Werk

Label: Table of literature references

Jahr: 1962

PURL: https://resolver.sub.uni-goettingen.de/purl?31311157X_0087|log40

Kontakt/Contact

Digizeitschriften e.V.
SUB Göttingen
Platz der Göttinger Sieben 1
37073 Göttingen

info@digizeitschriften.de

konstanta K, že pro libovolnou matici $\boldsymbol{X}$ platí nerovnost $\|\boldsymbol{X}\| \leqq K\|\boldsymbol{X}\|_1$. Buďte nyní $x_i \in \mathsf{K}[\boldsymbol{z}, \lambda]$, $i = 1, 2, \ldots, \nu$, kde ν je nějaké přirozené číslo. Potom platí

$$\|\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x}_1)\,\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x}_2)\ldots\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x}_\nu)\| \leqq K\|\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x}_1)\,\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x}_2)\ldots\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x}_\nu)\|_1 \leqq$$
$$\leqq K\|\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x}_1)\|_1\,\|\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x}_2)\|_1\ldots\|\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x}_\nu)\|_1 \leqq Kq^\nu\,.$$

Tím je lemma dokázáno.

Vzhledem k tomuto lemmatu a výše uvedené definici normy se příslušné odhady ve větách 2, 2′, 3, 3′ velmi zlepší. Hlavní výsledek práce, tj. věta 3, zní pak takto:

Věta 3. *Buď $\boldsymbol{x}_0$ bod a μ kladné číslo. Pro každé $\boldsymbol{x} \in \mathsf{K}[\boldsymbol{x}_0, 2\mu]$, $\boldsymbol{u} \in \mathsf{K}[\boldsymbol{x}_0, 2\mu]$ nechť je* $\det \boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}) \neq 0$, *$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})$ positivně definitní symetrické matice, $\|\boldsymbol{B}(\boldsymbol{x})\| \leqq b$ nechť $|F_{kj}(\boldsymbol{x}) - F_{kj}(\boldsymbol{u})| \leqq M_1$, $|B_{kj}(\boldsymbol{x}) - B_{kj}(\boldsymbol{u})| \leqq M_2$, $|\sum_{i=1}^{n} f_{i,kj}(\boldsymbol{x}) f_i(\boldsymbol{x})| \leqq M_3$* pro *každé $i = 1, 2, \ldots, n$, $j = 1, 2, \ldots, n$.* Potom existují čísla λ, K, q, $0 < \lambda \leqq \mu$, $0 < K$, $0 < q < 1$ tak, že pro libovolné body $\boldsymbol{x}_i \in \mathsf{K}[\boldsymbol{x}_0, 2\lambda]$, $i = 1, 2, \ldots, \nu$ (*ν je libovolné přirozené číslo*) *platí nerovnost $\|\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x}_1)\,\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x}_2)\ldots\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x}_\nu)\| \leqq Kq^\nu$. Platí-li pro přirozené číslo ν_0 nerovnosti*

$$P = Kq^{\nu_0} + bn\left(1 + \frac{Kq}{1-q}\right)(M_1 + M_2 + M_3) < \tfrac{1}{2}\,,$$

a je-li $d_0 \leqq \min\left(\dfrac{\lambda}{2(\nu_0+1)}, \dfrac{\lambda}{2(\nu_0+1)\,(Kq + bn(M_1 + M_2 + M_3))^{\nu_0 - 1}}\right)$,

potom posloupnost $\{\boldsymbol{x}_\nu\}_{\nu=0}^{\infty}$ definovaná vztahy (22), (22′) *konverguje k jistému bodu $\boldsymbol{a} \in \mathsf{K}[\boldsymbol{x}_0, 2\lambda]$, jež je pak jediným řešením soustavy* (1) *v $\mathsf{K}[\boldsymbol{x}_0, 2\lambda]$. Pro chybu platí následující odhady:*

$$\delta_{k\nu_0} \leqq \left[Kq^{\nu_0} + bn\left(1 + \frac{Kq}{1-q}\right)(M_1 + M_3)\right]\delta_l\,, \tag{48}$$

kde $\delta_l = \max\limits_{i=(k-1)\nu_0, \ldots, k\nu_0 - 1} \delta_i\,, \quad k = 1, 2, \ldots;$

$$\delta_{k\nu_0} \leqq \left[Kq^{\nu_0} + bn\left(1 + \frac{Kq}{1-q}\right)(M_1 + M_3)\right]^k \delta_m\,. \tag{49}$$

kde $\delta_m = \max\limits_{i=0, \ldots, \nu_0 - 1} \delta_i\,, \quad k = 1, 2, \ldots\,.$

Obdobná situace je i u ostatních vět.

Literatura

[1] *В. Н. Фаддеева:* Вычислительные методы линейной алгебры. Москва, Ленинград 1950.

[2] *L. Mirsky*: An Introduction to Linear Algebra. Oxford 1955.

[3] *E. Reich*: On the Convergence of the Classical Iterative Method of Solving Linear Simultaneous Equations. Ann. Math. Stat. v. *XX*, No 3, 1949, 448–451.

[4] *A. S. Householder*: Principles of Numerical Analysis. New York, Toronto, London, 1953.

[5] *M. Šisler*: O konvergenci iteračních metod řešení soustavy nelineárních rovnic. Apl. Mat., *5* (1960), 141–150.

[6] *M. Šisler*: O jedné iterační metodě řešení soustav nelineárních rovnic, I. Čas. pro pěst. mat. *86* (1961), 439—461.