Pro $s = 1$ zřejmě neplatí $q \in B_s$. Budiž tedy $s \geqq 2$. Kdyby aspoň jedno z čísel x_i bylo záporné, platilo by $q < \sum_{i=2}^{s} \frac{1}{x_i} \leqq s - 1$, tedy $\frac{1}{2} + \frac{1}{2k} < 0$, což je spor. K obdobnému sporu však dojdeme i za předpokladu $x_1 > 0$, volíme-li $x_{s-1} \geqq 2$. Potom je totiž

$$q \leqq \left(\sum_{i=1}^{s-2} \frac{1}{x_i}\right) + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \leqq (s-2) + 1 = s - 1 .$$

Zbývá tedy možnost $x_1 = x_2 = \ldots = x_{s-1} = 1$. Odtud plyne $q = (s-1) + \frac{1}{x_s}$ čili $\frac{1}{2} + \frac{1}{2k} \in A_1$ (spor). Důkaz je tím podán.

LITERATURA

[1] *W. Sierpiński:* O rozkładach liczb wymiernych na ułamki proste, Warszawa 1957.

Резюме

О ДРОБЯХ С ЧИСЛИТЕЛЕМ, РАВНЫМ ЕДИНИЦЕ

ИРЖИ СЕДЛАЧЕК (Jiří Sedláček), Прага

(Поступило в редакцию 5/IX 1958 г.)

Пусть s — натуральное число. Обозначим (согласно [1]) символом B_s множество всех рациональных чисел w вида

$$w = \sum_{i=1}^{s} \frac{1}{x_i}, \tag{*}$$

где x_i — целые числа. Далее, пусть $B_0 = \{0\}$. Доказываются следующие теоремы:

I. *Для производной от множества* B_{s+1} *имеет место соотношение* $B'_{s+1} = B_0 \cup B_s$.

II. *Пусть* $s \geqq 2$. *Рациональное число* w *можно представить лишь конечным числом способов в виде* (*) *тогда и только тогда, если* $w \in B_s - B_{s-2}$.

Согласно одной гипотезе А. Шинзеля (которая в [1] проверена для $m \leqq 18$) для каждого натурального числа m существует такое число l_m, что для всех $n \geqq l_m$ будет $\frac{m}{n} \in B_3$. В этой статье мы показываем, что гипотеза справедлива также для $m = 19; 20; 21$.