(speciálně součin kolmých průmětů strany na sebe samu a jiné strany na tuto stranu) u $(n+1)$-úhelníka A s pevným O je pro dané n konstantní a roven vždy n-té části čtverce jeho strany.

Předcházející věty nám pomohou konečně vypočítat objem konvexního obalu $(n+1)$-úhelníka A jako funkci strany a dimense. Platí totiž

Věta 10. *Budiž dán obvod O. Objem V_n konvexního obalu $(n+1)$-úhelníka A je určen vztahem*

$$V_n = \frac{a^n}{n!}\sqrt{\frac{(n+1)^{n-1}}{n^n}},$$

kde $a = \dfrac{O}{n+1}$.

Důkaz. Podle (1) platí $V_n = \dfrac{1}{n!}\, v_1 v_2 \dots v_n$. Vyjádřeme v_k $(k = 2, 3, \dots, n)$ z trojúhelníka $A_1A_kA_{k+1}$. Vzhledem k větě 2, 3 a 9 platí

$$v_k = a \sin \beta_{k1} = a\sqrt{1 - \frac{k-1}{n(n-k+2)}} = a\sqrt{\frac{(n+1)(n-k+1)}{n(n-k+2)}}.$$

Tedy, ježto $v_1 = a$,

$$V_n = \frac{a^n}{n!}\sqrt{\frac{(n+1)(n-1)}{n^2}}\sqrt{\frac{(n+1)(n-2)}{n(n-1)}}\sqrt{\frac{(n+1)(n-3)}{n(n-2)}}\dots\sqrt{\frac{n+1}{2n}},$$

tj. po zkrácení

$$V_n = \frac{a^n}{n!}\sqrt{\frac{(n+1)^{n-1}}{n^n}}.$$

LITERATURA

[1] *P. H. Schoute:* Mehrdimensionale Geometrie, I. Teil: Die linearen Räume, Leipzig 1902.

Резюме

О $(n+1)$-УГОЛЬНИКЕ В E_n С МАКСИМАЛЬНЫМ ОБЪЕМОМ ВЫПУКЛОЙ ОБОЛОЧКИ

БОГУСЛАВ МИШЕК (Bohuslav Míšek), Гонице

(Поступило в редакцию 4/III 1958 г.)

В этой работе доказываются некоторые свойства $(n+1)$-угольника в n-мерном евклидовом пространстве E_n, выпуклая оболочка которого имеет максимальный объём при данном периметре. Главные результаты содержатся в следующих теоремах ($A_1, A_2, \dots, A_{n+1}$ значат вершины, a — сторону $(n+1)$-угольника):