Dividiert man die Zahl der im Laufe des genannten Jahres von den Gerichten verurteilten Personen durch die Zahl der strafmündigen (über 12 Jahre alten) Personen der Civilbevölkerung, so erhält man als allgemeine Kriminalitätsziffer den Zahlenwert 0,0120, was einem Promillesatz 12,0 entspricht.

In der strafmündigen Bevölkerung kommen auf 48 Männer 52 Frauen. Demnach erscheinen die echten Brüche 0,48 und 0,52 als Verteilungsfaktoren.

Da nun die Verurteilten ebenfalls nach dem Geschlecht gegliedert vorliegen, so ist es ein Leichtes, die Kriminalitätsziffer für jedes der beiden Geschlechter gesondert zu berechnen. Die männliche Bevölkerung weist eine Kriminalität von 20,6 $^0/_{00}$, die weibliche eine solche von 4,1 $^0/_{00}$ auf. Das sind die entsprechenden Spezialkoeffizienten.

Die Beziehung zwischen dem Generalkoeffizienten (12,0 $^0/_{00}$) und den Spezialkoeffizienten kommt in folgender Gleichung zum Ausdruck:

$$12{,}0 = 0{,}48 \times 20{,}6 + 0{,}52 \times 4{,}1.$$

Um den Wert des Generalkoeffizienten zu erhalten, muß man also die einzelnen Spezialkoeffizienten mit den entsprechenden Verteilungsfaktoren multiplizieren und die so gewonnenen Produkte addieren.

Die Art der Zusammensetzung eines Generalkoeffizienten aus Spezialkoeffizienten ist für keine statistische Relativzahl eine feststehende Thatsache. Sie bestimmt sich vielmehr nach dem Zweck und den Mitteln der Forschung. So hätte man bei der Kriminalitätsziffer, anstatt die Zerlegung nach dem Geschlecht eine solche nach dem Alter oder nach dem Beruf vornehmen können.

Es leuchtet aber ein, daß nicht jedes an sich mögliche und anwendbare Einteilungsprinzip dem Statistiker willkommen sein wird. Insbesondere ist eine solche Art der Zerlegung unfruchtbar, bei welcher sich Spezialkoeffizienten ergeben, die einander numerisch gleich sind. Denn dieses Ergebnis würde besagen, daß die der Zerlegung zu Grunde gelegte Thatsache mit der Erscheinung, deren Intensität oder Häufigkeit die Relativzahl ausdrückt, in keinem Zusammenhang steht.

In manchen Fällen wird man von vornherein darauf gefaßt sein müssen, daß eine bestimmte Zerlegung zu gleichen Spezialkoeffizienten führen wird. In anderen Fällen wiederum ist es im voraus nicht bekannt, ob die Zerlegung sich als fruchtbar oder als unfruchtbar erweisen wird, und da besteht nun eine der wichtigsten Aufgaben der forschenden Statistik darin, für konkrete Fälle jene Frage zu lösen.

Eine besondere Aufmerksamkeit verdient nun derjenige Fall, wo jede denkbare Art der Zerlegung einer gegebenen Totalmasse in Teilmassen stets zu numerisch gleichen Spezialkoeffizienten führt. Man verabrede sich, einen Generalkoeffizienten, der sich auf solch eine Totalmasse bezieht, einen Elementarkoeffizienten zu nennen.

Dagegen wolle man als Durchschnittskoeffizienten jede statistische Relativzahl bezeichnen, die obige Bedingung nicht erfüllt.

Es ist klar, daß die auf Grund einer vorgenommenen Zerlegung gewonnenen Spezialkoeffizienten ihrerseits unter die Form von Generalkoeffizienten gebracht werden können, nämlich dadurch, daß man die gegebenen Teilmassen einer weiteren Zerlegung (nach einem neuen Einteilungsprinzip) unterwirft.

Daran anknüpfend, kann man Durchschnittskoeffizienten erster, zweiter, dritter ... Ordnung unterscheiden, je nachdem man schon auf Grund einer ersten Zerlegung oder erst auf Grund einer zweiten oder einer dritten ... Elementarkoeffizienten erhält.

Man nehme z. B. an — was freilich in der Wirklichkeit nicht zutrifft, daß die Kriminalitätsziffer für eine nach Geschlecht, Alter und Beruf determinierte Menschenmasse ein Elementarkoeffizient sei, d. h. daß jede weitere Zerlegung der Masse nach neuen Einteilungsprinzipien stets numerisch gleiche Spezialkoeffizienten ergeben würde. Dann würde die für die Gesamtbevölkerung ohne jede Unterscheidung berechnete Kriminalitätsziffer als ein Durchschnittskoeffizient dritter Ordnung sich darstellen. Die gesondert für jedes Geschlecht berechneten Kriminalitätsziffern würden als Durchschnittskoeffizienten zweiter Ordnung und schließlich die zugleich nach den zwei Merkmalen des Geschlechts und des Alters spezialisierten Kriminalitätsziffern als Durchschnittskoeffizienten erster Ordnung erscheinen. Die letzteren würden nämlich unmittelbar aus Elementarkoeffizienten zusammengesetzt sein.

Unter Anwendung obiger Terminologie kann man die Behauptung aufstellen, daß die Relativzahlen, deren sich die Statistik bedient, in der Regel Durchschnittskoeffizienten hoher und höchster Ordnungen sind. Die Statistik vermag in der That keine Relativzahl aufzuweisen, deren Charakter als Elementarkoeffizient verbürgt wäre, und es steht bezüglich der meisten Relativzahlen zu erwarten, daß die Anwendung neuer Einteilungsprinzipien — und die Zahl der letzteren hat nur an der Zahl der Merkmale, die an den die Masse bildenden Einzelfällen wahrnehmbar sind, eine Grenze — sich als fruchtbar in oben angedeutetem Sinne erweisen würde.

Angesichts dieser Sachlage muß es aber jedesmal befremden, wenn der wissenschaftliche und praktische Wert einer in bestimmter Weise berechneten Relativzahl lediglich aus dem Grunde angezweifelt wird, weil derselben die Eigenschaft eines Elementarkoeffizienten nachgewiesenermaßen nicht zukomme.

Ein durch die neueste bevölkerungsstatistische Forschung in den Vordergrund geschobener Fall dieser Art liegt bei dem sog. summarischen Sterblichkeitskoeffizienten oder der allgemeinen Sterbeziffer vor.

Die Erkenntnis, daß letztere Größe wesentlich davon abhängig ist, wie sich die lebende Bevölkerung namentlich nach dem Alter zusammensetzt, brachte es mit sich, daß eine Berechnung der Sterb-

lichkeit ohne Berücksichtigung der Altersgliederung der betreffenden Bevölkerung von nun an als fehlerhaft angesehen wird [1]). Diesen als störend bezeichneten Einfluß der verschiedenen Besetzung einzelner Altersklassen haben einige Statistiker mittels eigentümlicher Methoden zu eliminieren versucht, die größtenteils darauf hinauslaufen, den summarischen Sterblichkeitskoeffizienten, wie sich letzterer aus der Division der verlebten Zeit in die Gesamtzahl der eingetretenen Sterbefälle ergiebt, durch künstliche Sterbeziffern zu ersetzen. Die dahin formulierten Vorschläge sollen im folgenden erörtert werden. Vor allem weiteren muß man aber bei den Prämissen, von denen die Anhänger jener Methoden auszugehen pflegen, einen Augenblick verweilen.

Handelt es sich um die Vergleichung zweier Orte, etwa der Stadt A mit der Stadt B in Bezug auf Sterblichkeit — und irgend eine Vergleichung dieser Art ist meistens der Zweck bei Bestimmung der Sterblichkeit [2]) — so beginnt man gewöhnlich damit, daß man den summarischen Sterblichkeitskoeffizienten jeder der beiden Bevölkerungen findet.

Es ist nun vollständig richtig, mit Körösi zu sagen, daß weder die so berechneten Relativzahlen an sich, noch die Differenz zwischen dem Sterblichkeitskoeffizienten der Stadt A und demjenigen von B etwas von den Ursachen verraten, die jene Differenz herbeigeführt haben. Um nun diesen Ursachen nachzugehen, zerlegt der Statistiker die lebende Bevölkerung von A und die von B und ebenso die Verstorbenen in eine Anzahl analoger Gruppen nach einem bestimmten Unterscheidungsmerkmal, z. B. in je 4 Altersgruppen. Für die Bevölkerungen von A und von B sind dann je 4 Verteilungsfaktoren, welche die numerischen Anteile der einzelnen Altersklassen an der Gesamtbevölkerung darstellen (es seien dies α_1, α_2, α_3, α_4 bei der Stadt A und β_1, β_2, β_3, β_4 bei der Stadt B) und je 4 Spezialkoeffizienten der Sterblichkeit (es seien dies a_1, a_2, a_3, a_4 bei der Stadt A und b_1, b_2, b_3, b_4 bei der Stadt B) zu ermitteln. Waren die summarischen Sterblichkeitskoeffizienten bei A und B a resp. b, so hat man jetzt:

$$a = \alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + \alpha_3 a_3 + \alpha_4 a_4,$$
$$b = \beta_1 b_1 + \beta_2 b_2 + \beta_3 b_3 + \beta_4 b_4.$$

Man wird nunmehr a_1 mit b_1, a_2 mit b_2 u. s. w. zu vergleichen haben und es werden sich hierbei sehr wahrscheinlich kleinere Differenzen herausstellen als die zwischen a und b wahrgenommene Differenz, weil eine Ursache der numerischen Verschiedenheit der Sterblichkeitswerte in den zwei Bevölkerungen durch die vorgenommene Zerlegung eliminiert worden ist — und das ist die ungleiche Besetzung der einzelnen Altersklassen der lebenden Bevölkerung in A und in B. In diesem

1) Josef Körösi, Ueber die Berechnung eines internationalen Sterblichkeitsmafses, in diesen Jahrbüchern, Dritte Folge, Bd. VI, S. 215—229. Der Artikel ist abgedruckt im Bulletin de l'Institut international de Statistique. Tome VIII. Rome, 1895, p. 133 ff.

2) Die rein administrativen Zwecke, von denen Körösi auf S. 226 des cit. Artikels spricht, kommen hier weniger in Betracht.

Sinne wird man sagen können, daß die Gegenüberstellung der Zahlenwerte α_1, α_2, α_3, α_4 den Zahlenwerten β_1, β_2, β_3, β_4 zur teilweisen Erklärung der Differenz $a—b$ zu dienen imstande sei. Es scheint mir aber kein Grund vorzuliegen, zwischen den Sterblichkeitskoeffizienten a und b einerseits und den Sterblichkeitskoeffizienten a_1, a_2, a_3, a_4 und b_1, b_2, b_3, b_4 andererseits einen begrifflichen Unterschied, wie es Körösi will, dahin zu statuieren, daß erstere Größen bloß „deskriptiver", letztere hingegen „kausalerklärender" Natur wären [1]).

Nach Körösi's Auffassung ist nämlich der Satz „in der Stadt A beträgt der Sterblichkeitskoeffizient für alle Altersklassen a" ein deskriptives, der andere Satz aber „in der Stadt A beträgt der Sterblichkeitskoeffizient in der Altersklasse z. B. von 0 bis 1 Jahr a_1" ein kausalerklärendes Urteil. Nebenbei bemerkt, schließt letzterer Satz weder allein für sich genommen, noch zu dem Satz „der Sterblichkeitskoeffizient der Altersklasse 0 bis 1 Jahr in B stellt sich auf b_1" in Beziehung gebracht, eine Aussage über einen kausalen Zusammenhang zwischen irgend welchen Erscheinungen ein [2]).

Mit der nicht ganz glücklich gewählten Ausdrucksweise will Körösi, wie es aus anderen Stellen hervorgeht, nur dies sagen, daß eine Differenz, die sich zwischen den für die nämliche Alterklasse berechneten Spezialkoeffizienten der Sterblichkeit zweier Bevölkerungen ergiebt, einen Rückschluß auf den relativen Salubritätsgrad in jeder derselben gestatte, während ein ähnlicher Rückschluß aus den Werten des summarischen Sterblichkeitskoeffizienten nicht erlaubt sei. Warum nicht? Weil, wie Körösi ausführt, der summarische Sterblichkeitskoeffizient einer Bevölkerung von demjenigen einer anderen Bevölkerung möglicherweise nur aus dem Grunde verschieden sein kann, weil die zwei Bevölkerungen nach dem Alter in ungleicher Weise zusammengesetzt sind. Ganz allgemein nennt Körösi die Art der Zusammensetzung einer Bevölkerung aus Elementen mit ungleicher Widerstandsfähigkeit gegen die Todesgefahr, insofern die Art jener Zusammensetzung auf die Höhe des summarischen Sterblichkeitskoeffizienten einen Einfluß ausübt, einen „quantitativen" Faktor und behauptet, ähnliche Faktoren seien für die Beurteilung der Gesundheits- und Sterblichkeitsverhältnisse einer Bevölkerung irrelevant, mithin solle bei der Sterblichkeitsmessung deren Einfluß eliminiert werden.

In dieser Allgemeinheit ist die Forderung, wie ich glaube, nicht aufrecht zu erhalten. Man denke sich nämlich die Zergliederung der Bevölkerung zum Zweck der Sterblichkeitsmessung weiter fortgeführt. Man bilde aus jeder Altersgruppe so und so viele Untergruppen, wozu

1) Cit. Art., S. 226—227, Anmerkung.

2) Die Gegenüberstellung der Urteile „Der Sterblichkeitskoeffizient der ersten Altersklasse in A beträgt a_1" und „Der Sterblichkeitskoeffizient der zweiten Altersklasse daselbst beträgt a_2" würde allerdings zu einem Schlufs über die Abhängigkeit der Sterblichkeit von dem Lebensalter berechtigen und insofern würde den erwähnten zwei Sätzen in ihrem Zusammenhang ein kausalerklärender Wert eher beigelegt werden können. Doch handelt es sich bei Körösi gerade um den im Text angeführten Fall, weil er einen Vergleich nicht zwischen verschiedenen Altersklassen derselben Bevölkerung, sondern zwischen gleichalterigen Teilen verschiedener Bevölkerungen im Sinn hat.

man als Unterscheidungsmerkmal für letztere etwa die Wohnungsverhältnisse, in denen sich der Einzelne befindet (z. B. die Zahl der Menschen, die auf ein bewohntes Zimmer entfallen), benützt. Es wird sich sehr wahrscheinlich auch hier, ähnlich wie bei der Einteilung in Altersklassen, zeigen, daß die Differenzen zwischen den nach dem Alter spezialisierten Sterblichkeitskoeffizienten der zwei Bevölkerungen zum Teil davon herrühren, daß die gleichalterigen Bevölkerungsteile sich in jeder der zwei Bevölkerungen in verschiedener Weise nach Wohnungsgruppen zusammensetzen. Wäre es denn erwünscht, die Wirkung auch dieser Zusammensetzung (wohl auch ein bloß „quantitativer" Faktor!) zu eliminieren, oder ist nicht vielmehr die Thatsache, daß etwa in *A* der Anteil der Bewohner, welche eine Dichtigkeit von über 4 Personen auf das Zimmer aufweisen, relativ doppelt so groß ist als in *B*, gerade als ein Symptom der geringeren Salubrität von *A* zu betrachten? Für Körösi scheint „Salubrität" nur den Inbegriff „qualitativer" Faktoren zu bedeuten, d. h. solcher Faktoren, die gleichmäßig auf alle Einwohner eines Ortes einwirken. Als solche wären aber vielleicht nur das Klima, die Qualität des zur Versorgung der Bevölkerung dienenden Wassers, die sanitären Einrichtungen, möglicherweise noch die Rasse, zu der die Bevölkerung des Ortes gehört, zu nennen [1]). Die übrigen, zahlreichen und wichtigen Momente, welche die Höhe der Sterblichkeit einer Bevölkerung bedingen, würden leicht unter die Form „bloß quantitativer" Faktoren gebracht werden können. Daß es nun Aufgabe des Statistikers sein sollte, alle jene sogenannten quantitativen Faktoren behufs Gewinnung eines vergleichenden Salubritätsmaßes zu eliminieren, wie es Körösi unvorsichtig genug behauptet, ist entschieden in Abrede zu stellen. Auch hat Körösi selbst, obschon ihm die Erfüllung jener Forderung in ihrem ganzen Umfange als Ideal vorzuschweben scheint [2]), sich bei seinen auf die Korrektion des summarischen Sterblichkeitskoeffizienten hinzielenden Vorschlägen dazu berechtigt geglaubt, die Altersbesetzung allein zu berücksichtigen [3]) und dieses Vorgehen so zu begründen versucht: die Abhängigkeit der Sterblichkeit von allen anderen Momenten als von dem Alter fände bloß in „empirischen Gesetzen" ihren Ausdruck, dagegen sei die Abhängigkeit der Sterblichkeit von dem Alter auf ein „Naturgesetz" zurückzuführen, worunter die Erfahrungsthatsache gemeint ist, „daß mit fortschreitendem Alter alle Menschen sterben" [4]). Hier scheint mir aber auf Seiten Körösi's ein arges Mißverständnis vorzuliegen. Der zuletzt angeführte Satz ist nämlich mit dem anderen Satz „Die Höhe der Sterblichkeit hängt von dem Lebens-

1) Der Inbegriff der „qualitativen" Faktoren würde merklich zusammenschrumpfen, wenn man statt mit der Bevölkerung eines Ortes mit derjenigen eines grofsen Landes zu thun hätte.

2) Körösi, cit. Art. S. 225, Anm. und S. 227 Anm.

3) W. Ogle, Körösi's englischer Bundesgenosse, sucht aus ähnlichem Anlafs die Verteilung der Bevölkerung nicht nur nach dem Alter, sondern auch nach dem Geschlecht zu beachten bezw. zu eliminieren.

4) Körösi, cit. Art. S. 227 Anm.

alter ab“ keineswegs identisch und es giebt nichts leichteres, als sich einen Zustand zu vergegenwärtigen, bei dem der Sterblichkeitskoeffizient sich in sämtlichen Altersklassen auf der gleichen Höhe behauptet und doch bei einem gewissen Alter kein Lebender übrig bleibt. Mithin wäre die nur statistisch feststellbare Abhängigkeit der Sterblichkeit von dem Alter auch ihrerseits höchstens als ein empirisches Gesetz oder eine bloße Regelmäßigkeit anzusehen und es wird der angebliche begriffliche Unterschied zwischen dem Alter und den anderen die Sterblichkeit beeinflussenden Momenten einfach hinfällig.

In Wirklichkeit ist die große Bedeutung des Alters als Unterscheidungsmerkmals bei Untersuchungen über die Sterblichkeit begründet: 1) darin, daß es kein anderes Moment giebt, welches einen dem Einfluß des Alters numerisch auch nur entfernt gleichkommenden Einfluß auf die Höhe der Sterblichkeit ausüben würde, 2) aber darin, daß die Altersgliederung der Bevölkerung wenigstens direkt nicht als bezeichnend für den Grad der Salubrität, als deren Ausdruck der Sterblichkeitskoeffizient gilt, erscheinen dürfte [1]).

Darum möchte man Körösi insofern recht geben, daß der nach dem Alter spezialisierte Sterblichkeitskoeffizient eher einen Rückschluß auf die Salubrität gestattet als ein nach dem Alter nicht spezialisierter Sterblichkeitskoeffizient. Einen prinzipiellen Unterschied zwischen beiden Berechnungsarten sehen wollen ist jedoch deshalb unlogisch, weil die numerische Differenz zwischen zwei auf dieselbe Altersklasse bezüglichen Sterblichkeitskoeffizienten doch auch ihrerseits ganz oder zum Teil darauf beruhen kann, daß „quantitative“ Faktoren mit im Spiel sind, und zwar Faktoren solcher Art, die mit der Salubrität nichts zu schaffen haben. Stellt man sich aber auf Körösi's Standpunkt, der jeden „quantitativen“ Faktor eliminieren möchte, so wird es doppelt unbegreiflich, wie man dazu kommt, die Bestimmung der Sterblichkeit ohne jedwede Zerlegung der Bevölkerung und die Bestimmung der Sterblichkeit mit bloßer Unterscheidung nach Altersgruppen als zwei wesensverschiedene Operationen hinzustellen.

Hätten die bei Körösi und anderen Autoren ähnlicher Richtung vorkommenden Inkonsequenzen und ihre nicht zu rechtfertigende grundsätzliche Abneigung gegen den summarischen Sterblichkeitskoeffizienten zu nichts weiterem geführt als dazu, letztere Größe von der Bildfläche der Statistik verschwinden zu lassen, so daß künftighin die Sterblichkeitsbestimmung immer mit Unterscheidung der einzelnen Altersklassen erfolgen würde, so wäre die so erzielte Verfeinerung der Sterblichkeitsstatistik wohl als ein günstiges Resultat zu bezeichnen.

Körösi und andere haben aber bei diesem Punkt nicht Halt machen wollen. Den Anforderungen, die sie an statistisch-vergleichende

---

1) Wohl aber kann die Altersgliederung, inwiefern sie nämlich zum Teil ein Ausfluſs der Sterblichkeit ist, in indirekter Weise auf den Salubritätsgrad hinweisen. Darüber s. unten.

Daten über Sterblichkeit zu stellen gewohnt sind, entspricht der Umstand nicht, daß die Sterblichkeit jedes Landes und jedes Ortes von nun an nicht mehr in einer Zahl, sondern in einer ganzen Zahlenreihe ihren Ausdruck findet. Dadurch wird bei Vergleichung eines Landes oder Ortes mit einem anderen die Möglichkeit, eine einheitliche Antwort darauf, um wie viel die Sterblichkeit der einen Bevölkerung die der anderen übertreffe, zu geben, ausgeschlossen, weil das fragliche Verhältnis bei den einzelnen Altersklassen nicht das gleiche zu sein braucht. Man empfindet offenbar das Bedürfnis, in den Besitz eines einheitlichen Sterblichkeitsmaßes wieder zu kommen[1]), und meint nun, man solle nur für die miteinander zu vergleichenden Bevölkerungen eine gemeinsame (Standard-)Altersverteilung fingieren und dann die Gesamtsterblichkeit jeder Bevölkerung unter der Annahme jener fingierten Altersverteilung und der für die einzelnen Altersklassen der betreffenden Bevölkerung thatsächlich erhaltenen Spezialkoeffizienten der Sterblichkeit berechnen. So käme man auf einheitliche Ausdrücke der Sterblichkeit, die vor den allgemeinen Sterbeziffern der gewöhnlichen Berechnung den wesentlichen Vorzug hätten, von den Unterschieden in der Altersverteilung, die die einzelnen Bevölkerungen einander gegenüber aufweisen, nicht mehr abhängig zu sein. Man drückt es aus, indem man den in geschilderter Art berechneten Ausdruck der Gesamtsterblichkeit einer Bevölkerung die korrigierte Sterbeziffer nennt[2]).

Es ist nun von vornherein klar, daß der numerische Wert der korrigierten Sterbeziffer wesentlich davon abhängen wird, welche Altersverteilung als Standard der Berechnung zu Grunde gelegt worden ist. Allein für den Zweck der Vergleichung kommt jener Wert als solcher nicht in Betracht. Es handelt sich vielmehr um die Relationen zwischen den korrigierten Sterbeziffern der zu vergleichenden Bevölkerungen. Was aber diese Relationen betrifft, so giebt es allerdings einen Fall, für welchen die Wahl der Standardaltersverteilung absolut gleichgiltig ist: das ist, wenn die Spezialkoeffizienten der Sterblichkeit in den verschiedenen Bevölkerungen bei sämtlichen Altersklassen in konstantem Verhältnis zu einander stehen. In diesem Fall ist aber die ganze Berechnung offenbar überflüssig. Sonst werden die Ergebnisse der Berechnung, insoweit sie darin zum Ausdruck kommen, wie sich die korrigierten Sterbeziffern der einzelnen Bevölkerungen gegenseitig verhalten, davon abhängen, welche Altersverteilung man als Standard statuiert hat. Deswegen ist die Frage nicht zu umgehen, woraus denn letztere zu entnehmen sei.

Folgende Grundsätze sind hierbei von den Vertretern der Methode anempfohlen und gelegentlich in Anwendung gebracht worden.

---

1) Körösi, cit. Art. S. 217 zu vergleichen: Derselbe, Mortalitätskoeffizient und Mortalitätsindex. Denkschrift verfaßt im Auftrage des Internationalen Statistischen Instituts, in dessen „Bulletin" Bd. VI, 2. Heft, auch separat, als Manuskript gedruckt, Budapest 1891, S. 13.

2) Für eine nähere Darstellung der Methode zu vergleichen: Körösi, cit. Art. und Denkschrift.

1) Man benutzt als Standard die Altersverteilung der summierten Bevölkerungen aller in die Vergleichung hineingezogener Länder oder Städte. Handelt es sich z. B. um eine vergleichende Untersuchung der Sterblichkeit von Berlin, Frankfurt und München, so addiert man die Zahlen der Lebenden in jeder Altersklasse in Berlin mit den analogen Zahlen der Lebenden in Frankfurt und in München und erhält auf diese Weise die Altersverteilung der Gesamtbevölkerung der drei Städte, die als Standard angesehen wird. Für dieses Verfahren scheint dies zu sprechen, daß dasselbe auf einer festen, zumal auf alle Fälle anwendbaren Regel beruht, die jede Willkür ausschließt. Man bedenke aber folgendes: Die als Standard angenommene Altersverteilung ist — vorausgesetzt daß Berlin, Frankfurt und München eine verschiedene Altersverteilung aufweisen — mit davon abhängig, wie sich die Bevölkerungszahlen der drei Städte zu einander verhalten oder, m. a. W., bestimmen jene Zahlen die „Gewichte", mit denen die einzelnen Städte bei Aufstellung einer Standardaltersverteilung in Anrechnung gebracht werden. Mithin besteht eine Beeinflussung der numerischen Werte der korrigierten Sterbeziffern durch die relative numerische Stärke der mit einander zu vergleichenden Bevölkerungen, was dem Wesen der zu lösenden Aufgabe nicht ganz zu entsprechen scheint. Es liegt nahe, diesem störenden Einfluß auf dem Wege Abhilfe schaffen zu wollen, daß man Frankfurt, Berlin und München zu gleichen Gewichten anschlägt. Eines würde aber auch dann noch gegen die Methode geltend gemacht werden können. Man nehme an, daß die Methode für Frankfurt, Berlin, München die korrigierten Sterbeziffern 22, 24, 30 $^0/_{00}$ ergeben hat. Demnach wäre 22 : 24 das Verhältnis der Sterblichkeit Frankfurts zu derjenigen von Berlin. Nun ist aber das berechnete Verhältnis durch die Altersverteilung der Bevölkerung Münchens (!) mit bedingt, also von einer Thatsache abhängig, von der es ganz unbegreiflich ist, daß sie für die Beurteilung des Unterschiedes in der Sterblichkeit zwischen Berlin und Frankfurt in Frage kommen kann.

2) Ein anderer Grundsatz für die Aufstellung der gesuchten Standardaltersverteilung besteht darin, sich in letzterer sämtliche Altersklassen als gleich stark vertreten zu denken. In diesem Falle werden die korrigierten Sterblichkeitsziffern jeweils durch Addierung der Sterblichkeitskoeffizienten der einzelnen Altersklassen gewonnen — ein Umstand, der die Berechnung um so leichter macht. Die Leichtigkeit der Handhabung der Methode ist aber auch der einzige Grund, welcher für die Anwendung des erwähnten Prinzips angeführt werden kann, da es durchaus nicht einzusehen ist, weshalb eine beliebige andere Altersverteilung an sich schlechter sei als diejenige, bei der alle Altersklassen numerisch einander gleich gemacht sind [1]).

---

1) Eine nähere Kritik dieses Spezialfalles der Methode habe ich in der „Mittleren Lebensdauer", S. 54—55 gegeben. Westergaard behauptet (auf S. 339 seines Artikels „Neue und alte Messungsvorschläge in der Statistik" in diesen Jahrbüchern, 1893), meine Angriffe seien „entschieden zurückzuweisen", hat aber letztere Behauptung ebensowenig zu begründen versucht, wie ehemals die kritisierte Methode. Marcus Rubin

3) Eine ebenfalls durch ihre „Einfachheit" ausgezeichnete Lösung der Aufgabe ist speziell für Vergleiche zwischen den Sterblichkeiten ganzer Länder von J. Körösi vorgeschlagen worden: Danach sollen sich die Statistiker aller Länder ein für alle Mal dahin einigen, die Altersverteilung Schwedens als Grundlage der Berechnungen zu verwenden und zwar „unter Berücksichtigung der hervorragenden Stelle, welche Schweden in der Geschichte der Mortalitätsstatistik und der Bevölkerungserhebungen einnimmt"[1]) oder auch „in Anbetracht des Umstandes, daß es Schweden ist, dem wir die ersten Populationsregister verdanken"[2]). Vor einer derartigen Argumentation, die auf „historische Rechte" sich stützt und auf die Inscenierung einer Art Dankbarkeitskundgebung abzusehen scheint, wird eine von theoretisch-statistischen Gesichtspunkten geleitete Kritik, wie ich glaube, am besten daran thun, einfach die Waffen zu strecken.

Den Ausführungen sub 1, 2 und 3, die sämtlich darauf hinauslaufen, daß keiner der für die Wahl der Standardaltersverteilung aufgestellten Grundsätze befriedigend sei und die Willkür ausschließe, suchen nun die Anhänger der korrigierten Sterbeziffer mit dem Hinweis darauf zu begegnen, daß die Resultate der Berechnungen ungefähr dieselben bleiben, ob man den einen (etwa den sub 1 angeführten) oder den anderen (etwa den sub 3 angeführten) Grundsatz befolge. Ohne Einschränkung ausgesprochen ist letztere Behauptung, wie man sich davon leicht überzeugen könnte[3]), unrichtig. Wenn aber bei Kontrollberechnungen, trotz der verschiedenen Standards, sich nahezu übereinstimmende Ergebnisse herausstellen[4]), so erklärt sich dies hauptsächlich daraus, daß die benutzten Standardaltersverteilungen nicht beträchtlich von einander abweichen. Es kommt außerdem in Betracht, ob und in welchem Maße die Relationen zwischen den Spezialkoeffizienten der Sterblichkeit bei verschiedenen Bevölkerungen von Altersklasse zu Altersklasse variieren. Im Grenzfall, wenn nämlich jene Relationen konstant wären, wäre auch die Wahl der Standardaltersverteilung für das Ergebnis ohne Belang (vergl. oben, S. 678).

(Zur Berechnung eines internationalen Sterblichkeitsmafses, in diesen Jahrbüchern, 6. Bd., 1893, S. 593) hat ebenfalls die Addierung der Spezialkoeffizienten anempfohlen, „um das Imaginäre in der ganzen Substitution festzuhalten" (!).

1) Ueber die Berechnung u. s. w., in diesen Jahrbüchern, 3. Folge, Bd. VI, S. 224.

2) Denkschrift, S. 15.

3) Man vergleiche das interessante Referat Dr. Bleicher's „Ueber die Berechnung von Sterblichkeitsziffern", erstattet der VIII. Konferenz deutscher Städtestatistiker zu Lübeck im April 1893. Der am Schlufs des Vortrags formulierte Antrag lautete dahin, „dafs von Einführung einer neuen Art der Berechnung der Sterblichkeitsziffer vorerst Abstand genommen werde; insbesondere sei zu erklären, dafs die gänzliche Aufgabe der bisherigen Berechnungsweise der Sterblichkeitsziffern absolut unthunlich erscheint", und ist von der Konferenz einstimmig angenommen worden. Dagegen hat das Internationale Statistische Institut in seiner letzten Session (Bern, Sept. 1895) die Vorschläge Körösi's im wesentlichen acceptiert und sogar der eigenartigen Auszeichnung Schwedens die Sanktion erteilt. S. Rauchberg, in der Statistischen Monatschrift, N. F., 1. Jahrg., Wien, 1896, S. 26—27.

4) Körösi, cit. Art., S. 227, auch Denkschrift.

In Wirklichkeit wird sich dieser Grenzfall kaum jemals darbieten. Hingegen kommt es nicht selten vor, daß bei einem Vergleich, der zwischen der Bevölkerung *A* und der Bevölkerung *B* angestellt wird, die Spezialkoeffizienten der Sterblichkeit bei *A* in allen Altersklassen höher sind als bei *B*. Dann wird die korrigierte Sterbeziffer von *A* bei jedweder Standardaltersverteilung offenbar höher ausfallen als die von *B*. Hätte man eine längere Reihe solcher Bevölkerungen (*A*, *B*, *C*, *D* . . .), von denen je zwei beliebig gewählte die erwähnte Bedingung stets erfüllen würden, so ist es klar, daß die Wahl der Standardaltersverteilung ohne Einfluß bleiben würde auf die Reihenfolge jener Bevölkerungen, die man sich nach der Höhe ihrer respektiven korrigierten Sterbeziffern geordnet zu denken hat. Bleiben aber die Fälle, wo die Relationen zwischen den Spezialkoeffizienten der Sterblichkeit in den verschiedenen Bevölkerungen von Altersklasse zu Altersklasse stark wechseln. Hier sind, wie gesagt, übereinstimmende Resultate der Berechnungen, die unter Zugrundelegung verschiedener Standardaltersverteilungen ausgeführt sind, nur dann zu erwarten, wenn die angewendeten Standards sich ihrerseits von einander wenig unterscheiden. Trifft letzteres nicht zu, so kann die einmal gefundene Rangordnung der in Bezug auf ihre Sterblichkeit untersuchten Bevölkerungen durch Aenderung des Standards umgeworfen werden.

Erwägungen obiger Art scheinen die Anhänger der korrigierten Sterbeziffern wenig zugänglich zu sein. Bleicher's Angriffen gegenüber beharrt Körösi darauf, daß nach seiner eigenen Erfahrung die Wahl der Standardaltersverteilung das Ergebnis der Berechnungen fast gar nicht affiziere [1]). Aehnlichen Verteidigungsversuchen würde allerdings eine ganz andere Tragweite beizumessen sein, wenn man nachzuweisen vermöchte, daß es sich bei jenen ziemlich übereinstimmenden Rechnungsergebnissen um Annäherungen an ein theoretisch genau zu bestimmendes, wenn auch praktisch gar nicht oder nur schwer erreichbares Ziel handelte. Es dürfte aus den vorstehenden Betrachtungen klar sein, daß aus dem Wesen der Methode heraus solch ein ideales Ziel nicht zu entnehmen ist, also außerhalb der Methode event. gesucht werden muß. Wendet man sich nun den Schriften Körösi's zu, so findet man dort in der That zu wiederholten Malen die Ansicht ausgesprochen, daß das richtigste Sterblichkeitsmaß durch die Sterbetafel geboten sei [2]). In letzterer fände nämlich der störende Einfluß der verschiedenen Altersverteilung die „allerschärfste Berücksichtigung [3])". Die Aufstellung von Sterbetafeln erfordere aber zu weitläufige Berechnungen, und lediglich aus diesem Grunde solle man sich „behufs rascher Orientierung" mit den korrigierten Sterbeziffern zufrieden geben. Aus den angeführten Aeußerungen geht unzweideutig hervor, daß, nach Körösi's Auffassung, die Sterbetafeln einerseits und die korrigierten Sterbeziffern andererseits ein

1) cit. Art., S. 226—227.
2) „Ueber die Berechnuug u. s. w." S. 215.
3) Denkschrift, S. 13.

und demselben Zweck dienen, so daß der von ihm angeregten Methode der Standardaltersverteilung nur die Bedeutung eines bequemen Ersatzmittels für die Sterbetafeln, deren Berechnung viel Mühe und Zeit kostet, zukomme. Es scheint mir demzufolge nicht ohne Interesse zu sein, die Ergebnisse beider Methoden einander gegenüberzustellen und zuzusehen, ob denn wirklich das Wesen beider identisch sei.

Sollte aber irgend ein anderer Anhänger der korrigierten Sterbeziffern die Ansicht von der Vorzüglichkeit der Sterbetafeln als Sterblichkeitsmaßes nicht teilen und etwa meinen, die korrigierten Sterbeziffern hätten mit den Sterbetafeln nichts zu schaffen, deshalb sei auch die weiter unten angeführte Berechnung zweck- und bedeutungslos — so möchte ich solch einen Zweifler auf folgenden Umstand aufmerksam machen: Die Aufgabe der Sterbetafel ist zunächst die, zu zeigen, wie sich eine Gesamtheit von Geborenen (eine Generation) nach fortschreitendem Alter vermindert oder unter gegebenen Sterblichkeitsverhältnissen vermindern würde. Sodann aber steht es frei, die Vorgänge, welche in einer Sterbetafel zum Ausdruck kommen, als solche zu betrachten, die sich simultan in einer Bevölkerung ereignen, worin jede Altersgruppe von Lebenden aus einer numerisch gleich starken Generation hervorgegangen ist. M. a. W., können die Zahlen der Sterbetafel auf eine stationär gedachte Bevölkerung bezogen werden [1]). Eine so konstruierte Bevölkerung ist jedenfalls ohne inneren Widerspruch denkbar und es muß wohl gestattet sein, an diesem einfachen Fall einmal zu prüfen, wohin die Berechnungen nach der Methode der Standardaltersverteilung führen [2]).

Ich nehme nun vier Sterbetafeln: 1) Die vom Deutschen Reich für die Zeit 1871—81; 2) die von Frankreich für die Zeit 1877—81; 3) die von England und Wales für 1871—80 und 4) die von Schweden für 1871—80 [3]) und berechne zunächst die Altersverteilung der lebenden Bevölkerung männlichen Geschlechts eines jeden der vier genannten Staaten unter der Annahme einer konstant bleibenden jährlichen Zahl von Geburten und einer unveränderlichen Absterbeordnung. Hierbei halte ich mich an die von Körösi anempfohlene Einteilung in vier Altersklassen: unter 1 Jahr, von 1 bis 20 Jahren, von 20 bis 50 Jahren und über 50 Jahren. Die gesuchten Zahlen der Lebenden sind nichts anderes als die sogenannten

1) Zu vergleichen mein Art. „Sterblichkeit und Sterblichkeitstafeln" im Handw. d. Staatsw., Bd. VI, S. 73 und auch S. 74—75, anläßlich der Besprechung der Halley'schen Methode.

2) Ich habe bereits einmal Gelegenheit gehabt, eine solche Betrachtungsweise anzuwenden (Die mittlere Lebensdauer, S. 54—55) und das Recht dazu scheint mir Westergaard absprechen zu wollen, wenn er auf S. 339 seines Art. „Neue und alte Messungsvorschläge in der Statistik" sagt: „Es versteht sich von selbst, daſs diese Form der erwartungsmäſsigen Ereignisse [d. h. die Methode der Standardaltersverteilung] an die Sterbetafel nicht gebunden ist".

3) Sämtlich angeführt in den Monatsheften zur Statistik des Deutschen Reichs, 1887, 2. Teil, abgedruckt im Handwörterbuch der Staatsw. Bd. VI, Art „Sterblichkeit und Sterblichkeitstafeln" und Bd. IV, Art. „Lebensdauer".

„verlebten Zeiten" der entsprechenden Sterbetafeln. In der deutschen Sterbetafel ist für jedes Altersjahr i die Zahl der von einer 100 000 Köpfe starken Generation noch zu verlebenden Jahre angegeben. Es sei diese Zahl T_i. Demnach ist die gesuchte Zahl der im Alter von i bis j Lebenden einer stationär gedachten Bevölkerung, bei jährlicher Geburtenzahl 100 000, gleich der Differenz $T_i - T_j$. In den anderen Sterbetafeln fehlt die entsprechende Spalte. Hier mußte ich die Werte T_i nach der Formel $T_i = E_i \times U_i$ berechnen, worin E_i die fernere mittlere Lebensdauer des i-jährigen und U_i die Zahl der Ueberlebenden des Altersjahres i aus 100 000 Geborenen darstellen. So kam nachstehende Tabelle zu stande, deren Zahlen angeben, wie sich 10 000 lebende Männer der stationär gedachten Bevölkerung in jedem der vier genannten Staaten nach dem Alter verteilen.

Tabelle I.

Altersgrenzen in Jahren	Deutsches Reich	Frankreich	England	Schweden
1.	2.	3.	4.	5.
0— 1	229	215	223	211
1—20	3364	3248	3298	3153
20—50	4324	4203	4296	4170
über 50	2083	2334	2183	2466

Ist U_i die Zahl der Ueberlebenden des Alters i, so stellt die Differenz $U_i - U_j$ die Zahl der im Alter von i bis j in einer stationär gedachten Bevölkerung jährlich eintretenden Sterbefälle dar. Letztere Zahl, dividiert durch die Zahl der Lebenden derselben Altersstrecke, ist nichts anderes als der Sterblichkeitskoeffizient im Sinne der Sterbetafel oder im Sinne einer stationär gedachten Bevölkerung. Ich lasse nun in Tabelle II die Zahlenwerte der Sterblichkeitskoeffizienten, die der üblichen Darstellungsweise gemäß jeweils mit 1000 multipliziert sind, folgen.

Tabelle II.

Altersgrenzen in Jahren	Deutsches Reich	Frankreich	England	Schweden
1.	2.	3.	4	5.
0— 1	310,0	225,5	172,4	147,4
1—20	12,9	10,7	11,8	10,4
20—50	11,7	10,7	11,4	9,2
über 50	55,6	50,0	52,8	48,1
Alle Altersklassen	28,1	24,5	24,2	22,1

Befindet man sich im Besitz der zwei obigen Tabellen, so ist es ein Leichtes, die Methode der Standardaltersverteilung auf die stationär gedachten Bevölkerungen der vier Staaten anzuwenden. Nimmt man zunächst als Standard die Altersverteilung Deutschlands (Tabelle I,

Spalte 2) an, so sind alle vier Zahlen der ersten Zeile in der Tabelle II mit 0,0229, die Zahlen der zweiten Zeile mit 0,3364, die der dritten mit 0,4324 und die der vierten mit 0,2083 zu multiplizieren. Addiert man für jedes Land resp. für jede der Spalten 2—5 die so erhaltenen Produkte — von Körösi „Mortalitätsindexe" genannt —, so kommt man auf die gesuchten Werte der korrigierten Sterbeziffern. Solch' eine Berechnung habe ich vier Mal ausgeführt und zwar jedesmal unter der Annahme einer von den in der Tabelle I wiedergegebenen Altersverteilungen. Demnach ergeben sich nachstehende Werte der korrigierten Sterbeziffern, die ebenfalls Promillesätze darstellen.

Tabelle III.

Bei einer Altersverteilung wie in	Deutsches Reich	Frankreich	England	Schweden
1.	2.	3.	4.	5.
Tab. I Spalte 2	28,1	23,8	23,9	20,9
„ „ 3	28,8	24,5	24,7	21,6
„ „ 4	28,3	24,1	24,2	21,2
„ „ 5	29,2	24,9	25,2	22,1

Die durch fetten Druck hervorgehobenen Zahlenwerte stellen die Sterbeziffern bei jeweiliger, so zu sagen, nationaler Altersverteilung dar und fallen demnach mit den Zahlen der fünften Zeile der Tabelle II zusammen. Im übrigen ersieht man aus der Tabelle III, daß die Werte der korrigierten Sterbeziffer nicht unbeträchtlich von einander abweichen, je nachdem man die Altersverteilung der Bevölkerung des einen oder des anderen Landes als Standard benützt. Es kommt aber bei solcher Berechnung, wie vorhin ausgeführt, eigentlich nur auf die relativen Größen der korrigierten Sterbeziffern an. Setzt man daher die korrigierte Sterbeziffer Schwedens jeweils gleich 100, so erhält man folgende Werte

Tabelle IV.

Bei einer Altersverteilung wie in	Deutsches Reich	Frankreich	England	Schweden
1.	2.	3.	4.	5.
Tab. I Spalte 2	135	114	114	100
„ „ 3	133	113	114	100
„ „ 4	134	114	114	100
„ „ 5	132	113	114	100

Es läßt sich nun nicht leugnen, daß die in der obigen Tabelle erzielte Uebereinstimmung der relativen Zahlen in der That danach angethan erscheint, den gegen die Methode erhobenen Einwand, als wären die Resultate durch die Wahl des Standards wesentlich beeinflußt, für unser Beispiel auf ein Minimalmaß von Bedeutung herabzusetzen. Doch darum ist es gegenwärtig nicht zu thun. Es gilt vielmehr, die Ergebnisse der in Frage stehenden Methode mit den

Daten der Sterbetafeln zu vergleichen, und da stellt es sich heraus, daß, wenn man die Zahlen der 5. Zeile in Tabelle II, welche die „allgemeinen Sterblichkeitskoeffizienten im Sinne einer stationär gedachten Bevölkerung" angeben, in eine ähnliche Beziehung zu einander bringt, wie vorhin die korrigierten Sterbeziffern, man folgende Reihe erhält: Deutsches Reich 127, Frankreich 111, England 110, Schweden 100. Also nicht einmal folgen die vier Staaten in derselben Ordnung aufeinander, denn, während nach der Methode der Standardaltersverteilung England durchweg eine höhere korrigierte Sterbeziffer als Frankreich aufweist, ergiebt die Methode der Sterbetafel einen Unterschied zu Gunsten Englands. Vielleicht aber ist die konstatierte Divergenz der Ergebnisse beider Methoden darauf zurückzuführen, daß die Berechnung der korrigierten Sterbeziffern approximativ erfolgt ist, indem eine ziemlich rohe Altersgruppierung der Berechnung zu Grunde gelegt worden ist? Ob nicht bei feinerer Altersgruppierung man sich den Angaben der Sterbetafeln wesentlich nähern würde? Dann hätte Körösi nicht ganz so unrecht zu sagen, er verfolge mit seiner Methode denselben Zweck, welcher sonst allerdings genauer durch die Sterbetafel erreicht wird.

Leider ist aber das Gegenteil wahr und man braucht nur sich die respektive Lage der miteinander zu vergleichenden Zahlenwerte in der Tabelle III anzusehen, um sich sofort darüber klar zu werden, daß der zu Tage tretende Unterschied zwischen den rechnerischen Ergebnissen der zwei Methoden ein notwendiger ist und dem differenten Wesen der letzteren entspringt. Bei der Körösi'schen Methode werden nämlich solche Zahlenwerte in Beziehung zu einander gebracht, die sämtlich derselben Horizontalreihe (Zeile) angehören, währenddem die Werte der „allgemeinen Sterblichkeitskoeffizienten im Sinne einer stationär gedachten Bevölkerung" auf der von oben links nach unten rechts gezogenen Diagonale liegen. Aus dem Graphischen ins Sprachliche übersetzt, will es heißen, daß bei der Bestimmung des allgemeinen Sterblichkeitskoeffizienten im Sinne der Sterbetafel für verschiedene Länder nicht stets dieselbe Altersverteilung, wie im Fall der korrigierten Sterbeziffer, sondern jeweils eine andere, und zwar die Altersverteilung der stationär gedachten Bevölkerung des betreffenden Landes der Berechnung zu Grunde gelegt wird.

Würde also Körösi in die Lage kommen, mit stationären Bevölkerungen zu operieren, d. h. mit Bevölkerungen, wo von Jahr zu Jahr die gleiche Zahl Menschen geboren werden und wo die Absterbeordnung von Generation zu Generation keinen Aenderungen unterliegt, so würden die nach seiner Art ausgerechneten korrigierten Sterbeziffern verschiedener Bevölkerungen in gegenseitigen Relationen stehen, welche mit ähnlichen Relationen zwischen den gewöhnlichen Sterbeziffern jener Bevölkerungen sicher nicht übereinstimmen würden. Ob aber die summarische Sterbeziffer für den Fall einer stationären Bevölkerung auch noch einer Korrektur bedarf, ist eine Frage, die, wie ich glaube, nicht einmal der treueste Anhänger der Methode der Standardaltersbesetzung unbedingt bejahen möchte.

Geht man nun von der Betrachtung stationärer Bevölkerungen zu dem allgemeinen Fall beliebiger Bevölkerungen über, so wird der Sachverhalt etwas verwickelter.

Hätte man z. B. mit denselben vier Ländern wie vorhin zu thun, und würde man, anstatt einen stationären Zustand der betreffenden Bevölkerungen zu fingieren, sich an die Daten über die in den genannten Zeitperioden in den vier Altersklassen effektiv Verstorbenen und über die jeweils etwa in der Mitte der genannten Zeitperioden Lebenden der nämlichen Altersklassen halten, so käme man auf andere Zahlenwerte der korrigierten Sterbeziffern als die in der Tabelle III angeführten Werte.

Denn infolge davon, daß in allen vier Ländern die Geburtenzahl von Jahr zu Jahr im Wachsen begriffen ist, weicht die effektive Altersverteilung der Bevölkerungen jener Länder von dem in der Tabelle I gegebenen Bilde dahin ab, daß die jüngeren Altersklassen entsprechend stärker, die älteren hingegen schwächer besetzt sind, als es in Tab. I der Fall ist.

Die nach dem Alter spezialisierten Sterblichkeitskoeffizienten bei diesen Bevölkerungen mit zunehmenden Zahlen jährlicher Geburten brauchten ihrerseits nicht mit den in der Tabelle II angeführten Zahlen identisch zu sein. Die Wirkung des letzteren Umstandes ist aber nicht zu hoch anzuschlagen, weil bei weiter fortgeführter Teilung nach dem Alter — z. B. in einjährige Altersklassen — die effektiven Sterblichkeitskoeffizienten mit den Sterblichkeitskoeffizienten der stationär gedachten Bevölkerungen merklich zusammenfallen würden [1]). Da nun die Verteter der Methode der Standardaltersverteilung eine detailierte Gruppierung nach dem Alter keineswegs ausschließen und einer solchen vielmehr die Eigenschaft zuschreiben, zu genaueren Werten der korrigierten Sterbeziffer zu führen, so wird man billigerweise den Unterschied zwischen der Methode der Sterbetafel und der Methode der korrigierten Sterbeziffer so formulieren müssen: Von den zwei Elementen, die zur Herstellung der allgemeinen Sterbeziffer herangezogen werden, nämlich 1) Altersverteilung und 2) Sterblichkeitskoeffizienten der einzelnen Altersklassen, deckt sich das zweite in beiden Arten der Berechnung mehr oder weniger vollkommen, je nachdem bei Berechnung der korrigierten Sterbeziffern eine feinere oder gröbere Einteilung nach dem Alter vorgenommen worden ist. Nicht aber so das erste Element, welches in der Sterbetafelmethode für jedes einzelne Land durch die stationär gedachte Bevölkerung eben dieses Landes gegeben ist, in der Methode der Standardaltersverteilung hingegen für alle Länder in der effektiven Altersverteilung der Bevölkerung irgend eines derselben oder irgend einer neuen (wirklich existierenden oder fingierten) Bevölkerung seinen gemeinsamen Ausdruck findet. Danach dürfte es klar sein, daß für den allgemeinen Fall progressiver oder regressiver Bevölkerungen die nach Körösi's Methode korrigierten Sterbeziffern mit noch weniger Recht wie in dem

1) S. meine „Mittlere Lebensdauer", S. 66.

Fall stationärer Bevölkerungen als Annäherungen an die „allgemeinen Sterblichkeitskoeffizienten im Sinne der Sterbetafel" angesehen werden dürfen.

Im Besonderen aber ist es nicht statthaft zu meinen, daß es sich bei der Konstruktion von Sterbetafeln in ähnlicher Weise, wie es bei der Berechnung von korrigierten Sterbeziffern der Fall ist, um eine Eliminierung des Einflusses der ungleichartigen Altersverteilung handelte [1]). Die effektive Altersverteilung der Bevölkerung jedes Landes wird allerdings zum Zweck der Berechnung einer allgemeinen Sterbeziffer im Sinne der Sterbetafel durch eine Altersverteilung ersetzt, die die Bevölkerung jenes Landes aufweisen würde, falls in demselben die jährliche Geburtenzahl sich gleich bliebe. Was bei solch einem Verfahren eliminiert wird, ist jedoch nicht die von Land zu Land verschiedene Altersverteilung schlechthin, sondern letztere nur insofern, als sie der ungleichartigen Geburtenfolge in jedem Lande entspringt. Soweit hingegen als die in Bezug auf Altersverteilung zwischen den einzelnen Ländern obwaltenden Verschiedenheiten eine Folge der von Land zu Land verschiedenen Sterblichkeit sind, läßt die Sterbetafel jene Verschiedenheiten in vollem Maße gelten. Dies ist nun ein Punkt, den Körösi und Andere beständig zu übersehen scheinen. Und indem jene Autoren die Aufstellung von Sterbetafeln für das theoretisch beste Mittel zur Erreichung desjenigen Zweckes erklären, welchen sie mit der Methode der korrigierten Sterbeziffern als einem weniger umständlichen Verfahren anstreben, befinden sie sich mit sich selbst in nachweisbarem Widerspruch.

Im engsten Zusammenhang mit der Methode der korrigierten Sterbeziffern und speciell mit deren Begründung steht die Frage nach dem Einfluß, den die Geburtenfolge auf die Höhe der summarischen Sterbeziffer ausübt. Diese oft ventilierte Frage ist vor kurzem von Körösi zum Gegenstand einer Betrachtung gemacht worden, die, wie ich glaube, nicht unbeachtet und unwiderlegt bleiben darf [2]). Bevor ich aber diese Betrachtung einer Kritik unterziehe, werde ich den Versuch machen, über den wirklichen Sachverhalt eine Aufklärung zu geben.

Um die häufige Wiederholung der Ausdrücke „summarischer Sterblichkeitskoeffizient", „allgemeiner Sterblichkeitskoeffizient im Sinne der Sterbtafel" und „Geburtsziffer" zu vermeiden, führe man für jene drei Größen die Bezeichnungen m, μ, n ein. Demnach ist m das Verhältnis der Zahl derjenigen, die in einer Bevölkerung während eines bestimmten Zeitraumes gestorben sind, zu der in Jahren und Jahresteilen ausgedrückten Zeit, welche innerhalb derselben Periode von der betreffenden Bevölkerung verlebt worden ist, oder anders

---

1) Körösi, Denkschrift, S. 12—13.

2) Denkschrift, 9—12, entspricht Seite e—h im Bulletin de l'Institut International de Statistique, Tome VI, 2. livraison.

formuliert: m ergiebt sich aus der Division der durchschnittlichen auf das Jahr berechneten Zahl der Verstorbenen durch die durchschnittliche Zahl der Lebenden. Dagegen ist μ gleich der Zahl der in allen Altersklassen nach der Sterbetafel Sterbenden, dividiert durch die in allen Altersklassen nach der Sterbetafel insgesamt verlebte Zeit. Die Größe μ stellt zugleich den reciproken Wert der mittleren Lebensdauer dar. Schließlich wird n genau in der nämlichen Weise berechnet wie m, nur daß als Dividendus anstatt der Zahl der Verstorbenen die entsprechende Zahl der Geborenen zu verwenden ist.

Es ist ein allgemein bekannter Satz, daß in einer stationären Bovölkerung alle jene drei Größen einander gleich sind ($m = \mu = n$).

Stellt man sich aber eine Bevölkerung vor, worin die jährliche Zahl der Geburten im Wachsen begriffen ist, so ist es zunächst klar, daß die Gleichung $m = \mu$ auch hier Platz greifen würde, wenn die Sterblichkeit von dem Lebensalter nicht abhinge, weil im letzteren Fall die Sterblichkeitskoeffizienten der einzelnen Altersklassen einander gleich sein würden, und es daher gleichgiltig wäre, wie stark die einzelnen Altersklassen in der lebenden Bevölkerung besetzt sind. Setzt man dagegen voraus, daß die Sterblichkeit auf der ganzen Altersstrecke von der Geburt an bis zur höchsten erreichbaren Altersgrenze mit steigendem Alter immer größer wird, so würde man offenbar die Ungleichung $m < \mu$ erhalten, weil in einer Bevölkerung mit einer von Jahr zu Jahr zunehmenden Geburtenzahl die jüngeren Altersklassen, die der gemachten Voraussetzung gemäß eine kleinere Sterblichkeit aufweisen, verhältnismäßig stärker, die älteren Altersklassen hingegen mit durchweg höherer Sterblichkeit verhältnismäßig schwächer vertreten sein würden als beim stationären Zustand. Wäre umgekehrt die Sterblichkeit gleich nach der Geburt am höchsten und nähme dann allmählich mit fortschreitendem Alter und zwar bis zur höchsten Altersgrenze ab, so würde sich das entgegengesetzte Resultat, nämlich die Ungleichung $m > \mu$ herausstellen müssen, da die unteren Altersklassen, die gegenüber dem stationären Zustand einen größeren numerischen Anteil an unserer Bevölkerung haben, mit einer relativ hohen, die schwächer besetzten oberen Altersklassen aber mit einer relativ niedrigen Sterblichkeit bedacht wären. In einer Bevölkerung mit abnehmenden jährlichen Geburtenzahlen würde hingegen bei der zuerst gemachten Hypothese über den Verlauf der Sterblichkeit das Resultat $m > \mu$ und bei der zuletzt gemachten Hypothese das Resultat $m < \mu$ zu erwarten sein [1]).

Aus obigen Sätzen ist für die Bestimmung des wirklichen gegenseitigen Verhaltens der Größen m und μ kein direkter Nutzen zu ziehen, weil keine der beiden über den Verlauf der Sterblichkeit aufgestellten Hypothesen der Wirklichkeit entspricht. Die statistische Erfahrung lehrt vielmehr, daß die Sterblichkeit von der Geburt ab bis zu einem gewissen Alter, welches zwischen 12 und 14 Jahren

1) Zu vergleichen meine „Mittlere Lebensdauer", § 21.

liegen dürfte, allmählich sinkt, von da ab aber zu steigen beginnt, welch steigende Tendenz bis zum höchsten erreichbaren Alter anhält.

Erfährt daher die allgemeine Sterbeziffer in einer Bevölkerung mit zunehmenden jährlichen Geburtenzahlen infolge der verhältnismäßig stärkeren Vertretung der unteren Altersklassen mit relativ hoher Sterblichkeit eine Verschiebung nach oben, so wird andererseits die Sterbeziffer in diesem Fall dadurch herabgedrückt, daß die oberen Altersklassen, die ebenfalls einer relativ hohen Sterblichkeit ausgesetzt sind, hier schwächer vertreten sind als beim stationären Zustand. Mithin ist sowohl das Endergebnis $m > \mu$ als das Endergebnis $m < \mu$ denkbar, und die Erfahrung allein kann Aufschluß darüber erteilen, welche von den zwei Ungleichungen in Wirklichkeit statt hat. Es ist auch nicht ausgeschlossen, daß die zwei erwähnten in entgegengesetzter Richtung wirkenden Faktoren einander die Wage halten, wodurch dann das Resultat $m = \mu$ herbeigeführt werden kann.

In der Absicht zu prüfen, wie es sich nun mit der Relation von m zu μ in Wirklichkeit verhält, habe ich darüber Berechnungen für 10 verschiedene Staaten angestellt, deren Ergebnisse unten in der Tabelle V wiedergegeben sind.

Da die Berechnung der Größe μ immer unendlich mehr Mühe kostet als die von m, so hielt ich es für angemessen, solche Beobachtungszeiträume zu wählen, für welche die Größen μ bereits von anderen berechnet sind, oder m. a. W. für welche Sterbetafeln konstruiert worden sind, da ja μ nur an der Hand einer Sterbetafel ermittelt werden kann. Die benutzten Sterbetafeln finden sich sämtlich in den Monatsheften zur Statistik des Deutschen Reichs, 1887, 2. Teil, abgedruckt, und was speciell die Werte der Größe μ anlangt, so sind sie dort in Tabelle V angeführt.

Es galt aber vor allem, da die erwähnten Sterbetafeln für jedes der beiden Geschlechter gesondert konstruiert sind, je zwei Werte von μ in einen umzuwandeln. Dieser Umrechnung legte ich die Annahme zu Grunde, daß die Zahlen der männlichen Geburten stets und in allen Ländern sich zu den Zahlen der weiblichen Geburten wie 105 zu 100 verhalten. Durch die Ungenauigkeit, die letzterer Annahme anhaften mag, werden die Ergebnisse in keiner Weise beeinträchtigt, weil der eventuell begangene Fehler auf die weiter unten angeführten Dezimalstellen ohne Einfluß bleibt.

Die Werte von m sind nach den im bekannten 44. Band der „Deutschen Statistik" enthaltenen Angaben berechnet worden und zwar so, daß jeweils das arithmetische Mittel aus den Werten, die die Sterbeziffer in den einzelnen in Frage kommenden Kalenderjahren annahm, gezogen wurde, ohne daß auf das verschiedene Gewicht (entsprechend der wechselnden Bevölkerungszahl) der einzelnen Sterblichkeitsbestimmungen Rücksicht genommen würde. Auf diese Weise ist eine wesentliche Vereinfachung der Berechnung erzielt worden, allerdings auf Kosten der Genauigkeit. Aber auch hier dürften die Unterschiede gegenüber dem genaueren Verfahren nicht schon in der ersten Dezimalstelle (bei Promillesätzen der Sterblichkeit) sich fühlbar machen. Auf

jeden Fall hat die begangene Ungenauigkeit nur in der Richtung nach oben die gefundenen Werte von m affizieren können, so daß die weiter unten angeführten Zahlenwerte der Größe m im schlimmsten Fall ein klein wenig höher ausgefallen sind als dies bei Befolgung der strengen Methode der Fall gewesen wäre, weil nämlich die Sterbeziffer allgemein im Sinken begriffen gewesen ist, während die Bevölkerungszahlen von Jahr zu Jahr zugenommen haben, mithin die niedrigeren, den späteren Jahrgängen entsprechenden Werte der Sterbeziffer bei genauerer Berechnung des Durchschnitts mit relativ größeren Gewichten als die höheren, den weiter zurückliegenden Jahrgängen entsprechenden Werte der Sterbeziffer zu versehen wären.

Für zwei Staaten, das Deutsche Reich und die Schweiz, mußte mit Rücksicht auf eine Eigentümlichkeit der Methode, die bei der Konstruktion der entsprechenden Sterbetafeln zur Anwendung kam, der Durchschnitt so berechnet werden, daß die Sterbeziffer des Anfangs- und Schlußjahres der weiter unten angegebenen Zeiträume (für Deutschland 1871 und 1881, für die Schweiz 1876 und 1881) nicht voll, sondern je zur Hälfte in Ansatz gebracht worden sind.

Von der Art der Berechnung der Werte der Geburtsziffer (n) gilt in analoger Weise das soeben über die Berechnung der Sterbeziffer (m) ausgeführte.

Es sei noch bemerkt, daß die Totgeborenen nicht berücksichtigt worden sind: Die Zahlen derselben sind sowohl von den Zahlen der Verstorbenen als von den Zahlen der Geborenen (die im 44. Bande mit Einschluß der Totgeborenen berechnet sind) in Abzug gebracht worden.

Tabelle V.

1.	m 2.	μ 3	n 4.
Norwegen (1856—65)	17,8	20,6	32,6
Schweden (1871—80)	18,3	21,3	30,5
Dänemark (1870—79)	19,3	21,5	31,3
Mecklenburg-Schwerin (1867—81)	21,0	22,8	31,8
England (1871—80)	21,4	23,3	35,5
Grofsherzogtum Oldenburg (1855—64)	22,1	24,0	30,6
Frankreich (1877—81)	22,3	23,8	25,0
Schweiz (1876—81)	22,9	23,6	30,1
Niederlande (1870—79)	24,6	25,3	36,4
Deutsches Reich (1871—81)	27,0	27,0	39,2

Die erste interessante Thatsache, welche obige Tabelle zum Ausdruck bringt, ist nun die, daß die Reihenfolge der Staaten fast ungeändert bleibt, ob man dieselben nach der Höhe der summarischen Sterbeziffer (m) oder aber nach der Höhe des allgemeinen Sterblichkeitskoeffizienten im Sinne der Sterbetafel (μ) ordnet. Die einzige Abweichung in dieser Beziehung besteht darin, daß in Spalte 3 gegenüber der Spalte 2 Oldenburg seine Ordnungsnummer mit der Schweiz vertauscht hat. So bewahrheitet sich die auch von Körösi aufgestellte Behauptung, daß die summarische Sterbeziffer lange nicht

in dem Maße, wie es gewöhnlich angenommen wird, unzuverlässig erscheint, wenigstens für den Fall, wo es gilt, zunächst bloß in approximativer Weise eine Reihe von Ländern in Bezug auf Sterblichkeit miteinander zu vergleichen, vorausgesetzt allerdings, daß man als richtigstes Maß der Sterblichkeit die Größe μ, d. h. den reziproken Wert der mittleren Lebensdauer ansieht [1]). Es wäre jedoch unvorsichtig, der konstatierten Erfahrungsthatsache eine zu große Tragweite beizulegen und etwa anzunehmen, daß für alle Länder und für alle Zeiten ein ähnliches Verhältnis obwaltet.

Eine zweite und bei weitem die wichtigste Konsequenz, zu der die Betrachtung der letzten Tabelle führt, besteht aber darin, daß m in allen 10 Ländern ohne Ausnahme auf eine kleinere Größe sich stellt als μ [2]). Die Thatsache der zunehmenden jährlichen Geburtenzahlen, die sämtlichen zehn Ländern gemeinsam ist, bewirkt demnach, daß die Sterbeziffer (m) hinter der Größe zurückbleibt, die bei konstanten Geburtenzahlen sich ergeben müßte, vorausgesetzt, daß in dem einen Fall die Sterblichkeitskoeffizienten der einzelnen Altersklassen gleich hoch sind wie in dem anderen.

Dieses Ergebnis ist nach dem Vorstehenden daraus zu erklären, daß von den zwei in entgegengesetzter Richtung auf die Höhe der Sterbeziffer einwirkenden Faktoren — verhältnismäßig starke Besetzung der unteren Altersklassen einerseits und verhältnismäßig schwache Besetzung der oberen Altersklassen andererseits — der letzte Faktor nach der Lage der Verhältnisse das Uebergewicht hat.

Wenn aber die Mehrzahl der Statistiker dem ersten Faktor, nämlich der starken Vertretung der Kinder, ihre ganze Aufmerksamkeit zuwendet, den zweiten Faktor hingegen, nämlich die schwächere Vertretung der oberen Altersklassen vollständig außer Acht läßt, so wird man der seltsamen Thatsache gewahr, daß eine Meinung, die wie kaum eine andere die Mortalitätsstatistik beherrscht, im schroffem Widerspruch zu der Erfahrung steht.

Ist in der That von den Statistikern nicht oft genug wiederholt worden, daß die Zunahme der jährlichen Geburtenzahl die Sterbeziffer in die Höhe treibe und hat man diesen Satz nicht stets mit der Erwägung zu motivieren versucht, daß in einer Bevölkerung mit von Jahr zu Jahr steigenden Geburtenzahlen die relative Anzahl der Kinder, welche notorisch einer hohen Sterblichkeit ausgesetzt sind, eine größere sei als dies in einer stationären Bevölkerung der Fall sein würde [3])?

1) Jedoch ist es keineswegs jener Umstand gewesen, der mich dazu bewogen hat, die summarische Sterbeziffer gegen gewisse Angriffe gleichsam in Schutz zu nehmen (vgl. Die mittlere Lebensdauer, S. 51 fg.) und ich möchte betonen, dafs gerade in dieser Frage Körösi und ich auf ganz verschiedenem Boden stehen: er sucht die summarische Sterbeziffer aus empirischen, ich aber habe gesucht, sie aus rein theoretischen Gründen zu verteidigen S. Körösi, Denkschrift, S. 11—12 und den in diesen Jahrb. erschienenen Artikel, S. 225.

2) Für das Deutsche Reich sind die genaueren Zahlen $\mu = 27{,}04$, $m = 26{,}98$ bezw. bei exakter Berechnung des Durchschnitts $m = 26{,}94$.

3) Siehe z. B. Quetelet, Lettres sur la théorie des probabilités, Bruxelles 1846, S. 201: „ . . . on compare assez souvent le mouvement d'une population stationnaire au

Der in Frage stehende Satz dürfte vielleicht in der hier gegebenen Formulierung manchem Leser nicht so bekannt vorkommen, wie ich es annehme. Denn man pflegt den behaupteten Zusammenhang gewöhnlich anders auszudrücken, indem man nämlich von einer Beeinflussung der Sterbeziffer durch eine „hohe Geburtsziffer" (statt „durch das Steigen der jährlichen Geburtenzahlen") redet. „Geburtsziffer" bedeutet aber das Verhältnis der jährlichen Geburtenzahl zu der Bevölkerungszahl (also die Größe n in der Tabelle V).

Zu Gunsten einer derartigen Beeinflussung der Sterbeziffer durch die Geburtsziffer — wenn man letzteren Ausdruck im strikten Sinne auffaßt — scheint dem Ungeschulten die Thatsache zu sprechen, daß, wenn man eine Reihe von Bevölkerungen durchnimmt, hohe Sterbeziffern mit hohen Geburtsziffern und niedrige Sterbeziffern mit niedrigen Geburtsziffern oft zusammentreffen (vgl. Spalte 2 u. 4 in Tab. V).

Man braucht sich aber nur den Fall stationärer Bevölkerungen, wo jenes Zusammentreffen ein ausnahmsloses wäre (weil in jeder Bevölkerung die Sterbeziffer stets der Geburtsziffer gleich sein würde) zu vergegenwärtigen, um sofort einzusehen, daß die obige Deutung der erwähnten Thatsache nicht die richtige sein kann.

Es seien A und B zwei Bevölkerungen, beide stationär. Die jährliche Geburtenzahl soll in jeder der beiden Bevölkerungen 1000 betragen. Man nehme ferner an, daß in A der Neugeborene durchschnittlich 40 Jahre, in B aber nur 20 Jahre lebe. Demnach würde sich für A eine konstante Bevölkerungszahl von 40000 Menschen, für B eine solche von 20000 Menschen ergeben. Da nun in jeder der beiden Bevölkerungen jährlich 1000 Todesfälle sich ereignen — dies folgt daraus, daß sowohl die jährliche Geburtenzahl als die Sterblichkeitsverhältnisse sich stets gleich bleiben — so käme man für A auf eine Sterbeziffer von $25\,{}^0/_{00}$ und für B auf eine solche von $50\,{}^0/_{00}$. Die Geburtsziffer würde sich aber in A bezw. in B ebenfalls auf $25\,{}^0/_{00}$ bezw. $50\,{}^0/_{00}$ stellen. Es würde trotzdem niemand — selbst dem Ungeschulten nicht — einfallen, in diesem einfachen Fall die relativ hohe Sterbeziffer der Bevölkerung B auf ihre relativ hohe Geburtsziffer zurückzuführen und etwa zu behaupten, die verschiedene Geburtsziffer der zwei Bevölkerungen störe den Vergleich zwischen ihren Sterblichkeiten.

mouvement d'une population croissante par un excès de naissances sur les décès. Votre Altesse conçoit cependant que l'on compare des éléments hétérogènes, et que toutes choses égales, cette dernière population doit avoir une mortalité plus forte, parce qu'on y trouve plus d'enfants". Während wir nun der im obigen Citat von Quetelet vertretenen Ansicht, die wir im Text als eine für die Verhältnisse der meisten europäischen Bevölkerungen nicht zutreffende gekennzeichnet haben, in der bevölkerungsstatistischen Litteratur Deutschlands und Frankreichs auf Schritt und Tritt begegnen, mag es den Engländern zum Ruhme gereichen, dafs sie den Zusammenhang zwischen der steigenden Zahl der jährlichen Geburten und der Höhe der Sterbeziffer schon längst richtig erkannt haben. Man vergleiche z. B. die Reports of the Registrar General on Births, Deaths and Marriages for England and Wales, Jahrgänge 1843, 1856 u. a., dann aber auch Humphreys, The Value of Death Rates as a test of Sanitary Condition, in der Zeitschrift der Londoner Statistischen Gesellschaft, Jahrg. 1874, und Newsholme, The Elements of Vital Statistics, Third edition, 1892, p. 83—87 und 255—266 (über Milne).

Wenn man also von „hohen Geburtsziffern“ als störendem Faktor reden hört, der notwendigerweise hohe Sterbeziffern zur Folge haben müsse, ohne daß die Sterblichkeitsverhältnisse der beteiligten Bevölkerungen (d. h. wohl insofern diese Sterblichkeitsverhältnisse in den nach dem Alter spezialisierten Sterblichkeitskoeffizienten zum Ausdruck kommen) die Schuld daran tragen würden, so thäte man, glaube ich, den meisten Autoren, die sich solcher Sprache bedienen, Unrecht, wollte man dem Ausdruck „hohe Geburtsziffer“ seinen strikten Sinn beilegen.

Ja, man wird der wahren Meinung jener Autoren sicher viel besser entgegenkommen, wenn man, wie ich vorhin gethan, annimmt, daß sie eigentlich die Thatsache der von Jahr zu Jahr wachsenden Geburtenzahlen im Auge haben und eben dieser Thatsache eine steigernde Wirkung auf die Sterbeziffer zuzuschreiben sich für berechtigt halten.

Nach dem früher Entwickelten ist es auch klar, daß diese Meinung nicht anders entstanden sein kann, als dadurch, daß man stets nur die relativ hohe Sterblichkeit, durch die das Kindesalter ausgezeichnet ist, beachtete, während man der ebenfalls hohen Sterblichkeit der Greise bezw. der Thatsache, daß vom Alter von 13—14 Jahre ab die Sterblichkeit zunimmt, keine Aufmerksamkeit schenken wollte.

So gelangte man zu dem Ergebnis, daß in einer Bevölkerung mit steigenden jährlichen Geburtenzahlen die allgemeine Sterbeziffer höher sein müsse als in einer stationären Bevölkerung, weil in der ersten das Kindesalter stärker vertreten sei als in der zweiten.

In Wirklichkeit kommt es aber noch darauf an, ob diese an sich richtig erkannte Wirkung durch jene andere, die der schwächeren Besetzung der oberen Altersklassen entspringt, nicht überwogen wird. Eine sehr rapide Zunahme der jährlichen Geburtenzahlen kann es allerdings verhindern, daß die zuletzt erwähnte Gegenwirkung schließlich bestimmend werde für das Endresultat [1]). Jedoch scheint letzteres gerade in den modernen Bevölkerungen der europäischen Staaten ausnahmslos der Fall zu sein [2]).

Kurz, die einseitige Grundlage, auf welcher sich die Deduktion der Statistiker aufbaute, erzeugte eine den thatsächlichen Verhältnissen schlechtweg zuwiderlaufende Anschauung, die dann ihrerseits auf die Auslegung jener Verhältnisse verwirrend einwirkte.

So viel über den Zusammenhang zwischen der Höhe des summa-

---

1) Zu vergleichen Zillmer, Ueber die Geburtsziffer u. s. w. in Masius' Rundschau der Versicherungen, XIII. Jahrg., 1863.

2) Die Gegenwirkung, von der im Text die Rede ist, würde auch in dem Fall zur Geltung nicht kommen, wenn die Zunahme der jährlichen Geburtenzahlen bei der gegebenen Bevölkerung eine Erscheinung neuen Datums wäre, also z. B. erst 10—15 Jahre andauerte, während vorher ein stationärer Zustand geherrscht hätte. Jedoch stellt diese Modalität nur eine Möglichkeit dar, die in den Bevölkerungsverhältnissen keines der modernen europäischen Staaten ihre Verwirklichung finden dürfte. Es ist trotzdem nicht ausgeschlossen, dafs wenigstens einige der Autoren, welche die im Text als irrig erkannte Ansicht von der Richtung, in der die Vermehrung der Geburten die Sterbeziffer beeinflufst, teilen, gerade dadurch zu jener Ansicht gelangt sind, dafs sie die erwähnte Modalität ins Auge gefafst hatten.

rischen Sterblichkeitskoeffizienten und der Geburtenfolge und über die Behandlung, welche dem Problem in der Fachlitteratur gewöhnlich zuteil wird. Ich gehe nun zu der Besprechung des obengenannten Beitrags zu der Frage, der von Körösi herrührt [1]).

Im Gegensatz zu den meisten seiner Fachgenossen verspricht Körösi „den Einfluß der Geburtendichtigkeit auf die Höhe des Mortalitätskoeffizienten", mithin nicht den Einfluß der Geburtsziffer zu untersuchen.

Jedermann, der darüber unterrichtet ist, was Knapp und nach ihm andere Theoretiker der Statistik unter „Geburtendichtigkeit" verstehen, wird durch jenes in der Ueberschrift des entsprechenden Abschnittes von Körösi's Denkschrift enthaltene Versprechen angenehm überrascht, denn die korrekte Fragestellung ist in der That diese: Wie beeinflußt wachsende bezw. sinkende Geburtendichtigkeit den numerischen Wert der Sterbeziffer? Aber schon die ersten auf die erwähnte Ueberschrift folgenden Zeilen sind danach angethan, im Leser eine bittere Enttäuschung wachzurufen, weil es sich herausstellt, daß Körösi den Ausdruck „Geburtendichtigkeit" auf das Verhältnis der Geburtenzahl zur Bevölkerungszahl anwendet, ihn also im Sinne „Geburtsziffer" gebraucht. Das Gefühl des Unbehagens wird sich aber beim Leser noch steigern, wenn er aus dem weiteren Verlauf der Darlegungen erfährt, daß Körösi an den Einfluß der Geburtsziffer — man soll das Ding beim echten Namen nennen — auf die Höhe des summarischen Sterblichkeitskoeffizienten im Ernste glaubt, während doch die Mehrzahl der Statistiker mit jener Phrase, wie wir sahen, einen anderen, zwar ebenfalls unrichtigen, aber auf jeden Fall verständlicheren Gedanken verbunden haben [2]).

Die absolute Unhaltbarkeit des Körösi'schen Standpunktes tritt am deutlichsten zutage, wenn man zusieht, in welcher Weise er den vermeintlichen Einfluß der Geburtsziffer auf die Höhe der Sterbeziffer zu eliminieren sich anschickt. Man liest bei ihm folgendes:

„In der Absicht, die Ueber- und Unterschätzungen des Sterblichkeitskoeffizienten einer positiven Kritik zu unterziehen, wollen wir untersuchen, wie hoch sich denn die Sterblichkeitskoeffizienten verschiedener europäischer Staaten gestalteten, falls die Unterschiede der Fruchtbarkeit nicht beständen, falls überall gleich viel Kinder —

1) Oben, S. 687.

2) Es sei hier daran erinnert, dafs gerade Knapp, den Körösi in seiner Denkschrift auch sonst mit mehr Eifer als Glück citiert, jene Statistiker verhöhnt hat, die da meinten, dafs ihre Kunst „erst bei der Berechnung von Quotienten, gleichsam erst beim Dividieren, anfinge". „Man vergleiche", fährt Knapp fort, „die Ueberschriften, die immer von mittlerer Lebensdauer, Sterblichkeitsziffer, Geburtsziffer u. s. w., also von lauter Quotienten hergenommen sind. Die Betrachtung der Gröfsen, bevor sie zu einer Division verwendet werden, ist durchaus ungewöhnlich. Möge die vorliegende Arbeit diese Nachlässigkeit vertreiben helfen" (Ermittelung der Sterblichkeit, S. 116). Und nun mufs Knapp erleben, dafs ein Vierteljahrhundert nach dem Erscheinen seines statistischen Hauptwerkes jener von ihm bekämpfte Irrtum in krassester Form wieder auftritt, jetzt aber umhüllt in Knapp's eigene aber falsch angewendete Terminologie. Man sieht, dafs unter Umständen neue Termini sich leichter Bahn brechen als neue Gedanken.

nehmen wir an, überall so viel wie in Schweden, d. i. 3 Proz. der Bevölkerung — zur Welt kämen.

Um durch die recht umständlichen Berechnungen nicht zu ermüden, teile ich umstehend bloß die Resultate mit und lasse hier, der Illustration halber, aus den diesbezüglich — auf Grund von Bodio's wertvollen internationalen Zusammenstellungen — für 15 Staaten angestellten Berechnungen jene eine folgen, die auf Oesterreich Bezug hat.

Die Anzahl der Geburten beträgt daselbst	833 251.
Falls die Geburtsziffer, wie in Schweden, bloß 3 Proz. betrüge, sänke die Zahl der Geburten auf	659 119.
Von diesen 0—1-jährigen stürben infolge der in Oesterreich faktisch bestehenden Säuglingsmortalität von 25,16 Proz.	165 834,
während daselbst in diesem Alter faktisch	209 678
Kinder starben. Die übergroße Natalität verursachte demnach eine Uebermortalität von	43 844

Fällen. Diese Uebermortalität wurde also nicht durch die qualitativen sanitären Ursachen, sondern bloß durch den quantitativen Umstand der größeren Anzahl vorhandener Säuglinge verursacht.

Zieht man von der Gesamtmortalität diese Uebermortalität ab, so ergiebt sich eine reduzierte Mortalität von 649 817 Fällen, d. h. von 2,96 Proz. gegen 3,11 Proz. der gewöhnlichen Berechnung.

Auf diese Weise berechnet, läßt sich der Einfluß der höheren Geburtendichtigkeit für alle 15 Staaten in folgendem darstellen." (Folgt eine Tabelle.) [1] [2]).

Ein näheres Eingehen auf obige Methode zur Eliminierung des Einflusses ungleicher Geburtsziffern auf den Sterblichkeitskoeffizienten

1) Denkschrift, S. 10—11; im Bulletin S. f—g.

2) Ich habe im Text die Rechnung angeführt, wie ich sie bei Körösi vorfand, obgleich sie einen Rechnungsfehler involviert, der jedem aufmerksamen Leser in die Augen springt. Das Endresultat besagt nämlich, dafs die gesuchte Korrektion zur Sterbeziffer —0,15 Proz. (2,96 minus 3,11) ausmacht. Dieser Korrektion entspricht aber eine absolute Uebermortalität von 43 844 Todesfällen. Demnach würde sich die Bevölkerungszahl, mit der Körösi, ohne sie anzuführen, rechnet, auf $\frac{43\,844 \times 100}{0{,}15}$ = rund 29 Millionen stellen. Andererseits soll die absolute Zahl von 659 119 Geburten einer Geburtsziffer von 3 Proz. entsprechen, woraus sich eine Bevölkerungszahl von rund 22 Millionen ergeben würde. Um der Fehlerursache nachzugehen, nahm ich die Bodio'schen Confronti internationali zur Hand, denen Körösi seine Zahlen entnommen hat, und da fand ich nun, dafs für das Jahr 1878 (für welches die Zahl der Geborenen 833 251 ist) die Zahl der Gestorbenen sich auf 683 661 stellt. Zieht man nun von letzterer Zahl die „Uebermortalität" im Betrage von 43 844 Gestorbenen ab, so erhält man 639 817, nicht aber 649,817. Demnach würde die „reduzierte" Mortalität nicht gleich 2,96, sondern gleich 2,91 sein. Es ist aufserdem zu bemerken, dafs, während Körösi 3,11 als den Wert der nach der gewöhnlichen Methode berechneten Sterbeziffer angiebt, in den Bodio'schen Tabellen sich für Oesterreich 1878 der Wert 3,16 findet. Der Unterschied erklärt sich daraus, dafs, während Bodio die für das Jahr 1878 berechnete Bevölkerungszahl (21 614 206) benutzt hat, Körösi es vorgezogen hat, sich an die durch die Volkszählung vom 31. Dez. 1880 gelieferte Bevölkerungszahl (21 981 821) zu halten.

kann ich dem Leser schon aus dem Grunde ersparen, weil die Methode im besten Falle (nachdem sie eine geringfügige Aenderung erfahren hätte) als eine partielle Anwendung desjenigen Verfahrens erscheinen würde, das wir früher als die Methode der Standardaltersverteilung kennen gelernt haben und dessen Mängel ausführlich dargethan worden sind.

Ich kann aber nicht umhin, zur deutlichen Illustration der schiefen Auffassung, die Körösi hier vertritt, auf das hypothetische Beispiel der zwei stationären Bevölkerungen A und B zurückzugreifen (S. 692). Diese Bevölkerungen erfüllen vollauf die Bedingungen, an welche die Anwendung der „Korrektion zum Sterblichkeitskoeffizienten wegen ungleicher Geburtsziffern" geknüpft ist. Wir brauchen aber die weitere Annahme hinzuzufügen, daß in A jährlich etwa 200 Kinder im Alter von 0—1 Jahr sterben, in B dagegen etwa 250.

Die Aufgabe besteht nun darin, den Sterblichkeitskoeffizienten der Bevölkerung B nach Körösi's Methode zu korrigieren. Würde in B die Geburtsziffer nicht 50 $^0/_{00}$ betragen, sondern nur noch 25 $^0/_{00}$, wie in A, so würde die Zahl der jährlichen Geburten in B auf 500 sinken. Es würden demnach nicht mehr 250 Todesfälle im Alter von 0—1 Jahr jährlich vorkommen, sondern bloß 125 und die Gesamtzahl der Verstorbenen würde sich dem entsprechend auf 875 reduzieren, woraus sich dann ein Sterblichkeitskoeffizient 43,75 $^0/_{00}$ (statt 50 $^0/_{00}$) ergeben würde.

Man irrte also, nach Körösi's Meinung, solange man dachte, die Sterblichkeiten von A und von B verhielten sich wie 25 zu 50, bezw. 1 zu 2. Das korrigierte Verhältnis wäre 25 zu 43,75 bezw. 1 zu 1,75.

Und doch beträgt die mittlere Lebensdauer nach wie vor in A 40 und in B 20 Jahre!

Nachdem wir im Vorstehenden die Methode der Standardaltersverteilung erst in ihrer Ur- und Hauptform, dann in ihrer partiellen Anwendung besprochen haben, erübrigt es, nunmehr einer modifizierten Gestalt derselben zu gedenken, die ihr von W. Ogle verliehen worden ist.

Man habe für England im ganzen, dann aber auch für die einzelnen englischen Grafschaften die Sterblichkeitsziffer nach der gewöhnlichen Methode berechnet, und man nenne die so erhaltenen Werte die effektiven Sterbeziffern (the recorded death-rates).

Ogle geht, ähnlich wie Körösi, davon aus, daß jene Werte miteinander nicht vergleichbar seien, weil die Alterszusammensetzung der lebenden Bevölkerung in jeder Grafschaft eine verschiedene ist [1]). Um vergleichbare Zahlen zu gewinnen, berechnet er zunächst für jede Grafschaft eine Standard-Sterbeziffer (standard death-rate), worunter die Sterbeziffer zu verstehen ist, die sich herausstellen würde, falls die nach dem Alter spezialisierten Sterblichkeitskoeffizienten

1) Ich sehe hier davon ab, dafs Ogle die Zusammensetzung nach dem Geschlecht mit berücksichtigt. Dies ändert an der prinzipiellen Seite der Frage gar nichts.

in der betreffenden Grafschaft denjenigen, die für ganz England ermittelt worden sind, gleich wären, während die Altersverteilung in der Grafschaft ungeändert bliebe. Die Standard-Sterbeziffern werden demnach von Grafschaft zu Grafschaft wechseln infolge der Verschiedenheiten, welche die einzelnen Grafschaften in Bezug auf Alterszusammensetzung aufweisen.

Ein Urteil über die relative Sterblichkeit wird jetzt auf Grund eines Vergleiches zwischen der effektiven und der jeweiligen Standard-Sterbeziffer gefällt werden können. Uebertrifft die erste Sterbeziffer die zweite, so bedeutet dies, daß die betreffende Grafschaft eine im Verhältnis zum ganzen Lande ungünstige Sterblichkeit hat und umgekehrt: bleibt die effektive Sterbeziffer hinter der Standard-Sterbeziffer zurück, so weist dies darauf hin, daß die betreffende Grafschaft eine günstigere Sterblichkeit hat als das Land im ganzen.

Einige Autoren, so z. B. Humphreys, haben sich mit der geschilderten Methode der Sterblichkeitsmessung zufrieden gestellt. Ogle aber thut einen Schritt weiter, um für jede Grafschaft eine einzige Zahl als Ausdruck der darin herrschenden Sterblichkeit zu gewinnen. Er nimmt zu diesem Zwecke folgende rechnerische Operation vor: Dividiert die effektive Sterbeziffer Englands durch die Standard-Sterbeziffer der betreffenden Grafschaft und betrachtet den so erhaltenen Quotienten als einen Korrektionsfaktor, mit dem die effektive Sterbeziffer der jeweiligen Grafschaft zu multiplizieren ist, damit sich eine korrigierte Sterbeziffer ergebe.

Ogle ist außerdem davon überzeugt, daß die in obiger Weise korrigierten Sterbeziffern der einzelnen Grafschaften mit denjenigen Sterbeziffern zusammenfallen würden, welche man erhielte, wenn die Alterszusammensetzung in den einzelnen Grafschaften stets die gleiche und zwar mit der Alterszusammensetzung der Bevölkerung Englands identisch wäre.

M. a. W. glaubt Ogle mit seiner Manipulation dasselbe Ziel zu erreichen, zu welchem sonst die Methode der Standardaltersverteilung in ihrer reinen Form zu führen pflegt [1]).

Dieser Glaube ist nun entschieden unbegründet und es ist von Körösi unter Anwendung algebraischer Hilfsmittel gezeigt worden, daß die nach seiner Methode korrigierten Sterbeziffern den nach der Ogle'schen Methode berechneten Sterbeziffern durchaus nicht identisch zu sein brauchten [2]).

Körösi scheint mir jedoch den Kern des Irrtums, dessen sich der englische Statistiker schuldig gemacht hat, nicht getroffen zu haben.

Meines Erachtens liegt der Ogle'schen Methode die unrichtige Annahme zu Grunde, daß die Relation zwischen zwei für verschiedene Bevölkerungen geltenden Sterbeziffern, bei deren Berechnung eine ge-

1) Es ist zu beachten, dafs die Anwendung des Ogle'schen Verfahrens, im Gegensatz zu Körösi's Methode, an die Bedingung nicht gebunden ist, dafs für die einzelnen Grafschaften die Verstorbenen nach Altersklassen gegliedert vorliegen.

2) Nachtrag zum Art. Mortalitäts-Koeffizient u. Mortalitäts-Index im Bulletin de l'Institut, Bd. VI, S. u bis ad.

meinsame Altersverteilung benutzt worden ist, unabhängig sei von der Wahl dieser Altersverteilung. Dies soll nun in möglichster Kürze dargethan werden.

Eine jede Sterbeziffer, sowohl eine effektive als eine Standardsterbeziffer oder eine im Sinne Körösi's korrigierte Sterbeziffer läßt sich als eine Resultante 1) einer bestimmten Altersverteilung und 2) einer bestimmten Reihe von Spezialkoeffizienten der Sterblichkeit oder anders: einer bestimmten nach dem Alter spezialisierten Sterblichkeit auffassen und darstellen. Es sei also $m_{i,j}$ das Symbol einer solchen Sterbeziffer, wobei der Index i sich auf die Bevölkerung bezieht, deren Altersverteilung der Berechnung zu Grunde gelegt worden ist, und der Index j auf die Bevölkerung hinweist, deren nach dem Alter spezialisierte Sterblichkeit zur Herstellung der Sterbeziffer verwendet worden ist.

Man nehme an, es handelte sich um einen Vergleich zwischen England und der Grafschaft Kent und man verabrede sich, den Index *1* auf England und den Index *2* auf Kent zu beziehen. Demnach bezeichnen

$m_{1,1}$ die effektive Sterbeziffer Englands.

$m_{1,2}$ die Standardsterbeziffer Englands unter Zugrundelegung der nach dem Alter spezialisierten Sterblichkeit der Grafschaft Kent; zugleich die nach Körösi's Methode korrigierte Sterbeziffer von Kent unter Benutzung der Altersverteilung Englands.

$m_{2,1}$ die Standardsterbeziffer von Kent unter Zugrundelegung der nach dem Alter spezialisierten Sterblichkeit Englands; zugleich die nach Körösi's Methode korrigierte Sterbeziffer Englands unter Benutzung der Altersverteilung von Kent.

$m_{2,2}$ die effektive Sterbeziffer der Grafschaft Kent.

Ogle's Verfahren besteht nun darin, für England die Größe $m_{1,1}$ ungeändert zu lassen, für die Grafschaft Kent aber erst den Wert $m_{2,1}$ zu berechnen, dann den Korrektionsfaktor $\frac{m_{1,1}}{m_{2,1}}$ zu ermitteln und schließlich das Produkt $m_{2,2} \times \frac{m_{1,1}}{m_{2,1}}$ für den Wert von $m_{1,2}$ auszugeben.

M. a. W. muß Ogle von der Richtigkeit der Gleichung

$$m_{2,2} \times \frac{m_{1,1}}{m_{2,1}} = m_{1,2}$$

bezw.

$$\frac{m_{2,2}}{m_{2,1}} = \frac{m_{1,2}}{m_{1,1}}$$

überzeugt sein, q. e. d.

Wir wissen, daß obige Gleichung unrichtig ist, aber wir hatten früher (S. 680—681) Gelegenheit gehabt zu sehen, daß unter gewissen Umständen, die in Wirklichkeit oft zutreffen, eine annähernde Erfüllung jener Gleichung zu erwarten ist. Darum wäre es erklärlich, wenn die Ogle'sche Methode zu rechnerischen Resultaten führen sollte,

welche von den auf Grund von Körösi's Methode gewonnenen Resultaten nicht wesentlich abweichen würden, vorausgesetzt allerdings, daß man sich an wirklich existierende Bevölkerungen und nicht an fiktive Beispiele hält.

Es dürfte nach dem Vorstehenden klar sein, daß der Ogle'sche Methode gegenüber der Methode der Standardaltersverteilung in ihrer reinen Form keine selbständige Bedeutung zukommt. Sie enthält vielmehr einen neuen Fehler, wodurch etwas an sich Unzweckmäßiges und Verfehltes eher schlechter als besser gemacht wird [1]).

Ich kann mir nicht versagen, zum Schluß die mit so großer Ausführlichkeit behandelte Frage der „künstlichen Sterbeziffern" unter einen allgemeineren Gesichtspunkt zu bringen [2]).

Der Grundirrtum, in welchem Körösi und andere Anhänger der Methode der Standardaltersbesetzung befangen sind, ließe sich kurz dahin formulieren, daß sie die Sterblichkeit und die Altersverteilung als zwei von einander unabhängige Erscheinungen ansehen, während doch die Altersverteilung mit ein Ergebnis der Sterblichkeit ist.

Der Fall aber, wo eine Außerachtlassung der Beziehungen zwischen

---

1) Bei Besprechung der Ogle'schen Methode sagt Körösi: „Ueberhaupt ist zu bemerken, dafs der Unterschied zwischen dem beobachteten und dem korrigierten Koeffizienten nicht eine Folge der verschiedenen Sterblichkeit, auch nicht der verschiedenen Altersbesetzung, sondern blofs der soeben erwähnten Durchschnittsberechnung ist. Wollte man nämlich den Faktor nicht für die Gesamtbevölkerung, sondern — wie dies ausschliefslich richtig wäre — für jede einzelne Altersklasse einführen, so würde sich der beobachtete Alterskoeffizient in Brighton gar nicht ändern. . . . Es beweist dies am besten, wie die englische Berechnung einen Umweg involviert, nach welchem man wieder am Ausgangspunkte anlangt". Diese Argumentation könnte mit gleichem Recht auf Körösi's Methode angewendet werden, denn auch hier würde sich zwischen dem korrigierten und dem nach der gewöhnlichen Methode berechneten Sterblichkeitskoeffizienten gar kein Unterschied ergeben, falls letzterer nach dem Alter spezialisiert wäre. — Wäre Körösi in Ogle's Verfahren tiefer eingedrungen, so hätte er herausbringen müssen, dafs dieses auf der im Text erörterten stillschweigenden und unrichtigen Annahme beruht, im übrigen aber mit der Methode der Standardaltersbesetzung prinzipiell übereinstimmt. Es ist interessant, dafs Körösi selbst jener Annahme nicht ganz fern zu stehen scheint (zu vergl. oben, S. 681) und darum erweist sich seine abweisende Beurteilung der Ogle'schen Methode, gerade von seinem Standpunkte aus gesehen, als wenig begründet. — Westergaard, der ähnlich wie Körösi ein Anhänger der Methode der Standardaltersverteilung in ihrer reinen Form ist, trägt eine gröfsere Folgerichtigkeit zur Schau, indem er das Ogle'sche Verfahren als eine einfache Konsequenz jener Methode hinzunehmen scheint. Aus seinen Ausführungen auf S. 338 des Artikels „Neue und alte Messungsvorschläge in der Statistik", geht es nämlich hervor, dafs er mit Ogle einverstanden ist, solange es sich um eine Eliminierung des Einflusses der ungleichen Altersbesetzung handelt — und darum ist es hier ausschliefslich zu thun — denn man vermifst an erwähnter Stelle jedes Wort der Kritik in gesagter Beziehung.

2) Die Methode der Standardaltersbesetzung scheint einer Erstreckung auf andere Gebiete als das der Sterblichkeit entgegenzusehen. Das vom internat. stat. Institut zur Prüfung der Frage eingesetzte Komitee führt den Namen: „Comité pour l'établissement d'un „Standard-population" avec une distribution fixe des sexes et des âges pour être appliqué dans les calculs des taux annuels des mariages, naissances et décès dans les pays européens".

den der Betrachtung unterliegenden statistischen Erscheinungen bezw. den zur Charakterisierung dieser Erscheinungen dienenden statistischen Größen Fehlschlüsse erzeugt und auf die Auslegung der Daten verwirrend einwirkt, kommt auch bei sonstigen Fragen der Statistik, namentlich aber der Bevölkerungsstatistik nur gar zu häufig vor.

So bietet z. B. Adolph Wagner's „Grundlegung der politischen Oekonomie" in ihrem bevölkerungsstatistischen Teil manches Beispiel eines solchen den Forderungen strenger Methodologie nicht ganz entsprechenden Vorgehens. Um mich auf einen einzigen, recht deutlichen Fall zu beschränken, greife ich das Problem der physiologisch möglichen bezw. maximalen Geburtsfrequenz heraus [1]). Von der Annahme ausgehend, daß „eine Frau alle 2 Jahre während ihrer Periode der Gebärfähigkeit gebären kann", giebt Wagner zunächst die Zahl 10 Proz. als das physiologische Maximum der Geburtsfrequenz an und zwar auf die Thatsache gestützt, daß die Zahl der Frauen im gebärfähigen Alter 20 Proz. der Gesamtbevölkerung ausmacht. Er reduziert dann auf Grund anderweitiger Erwägungen die angegebene Zahl von 10 Proz. auf 5 bezw. 6 Proz. Aber darum ist es hier nicht zu thun. Es gilt vielmehr, die Methode der Berechnung näher ins Auge zu fassen, die darin besteht, den Prozentsatz der gebärfähigen Frauen in einer Bevölkerung als konstant anzunehmen (gleich 20 Proz.) ohne zu bedenken, daß dieser der Statistik entnommene Prozentsatz bei einer viel niedrigeren Geburtsfrequenz besteht und daß eine erhöhte Geburtsfrequenz eine relativ stärkere Besetzung der niedersten Altersklassen zur Folge hätte, wodurch der Prozentsatz der gebärfähigen Frauen auf jeden Fall eine Aenderung erfahren würde.

Nicht überall liegt das Mißliche einer Berechnungsmethode, welche die einschlägigen mathematischen Beziehungen unberücksichtigt läßt, so auf der Hand wie im obigen Beispiel.

Bei der Erörterung etwas mehr verwickelter Fragen wird der Statistiker einer theoretischen Anleitung bedürfen. Eine solche ist nun in demjenigen Teile der sogen. mathematischen Statistik gegeben, der die formalen (mathematischen) [im Gegensatz zu den materiellen (physikalischen)] Beziehungen zwischen den in Betracht kommenden statistischen Massen oder Gesamtheiten bezw. zwischen den statistischen Relativ- und Durchschnittszahlen untersucht und, sei es mit Hilfe analytischer, sei es mit Hilfe geometrischer Darstellungs- und Beweismethoden jene Beziehungen dem Verstand und dem Gedächtnis einzuprägen trachtet.

Ja, als Schutzmittel gegen statistische Fehlschlüsse scheint mir dieser Zweig der Theorie eine ganz hervorragende Rolle zu spielen und auf keinen Fall hinter der Wahrscheinlichkeitsrechnung, insoweit ihr eine ähnliche Aufgabe zufällt, zurückzustehen.

[1]) Grundlegung, 3. Auflage, Leipzig 1893. Erster Teil, 2. Hbd., S. 494—495.

Nachtrag.

Im zweiten Artikel dieser „Betrachtungen" hatte ich anknüpfend an die erörterte Frage der Präzisionsberechnungen bei Erwartungsgrößen bezw. bei den benannten Durchschnittszahlen der Statistik einige Stellen aus einem älteren Aufsatz Prof. Edgeworth's angeführt und kritisch zu beleuchten versucht.

Prof. Edgeworth hat nun im 2. Heft des laufenden Jahrganges der Jahrbücher zu jenen Bemerkungen Stellung genommen. Er giebt mir in einigen Punkten Recht, hält aber gerade diese für untergeordnet und eigentlich die Form der Darstellung, nicht aber den Inhalt betreffend. Im übrigen erklärt er auf dem früheren, von dem meinigen abweichenden Standpunkt zu beharren, wodurch an mich die Aufgabe herantritt, von neuem zu versuchen, eine Verständigung herbeizuführen.

I. (1) Es handelt sich um die Bestimmung der Präzision eines Wertes der mittleren Lebensdauer — eine Frage, die in dem früheren Aufsatz Prof. Edgeworth's in etwas unklarer und, wie ich außerdem behauptet habe, in nicht widerspruchsfreier Weise erörtert worden ist. Dasjenige nun, was Prof. Edgeworth in seinem neuesten Artikel (S. 274—275) bezüglich dieses Punktes vorbringt, ist an sich durchaus richtig, trifft aber meine abweisende Kritik nicht im geringsten.

Es scheint nämlich aus Prof. Edgeworth's Erklarungen (S. 275, oben) hervorzugehen, daß er die von mir im 2. Artikel, S. 345, oben in Klammern, und S. 346, oben, vorgeschlagene Deutung der bei ihm vorkommenden Formel $\frac{2\,Se^2}{n}$ nicht für die richtige hält; er schreibt vielmehr den Buchstaben e und n einen anderen Sinn zu, als ich es gethan: nach ihm wäre e die Abweichung eines Einzelwertes der Lebensdauer von der mittleren Lebensdauer der Gruppe und n würde meinem $l_{2\,0}$ (2. Art., S. 346) entsprechen.

Durch eine solche Erklärung wäre der von mir behauptete Widerspruch gewissermaßen gehoben, aber es fragt sich, ob der Zusammenhang, in welchem die Formel auf S. 190 der „Methods of Statistics" erscheint, diese von der meinen abweichende Deutung zulaßt. Aus zwei Gründen glaube ich die Frage verneinen zu müssen: 1) Weil es auf S. 190 der „Methods" ausdrücklich heißt, $\frac{2\,Se^2}{n}$ ware „the fluctuation for the Means" (im Gegensatz zu der „fluctuation for the unmeaned observations"). Sollen hierbei e und n den von Edgeworth behaupteten Sinn haben, so fehlt im Nenner die Zahl der Aerzte (vergl. 2. Art., S. 346). Oder läge hier bloß ein neuer „litterarischer" Fehler vor? 2) Weil bei dieser neuen Deutung der Nebensatz, der sich der Formel unmittelbar anschließt, absolut unverständlich, ja sinnlos wird: „In this case", lesen wir auf S. 190 der „Methods", „the fluctuation for the Means is given by the formula $\frac{2\,Se^2}{n}$, which is now not merely theoretically preferable to, but practi-

cally different from the other formulae, which in the former case were applicable". „The former case" entspricht nämlich dem Fall, wo die Einzelwerte dem Gauß'chen Fehlergesetze gehorchen. Für letzteren Fall hat Prof. Edgeworth eine gleichlautende Formel entwickelt, worin e nichts anderes als die Abweichung eines Einzelwertes vom Durchschnitt und n die Zahl der Einzelbeobachtungen darstellen. Was wird aber dann aus dem im zitierten Nebensatz betonten Unterschied zwischen beiden Formeln? Da diese gleich geschrieben werden, so dürfte man wohl erwarten, jener Unterschied könne nur darin liegen, daß dieselben Buchstaben als Symbole verschiedener Größenbegriffe verwendet werden.

Eine sorgfältige Interpretation der in Frage stehenden Stelle führt mich also zu der Annahme, daß Prof. Edgeworth, als er vor 11 Jahren auf S. 190 seiner „Methods" die Formel $\frac{2\,Se^2}{n}$ niederschrieb, den Buchstaben e und n nicht denjenigen Sinn beigelegt hat, den er für dieselben heute vindiziert. Dann bleibt aber der von mir behauptete innere Widerspruch voll bestehen.

Um in die Darstellung Halt und Ordnung zu bringen, wäre der Uebergang von der Formel $\frac{2\,Se^2}{n}$ und der ihr beigefügten Charakterisierung zu der Beschreibung der vorgenommenen Operation anstatt mit dem kurzen „Thus" etwa mit folgenden Worten zu bewerkstelligen gewesen: „Wir hätten demnach n Gruppen zu bilden, für eine jede erst den Durchschnitt — Partialdurchschnitt, und dann die entsprechende Abweichung des jeweiligen Partialdurchschnitts von dem Gesamtdurchschnitt zu berechnen. Die Summe der Quadrate dieser Abweichungen mit 2 multipliziert und durch n (die Zahl der Gruppen) dividiert, würde die gesuchte „Fluktuation" ergeben. Allein die Wahrscheinlichkeitsrechnung zeigt, daß dieses Ziel durch ein kürzeres Verfahren erreichbar ist, welch letzteres einfach darin besteht, mit den Einzelwerten genau in gleicher Weise umzugehen, wie in dem vorhin besprochenen Falle, wo nämlich die Einzelwerte dem exponentiellen Fehlergesetze unterworfen sind." Erst auf diese oder ähnliche Worte würde dann die von mir im 2. Art. S. 345 wiedergegebene Schilderung folgen können. So wie die Stelle aber jetzt lautet, erfahren die Begriffe und zwar die Größenbegriffe e und n im Laufe der Darlegung eine plötzliche Metamorphose, zu deren Rechtfertigung es nichts nützen kann, sich auf Laplace oder Todhunter zu berufen.

(2) Ich hatte Prof. Edgeworth den Vorwurf gemacht, nur bei Wahrscheinlichkeitsgrößen, nicht aber auch bei Erwartungsgrößen die Möglichkeit einzusehen, die Präzision im Fall, wo eine Reihe von empirischen Werten vorliegt, nach zwei verschiedenen Methoden zu berechnen. Nun wiederholt er mit noch größerer Entschiedenheit die Behauptung, daß bei Erwartungsgrößen, wie z. B. die mittlere Lebensdauer eine ist, nur eine Verfahrungsweise anwendbar sei. Das Gegenteil ist aber wahr.

Man habe für einen Zeitraum von λ (etwa 40 oder 50) Jahren die Geborenen jedes Jahrganges — also im ganzen λ Generationen, die wir der Einfachheit halber uns als numerisch gleich stark und zwar aus je n Menschen bestehend vorstellen wollen, in ihrem allmählichen Absterben beobachtet und für die Generation des 1. Jahrgangs X_1 als Wert der mittleren Lebensdauer gefunden, für die des 2. Jahrgangs X_2 u. s. w. bis X_λ. Für die Einzelwerte der Lebensdauer hat man aber $x_1, x_2, x_3 \ldots . x_{\lambda n}$. Demnach ist

$$\frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_{\lambda n}}{\lambda n} = \frac{X_1 + X_2 + \ldots + X_\lambda}{\lambda} = X_0$$

der Gesamtdurchschnittswert der mittleren Lebensdauer. Es handelt sich darum, dessen Präcision zu ermitteln. Da kann man zunächst einmal nach der Formel

$$H = \frac{n\lambda}{\sqrt{2\left\{(x_1 - X_0)^2 + (x_2 - X_0)^2 + \ldots + (x_{\lambda n} - X_0)^2\right\}}}$$

(Methode A [1])),

sodann aber auch nach der Formel

$$H_0 = \frac{\lambda}{\sqrt{2\left\{(X_1 - X_0)^2 + (X_2 - X_0)^2 + \ldots + (X_\lambda - X_0)^2\right\}}}$$

(Methode B)

verfahren.

Sowohl H als H_0 können als Werte der gesuchten Präcision angesehen werden und beide Werte würden in dem Fall erwartungsmäßig übereinstimmen, wenn die Gruppen, denen die Partialdurchschnitte $X_1, X_2 \ldots$ entsprechen, durch Zufall entstanden wären.

Sonst wird der Vergleich zwischen H und H_0 genau die nämliche Bedeutung haben, wie bei einer statistischen Relativzahl der Vergleich zwischen zwei Werten der Präcision, von denen der eine nach der „kombinatorischen", der andere nach der „physikalischen" Methode berechnet ist. Der Ausdruck für H ist nämlich dem Ausdruck $\sqrt{\frac{n}{2pq}}$, der die Präcision eines empirischen Wertes der Wahrscheinlichkeit p, dem n Einzelfälle zu Grunde liegen, angiebt, nicht nur analog, sondern der letztere stellt einen Specialfall des ersteren dar, wie es auf S. 340 und 342 meines 2. Artikels dargethan ist.

Wenn aber Prof. Edgeworth sich auf S. 276 seiner Antwort dahin äußert, daß bei den Wahrscheinlichkeitsgrößen die Präcision einmal a priori, ein anderesmal a posteriori, bei den Erwartungsgrößen hingegen stets nur a posteriori ermittelt werden könne, so erwidere ich darauf folgendes: Die Berechnung nach der Formel

1) Es ist leicht einzusehen, dafs diese Methode darauf hinausläuft, aus der Gesamtzahl der beobachteten Sterbefälle eine Sterbetafel abzuleiten und aus bestimmten Elementen dieser in der auf S. 346 meines 2. Artikels beschriebenen Weise die Präcision zu gewinnen.

$\sqrt{\frac{n}{2pq}}$ geschieht in der Statistik niemals a priori, weil für p ein Wert eingesetzt werden muß, den die Erfahrung geliefert hat, so daß in dieser Beziehung gegenüber der Anwendung der Methode A auf eine Erwartungsgröße kein Unterschied besteht. Andererseits bietet sich, sobald man den Boden der Statistik verläßt, auch bei Erwartungsgrößen die Möglichkeit dar, die Bedingungen der Erfahrung bezw. des Spieles so zu formulieren, daß die Größe H a priori berechnet werden kann. Ein Beispiel dieser Art habe ich im 2. Art. S. 338 angeführt. Prof. Edgeworth nimmt selbst in seinem Artikel „Some recent Contributions to the Theory of Statistics" (Journal of the Royal Statistical Society of London, 1895, S. 507) auf einen ähnlichen Fall Bezug.

Hinsichtlich der Berechnung der Präcision besteht demnach zwischen den Wahrscheinlichkeitsgrößen bezw. den statistischen Relativzahlen einerseits und den Erwartungsgrößen bezw. den benannten Durchschnittszahlen der Statistik andererseits der von Prof. Edgeworth konstruierte Unterschied überhaupt nicht[1]). Es würde mich sehr wundern, wenn Prof. Edgeworth sich dieser Erkenntnis länger verschließen wollte, denn ich zweifle keinen Augenblick, daß jeder Sachkundige mir Recht geben wird.

(3) Sucht Prof. Edgeworth seine Wertschätzung der „kombinatorischen Methode" mit der Erwägung zu begründen, daß bei mangelnder Unabhängigkeit der Einzelfälle die Methode nicht anwendbar wäre, so befinde ich mich in der glücklichen Lage, bezüglich dieses Punktes auf meine früheren Ausführungen (2. Art., S 321—332, besonders S. 331) verweisen zu können, ohne hier die Frage noch einmal behandeln zu müssen. Nur dies möchte ich von neuem hervorheben, daß der Vergleich zwischen zwei Werten der Präcision, von denen der eine nach der kombinatorischen, der andere nach der physikalischen Methode berechnet ist, gerade für die Beurteilung des Grades jener Solidarität der Einzelfälle, welche, nach Prof. Edgeworth's Meinung, die Anwendung der kombinatorischen Methode ausschließt, besonders geeignet erscheint (2. Art., S. 329—330). Prof. Edgeworth sagt einmal: „It is rather difficult to estimate the relative value of this method — of the „combinatorial" as distinguished from the „physical" modulus, in Professor Lexis phrase. Perhaps it may be said that the former corroborates the latter by agreeing with it, but does not weaken it by differing from it. And we ought to be disposed towards the à priori calculation, as the literary man in „Punch" to his critic, ‚I don't care two pence for your opinion, but if you say something favourable I shall be pleased'"[2]) — ein Vergleich, der mir mehr geistreich als zutreffend zu sein scheint.

1) Fürs nähere zu vergleichen 2. Artikel, S. 340, letzter Absatz, und S. 347, zweiter Absatz.

2) On the Methods of ascertaining Variations in the Rate of Births, Deaths and Marriages (Journal of the R. Statistical Society, 1885, p. 643 644).

II. Es bildet selbstverständlich eine reine Frage der Terminologie, ob man den Ausdruck „kombinatorische Methode“ im engeren oder im weiteren Sinne faßt, und im Anschluß an die oben gemachte Unterscheidung zwischen der Methode A und der Methode B, als „kombinatorische Methode“ die Methode A bezeichnet im Fall, wo dieselbe auf Relativzahlen bezw. Wahrscheinlichkeitsgrößen Anwendung findet, oder aber jene Bezeichnung der Methode A ganz allgemein (einerlei ob sie auf Wahrscheinlichkeits- oder auf Erwartungsgrößen angewandt wird) beilegt.

Dagegen ist es sachlich von eminenter Wichtigkeit einzusehen, daß die Methode $h = \sqrt{\frac{n}{2pq}}$ einen Specialfall der Methode A darstellt. Und eben diese Einsicht will Prof. Edgeworth nicht teilen, denn wie kommt es, daß er im Falle der mittleren Lebensdauer es nicht für angezeigt hält, gegenüber der Berechnung der Präcision nach der Methode A (2. Art., S. 346, wo ich das von Prof. Edgeworth angewandte Verfahren, wie ers bestätigt, richtig wiedergegeben habe) zur selben Vorsicht zu ermahnen, wie gegenüber der Anwendung der Formel $h = \sqrt{\frac{n}{2pq}}$ auf eine statistische Relativzahl? Man kann mit Sicherheit behaupten, daß im Falle der mittleren Lebensdauer für H sich ein höherer Wert als für H_0 herausstellen würde. Liegt, m. a. W., eine Reihe von Generationen vor, so werden die ihnen entsprechenden Werte der mittleren Lebensdauer viel bedeutendere Schwankungen aufweisen als diejenigen, welche bei zufällig gebildeten Menschengruppen der entsprechenden numerischen Stärke nach der Theorie zu erwarten sind. Darum müßte Prof. Edgeworth, wenn er konsequent sein wollte, die Berechnung nach der Methode B für die einzig richtige halten. Statt dessen erscheint ihm der bei der mittleren Lebensdauer mit Hilfe der Methode A ermittelte Präcisionswert einem solchen analog, der bei einer statistischen Relativzahl nach der physikalischen Methode berechnet ist!

Aus dem obigen ist ersichtlich, daß die gegenwärtige Polemik kein Wortstreit ist, sondern daß es sich hierbei um Meinungsverschiedenheiten, die nicht ohne praktische Konsequenzen sind, und um grundlegende Fragen handelt, über die es Not thut, ins klare zu kommen.