Résumé

SOLUTION DU PROBLÈME BIHARMONIQUE POUR LE COIN INFINI PAS CONVEX

JINDŘICH NEČAS, Praha

(Reçu le 18 février 1958)

Le présent travail complète les résultats contenus au travail ,,Solution du problème biharmonique pour le coin infini" par les théorèmes sur l'existence et l'unicité de la solution du problème biharmonique pour le coin infini pas convex.

Ces théorèmes, on les démontre par la même méthode comme au travail précedent en s'appuyant sur la transformation de Mellin.

Si l'on introduit dans le coin les coordonnés polaires, $0 < r < \infty$, $|\Theta| < \frac{\omega}{2}$, dont l'axe polaire coincide avec la bisetrice de l'angle ω du coin, les conditions aux limites de la fonction biharmonique cherchées sont les suivants:

$$u\left(r, \frac{\omega}{2}\right) = f_1(r)\,, \quad u\left(r, -\frac{\omega}{2}\right) = f_2(r), \quad \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial \Theta}\left(r, \frac{\omega}{2}\right) = g_1(r)\,, \quad \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial \Theta}\left(r, -\frac{\omega}{2}\right) = \\ = -g_2(r)\,.$$

Les fonctions $f_i(r)$, $i = 1, 2$ sont supposées absolument continues sur chaque interval fini de $\langle 0, \infty)$ et les fonctions $f_i(r), g_i(r)$, $i = 1, 2$, sont soumises à ces conditions-ci:

$$\int_0^1 [f_i'(r)]^2\, r^{2\mu+1}\, \mathrm{d}r < \infty\,, \quad \int_1^\infty [f_i'(r)]^2\, r^{2\nu+1}\, \mathrm{d}r < \infty\,,$$

$$\int_0^1 [g_i(r)]^2\, r^{2\mu+1}\, \mathrm{d}r < \infty\,, \quad \int_1^\infty [g_i(r)]^2\, r^{2\nu+1}\, \mathrm{d}r < \infty\,, \quad i = 1, 2\,, \quad f_1(0) = f_2(0)\,.$$

Les nombres μ et ν sont contenues dans l'intervalle $(-\lambda_1(\omega) - 1, \lambda_1(\omega) - 1)$ où $\lambda_1(\omega)$ est la partie réelle du nombre du Papkovič. Est montré, que $\omega > \pi \Rightarrow \frac{1}{2} < \lambda_1(\omega) < 1$. Les conditions aux limites sont remplies au sens suivant:

$$\lim_{\Theta \to \frac{\omega}{2}} \int_0^1 \left[f_1'(r) - \frac{\partial u}{\partial r}(r, \Theta)\right]^2 r^{2\gamma+1}\, \mathrm{d}r < \infty\,,$$

$$\lim_{\Theta \to \frac{\omega}{2}} \int_1^\infty \left[f_1'(r) - \frac{\partial u}{\partial r}(r, \Theta)\right]^2 r^{2\delta+1}\, \mathrm{d}r = 0 \quad \text{etc.}$$

Puis on suppose, que $\lim_{r \to 0} u(r, 0) = f_1(0)$ et qui'il existe une constante ne dépendante que de φ, telle qu'on a

$$|\Theta| \leqq \varphi < \frac{\omega}{2}, \quad 0 < r \leqq 1 \Rightarrow \left|\frac{\partial u}{\partial r}\right| \leqq M(\varphi)\, r^{-\gamma-1}, \quad \left|\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial \Theta}\right| \leqq M(\varphi)\, r^{-\gamma-1},$$

$$|\Theta| \leqq \varphi < \frac{\omega}{2}, \quad 1 \leqq r \Rightarrow \left|\frac{\partial u}{\partial r}\right| \leqq M(\varphi)\, r^{-\delta-1}, \quad \left|\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial \Theta}\right| \leqq M(\varphi)\, r^{-\delta-1}.$$

On exige que les nombres γ, δ soient dans l'intervalle $(-\lambda_1(\omega) - 1, \lambda_1(\omega) - 1)$. On démontre qu'il existe une et une seule solution du problème ainsi défini. Si nous n'exigeons pas d'avoir les constantes γ, δ dans l'intervalle $(-\lambda_1(\omega) - 1, \lambda_1(\omega) - 1)$ nous perdrions l'unicité. Du fait $\lambda_1(\omega) > \frac{1}{2}$ suit que les conditions aux limites $f_i(r)$, $g_i(r)$ pour les coins convexes et pas convexes sont admisibles si les intégrales

$$\int_0^\infty [f_i'(r)]^2 \, dr, \quad \int_0^\infty [g_i(r)]^2 \, dr, \quad i = 1, 2,$$

sont finis.