Časopis pro pěstování matematiky, roč. 85 (1960), Praha

GEOMETRICKÝ VÝZNAM PROJEKTIVNÍCH NORMÁL ROVINNÉ VRSTVY KŘIVEK

ALOIS ŠVEC, Praha

(Došlo 24. srpna 1959)

Je nalezen další geometrický význam normál vrstvy křivek v S_2, zavedených ZB. NÁDENÍKEM.

V projektivní rovině S_2 buď dána vrstva křivek V; každému bodu $A_0 \in S_2$ buď přiřazen reper A_0, A_1, A_2, pro který $[A_0A_1A_2] = 1$ a $[A_0A_1]$ je tečna v bodě A_0 té křivky vrstvy V, jež jím prochází. V duální rovině S_2^* k S_2 uvažujme duální lokální repery $\alpha_0 = [A_2A_1]$, $\alpha_1 = [A_0A_2]$, $\alpha_2 = [A_1A_0]$; základní rovnice vrstvy jsou

$$\mathrm{d}A_i = \sum_{j=0}^{2} \omega_{ij}A_j\,, \quad \mathrm{d}\alpha_i = -\sum_{j=0}^{2} \omega_{ji}\alpha_j \quad (i = 0, 1, 2) \tag{1}$$

s

$$\omega_{12} = \omega_1\,, \quad 3\omega_{11} = b_1\omega_1 + b_2\omega_2\,, \quad \omega_{10} + \omega_{21} = b_2\omega_1 + b_3\omega_2\,, \tag{2}$$

volba $b_i = 0$ $(i = 1, 2, 3)$ znamená, že A_2 leží na jedné z i i-tých normál; viz [1]. V dalším naleznu geometrický význam těchto normál, odlišný od Nádeníkem udané charakterisace.

Za tím účelem uvažuji vrstvy V_K, takto vytvořené: Buď dána kolineace $K : S_2 \to S_2$, křivka vrstvy V_K bodem $A \in S_2$ má v něm za tečnu právě přímku $[A, KA]$ (uvažuji ovšem takovou část roviny S_2, jež neobsahuje samodružné body K). Nyní platí, že *pro každý bod A dané vrstvy V existuje ∞^2 kolineací K, pro něž vrstva V_K má s vrstvou V v bodě A analytický styk 2. řádu.* Analyticky se jedná o nalezení takových kolineací $KA_i = \sum_{j=0}^{2} \alpha_{ij}A_j$, pro něž

$$\begin{aligned}[(A_0 + \mathrm{d}A_0 + \tfrac{1}{2}\mathrm{d}^2A_0 + \ldots)(KA_0 + K\,\mathrm{d}A_0 + \tfrac{1}{2}K\,\mathrm{d}^2A_0 + \ldots)] &= \\ = (\Theta_0 + \Theta_1 + \tfrac{1}{2}\Theta_2 + \ldots)(\alpha_2 + \mathrm{d}\alpha_2 + \tfrac{1}{2}\mathrm{d}^2\alpha_2 + \ldots)&\end{aligned} \tag{3}$$

až na veličiny třetího a vyššího řádu (Θ_k je řádu k). Přímým výpočtem se zjistí, že taková nejobecnější kolineace K (nazvěme ji přidruženou) je

$$\begin{aligned} KA_0 &= a_{00}A_0 + A_1\,, \quad KA_1 = a_{10}A_0 + (a_{00} + \tfrac{1}{2}b_1)\,A_1 + A_2\,, \\ KA_2 &= \tfrac{1}{2}b_3A_0 + (b_2 - a_{10})\,A_1 + a_{00}A_2\,. \end{aligned} \tag{4}$$