ZPRÁVY

K SEDMDESÁTÝM PÁTÝM NAROZENINÁM PROFESORA MILOŠE KÖSSLERA

PhDr MILOŠ KÖSSLER, profesor matematiky na matematicko-fysikální fakultě Karlovy university a člen korespondent Československé akademie věd, dožil se 19. června 1959 sedmdesáti pěti let.

Profesor Kössler je vynikajícím pracovníkem v matematické analyse a jeho učitelského působení vděčně vzpomínají celé generace jeho žáků. Své učitelské povolání profesor Kössler vykonával se zanícením a s láskou a vzbuzoval u svých posluchačů trvalou lásku k práci svou učitelskou činností i svými lidskými vlastnostmi, svou obětavostí a dobrotou. Ochotně pomáhal všem, kdo potřebovali pomoci, a zvláště těm, kdo se pokoušeli o první samostatné kroky v matematickém bádání.

Profesoru Kösslerovi přejí všichni českoslovenští matematikové mnoho zdraví, svěžesti a sil, aby ještě dlouhá léta přispíval k rozvoji milované vědy.

Redakce

Poznámka: Vědecké dílo profesora Kösslera bylo popsáno a zhodnoceno v článku akademika V. JARNÍKA „Vědecká práce M. Kösslera“ (Čas. pro pěst. mat. *80,* 1955, 1, 106—117). Stručný životopis jubilantův obsahuje vzpomínkový článek akademika E. ČECHA „Sedmdesátiny profesora Kösslera“ (Čas. pro pěst. mat. *79,* 1954, 4, 374—375)

ČLEN KORESPONDENT ČSAV OTAKAR BORŮVKA VYZNAMENÁN STÁTNÍ CENOU KLEMENTA GOTTWALDA

Letos v květnu byl poctěn státní cenou Klementa Gottwalda za práce v oboru diferenciálních rovnic člen korespondent ČSAV profesor OTAKAR BORŮVKA. O všestranné vědecké činnosti profesora Borůvky, která zasahuje především do moderní algebry, diferenciální geometrie a teorie diferenciálních rovnic a o jeho životním díle lze si učinit představu na základě článku „K šedesátinám Otakara Borůvky“, který je otištěn ve druhém čísle letošního ročníku tohoto časopisu. Zde si všimneme pouze výsledků z teorie diferenciálních rovnic.

Diferenciálními rovnicemi se profesor Borůvka začal soustavně zabývat teprve po r. 1945 a postupně vytvořil v Brně v tomto oboru pracoviště světové úrovně. V teorii obyčejných diferenciálních rovnic se dnes pracuje velmi intensivně, ročně vychází okolo 400 prací. Tím více je třeba ocenit, že právě v této disciplině profesor Borůvka nalezl nové problémy a především nové metody. Pro mnoho otázek z teorie lineárních rovnic druhého řádu i vyšších řádů má ústřední význam teorie dispersí a teorie transformací, vytvořené profesorem Borůvkou.

Popíšeme stručně hlavní rysy této teorie: Předpokládejme, že řešení rovnice

$$y'' + Q(x)\,y = 0 \tag{a}$$

oscilují. Nechť $z(x)$ je netriviální řešení rovnice (a) takové, že $z(t) = 0$. Označme $\varphi_n(t)$

($\varphi_{-n}(t)$) n-tý nulový bod funkce $z(t)$, který následuje po bodu t (předchází bodu t), $n = 1, 2, 3, \ldots, \varphi_0(t) = t$.

Funkce $\varphi_n(t)$ se nazývá *centrální disperse* (1. druhu). Centrální disperse $\varphi_n(t)$ splňují nelineární rovnici 3. řádu

$$\sqrt{|\varphi'|}\left(\frac{1}{\sqrt{|\varphi'|}}\right)'' + \varphi'^2 Q(y) = Q(x)\,. \tag{b}$$

Mezi rovnicemi (a) a (b) je velmi úzká souvislost. Uveďme tyto hlavní výsledky:

Ke každé trojici čísel $\varphi_0, \varphi_0' \neq 0, \varphi_0''$ a k číslu α existuje (jediné) řešení $\varphi(x)$ rovnice (b) definované na celé přímce a splňující počáteční podmínku $\varphi(\alpha) = \varphi_0$, $\varphi'(\alpha) = \varphi_0'$, $\varphi''(\alpha) = \varphi_0''$. Přitom je stále sgn $\varphi'(x) =$ sgn φ_0'. Tyto funkce φ budeme nazývat *vlastní disperse*.

Každá vlastní disperse má tuto vlastnost:

Existují dvě (uspořádané) dvojice (lineárně nezávislých) řešení rovnice (a) $(u(x), v(x))$, $(U(x), V(x))$ takové, že platí:

Je-li t nulovým bodem funkce $\lambda u(x) + \mu v(x)$, potom $\varphi(t)$ je nulovým bodem funkce $\lambda U(x) + \mu V(x)$. Naopak každá spojitá funkce $\varphi(x)$ (definovaná pro všechna reálná x), která má uvedenou vlastnost, je vlastní dispersí. Všimněme si, že pro $u = U$, $v = V$ dospíváme k původní definici centrálních dispersí 1. druhu.

Je-li $\varphi(x)$ vlastní disperse, potom substituce

$$u(x) \rightarrow \frac{u(\varphi(x))}{\sqrt{|\varphi'(x)|}} \tag{1}$$

převádí libovolné řešení rovnice (a) v řešení téže rovnice. Naopak jestliže funkce φ má tu vlastnost, že substituce (1) převádí dvě nezávislá řešení rovnice (a) v řešení rovnice (a), pak φ je vlastní disperse.

Vlastní disperse tvoří spojitou grupu $\mathfrak{G}$ o třech parametrech (grupová operace je superposice funkcí, tj. jsou-li $\varphi(x)$ a $\psi(x)$ vlastní disperse, pak $\varphi\psi = \varphi(\psi(x))$. Množina $\mathfrak{P}$ všech rostoucích dispersí tvoří invariantní podgrupu; množina $\mathfrak{Z}$ všech centrálních dispersí 1. druhu je centrum grupy $\mathfrak{G}$ všech vlastních dispersí. Označme $\mathfrak{S}$ grupu centrálních dispersí 1. druhu se sudými indexy. Faktorová grupa $\mathfrak{P}/\mathfrak{S}$ je isomorfní s grupou L čtvercových unimodulárních matic řádu 2.

Tyto metody profesor Borůvka rozšířil na případ transformace lineárních rovnic 2. řádu. Ústředním bodem je otázka, kdy substituce

$$u(t) \rightarrow \frac{u(x(T))}{\sqrt{|\dot{x}(T)|}} = U(T) \tag{2}$$

převádí řešení $u(t)$ rovnice

$$y'' = q(t)\, y \tag{α}$$

v řešení $U(T)$ rovnice

$$\ddot{Y} = Q(T)\, Y\,. \tag{A}$$

Rovnice (α) a (A) jsou studovány v souvislosti s rovnicemi

$$\sqrt{|X'|}\left[\frac{1}{\sqrt{|X'|}}\right]'' + Q(X)\, X'^2 = q(t)\,, \tag{β}$$

$$\sqrt{|\dot{x}|}\left[\frac{1}{\sqrt{|\dot{x}|}}\right]'' + q(x)\, \dot{x}^2 = Q(T)\,. \tag{B}$$

(Speciálně pro $Q = q$ rovnice (β) a (B) přecházejí v rovnici (b).

Ke každé trojici čísel X_0, $X_0' \neq 0$ a X_0'' a k číslu α existuje řešení rovnice (β), splňující podmínky $X(\alpha) = X_0$, $X'(\alpha) = X_0'$, $X''(\alpha) = X''$; definiční interval tohoto řešení je určen v souvislosti s vlastnostmi rovnic (α), (A); speciálně, jestliže řešení obou rovnic (α) a (A) jsou oscilatorická, pak řešení rovnice (β) jsou definována pro všechna t.

Je-li $u(t)$ libovolný integrál rovnice (α) a $x(T)$ řešení rovnice (B), pak substituce (2) převádí řešení $u(t)$ v řešení $U(T)$ rovnice (A). Naopak funkce $x(T)$, která převádí dvě nezávislá řešení rovnice (α) v řešení rovnice (A), je řešením rovnice (B). Obdobná věta platí též pro rovnici (β). Dále, je-li $x(T)$ řešení rovnice (B), pak inversní funkce $X(t)$ je řešením rovnice (β) (a naopak). Speciálně, jestliže řešení rovnice (α) oscilují a $Q(T) \equiv \equiv -1$, pak substituce (2) převádí řešení rovnice (α) v řešení rovnice $\ddot{Y} = -Y$. Uvedeným výsledkům dodává zvláštního významu, že mají charakter „ve velkém".

Profesor Borůvka odvodil kritérium pro jednoznačnost řešení rovnice

$$y' = f(x, y)\,. \tag{3}$$

Uvedené kritérium má asi tento charakter: Existuje-li funkce $\varphi(x, y, z)$ a $\Phi(x, u, x)$ tak, že jsou splněny jisté podmínky, potom řešení rovnice (3), které prochází bodem (ξ, η), je určeno jednoznačně. Speciální volbou funkcí φ a Φ lze odvodit z předloženého kritéria řadu kritérií známých z literatury a dále výsledky zcela nové. Toto kritérium lze srovnat se známou tzv. druhou metodou Ljapunovovou k řešení otázky stability pohybu.

Krásný smysl pro tradici naší vědy projevil profesor Borůvka mj. tím, že použil teorie matic vytvořené českým matematikem z konce minulého století Eduardem Weyrem k odvození explicitních vzorců pro řešení soustav lineárních diferenciálních rovnic s konstantními koeficienty. Podané vzorce v porovnání se vzorci uváděnými v literatuře jsou přehlednější a odvození je průzračnější.

Vědecký význam prací profesora Borůvky je patrný z jejich široké koncepce; podařilo se mu objevit souvislost mezi problémy, které jsou na první pohled velmi vzdálené; rozložení nulových bodů integrálů rovnice (a), substituce (2), význam rovnice (b) a grupové vlastnosti dispersí. To, že jde o velmi hluboké souvislosti, vyplývá mimo jiné z té skutečnosti, že vlastnosti rovnice (a) patří po celá desetiletí k nejintensivněji studovaným tématům. Pozoruhodné je, že autor v práci, kde objevil vzájemnou souvislost uvedených otázek, dospívá již k úplnému a definitivnímu řešení; všimněme si, že hlavní výsledky jsou podmínky nutné a postačující a že autor dospívá k representaci grupy vlastních dispersí.

Výsledky o teorii transformace podstatně zvyšují dosah vytvořené teorie dispersí; osvětlují z nového hlediska teorii rovnic 2. řádu a zachycují vlastnosti, které jsou společné lineárním diferenciálním rovnicím 2. řádu. Přesvědčivým svědectvím o síle a užitečnosti nové teorie je skutečnost, že za poměrně krátkou dobu od jejího vzniku bylo jí použito v 15 pracích mladých moravských a slovenských matematiků. V těchto pracích byla řešena řada rozmanitých problémů, mj. také vlastní úlohy a oscilační vlastnosti pro lineární diferenciální rovnice 3. a 4. řádu. A tyto práce současně prokazují velké zásluhy profesora Borůvky o vědecký růst mladých pracovníků a svědčí o jeho soustavné mnohoteté a obětavé činnosti na tomto poli.

Českoslovenští matematikové zdraví profesora Borůvku při příležitosti jeho vysokého vyznamenání a přejí mu mnoho úspěchů ve vlastním vědeckém díle i v práci pro rozkvět naší vědy.

Jaroslav Kurzweil, Praha